

تاریخ :

وقت : دقیقه

نام و نام خانوادگی :

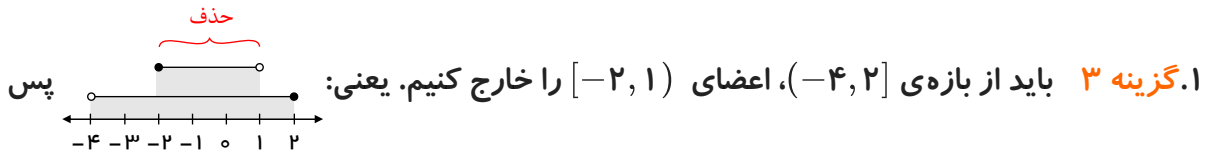
تعداد سوالات: ۱۸

موضوع ۱. ریاضی سال دهم

سریال ۸۷۸۱۳۲

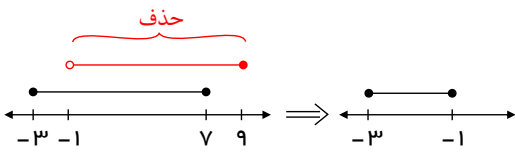


آموزشگاه آبادگران

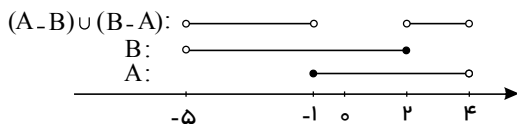


حاصل به صورت $\left[-4, -2\right] \cup (1, 2]$ خواهد بود.

دقت: عضو $x = -2$ از بازه ی فوق خارج شده و جای خالی آن باقی می ماند (توخالی).
 عضو $x = 1$ از بازه خارج نمی شود، $x = 1$ نقطه ای توپر است.
 ۲. گزینه ۲



۳. گزینه ۳



$$A - B = (2, 4)$$

$$B - A = (-5, -1)$$

$$(A - B) \cup (B - A) = (2, 4) \cup (-5, -1)$$

نه تنها گزینه موجود در بازه بدست آمده، گزینه ۳ است.

۴. گزینه ۲ می دانیم: جمله عمومی یک دنباله حسابی که جمله اول آن a_1 و قدر نسبت آن d است از رابطه $x = t_1 + (n - 1)d$ بدست می آید.

$$\begin{cases} t_3 = 20 \Rightarrow t_1 + 2d = 20 \\ t_7 = 56 \Rightarrow t_1 + 6d = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -t_1 - 2d = -20 \\ t_1 + 6d = 56 \end{cases}$$

$$4d = 36 \Rightarrow d = 9$$

۵. گزینه ۱ در هر دنباله هندسی: $t_n = t_1 q^{n-1}$

دنباله ی هندسی حاصل عبارتست از:

$$\begin{matrix} \times q & \times q & \times q & \times q \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ 3, & \dots, & \dots, & \dots, 324 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow 324 = 4 \times q^4 \Rightarrow q^4 = \frac{324}{4} = 81 \xrightarrow{\sqrt[4]{\quad}} q = \pm \sqrt[4]{81} = \pm 3$$

$$t_3 = t_1 q^2 = 4 \times (\pm 3)^2 = 36$$

۶. گزینه ۳ مختصات محل تلاقی در هر دو معادله صدق می کند.

$$\left. \begin{matrix} \nearrow y = 3 \\ x = 0 \\ \searrow y = b \end{matrix} \right\} \Rightarrow b = 3$$

گزینه ۳

می دانیم: شیب خط برابر است با تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور x ها می‌سازد.

$$x - y = 2 \Rightarrow y = x - 2 \Rightarrow \text{شیب} = 1 \Rightarrow \tan \theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۸

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{ab} \\ a, b &\geq 0 \leftarrow \text{اگر } n \text{ زوج} \\ \sqrt[n]{a^m} &= a^{\frac{m}{n}} \end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{2} \times \sqrt[n]{2^2} = \sqrt[n]{2^2 \times 2} = \sqrt[n]{2^3} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[n]{2^3} = \sqrt{2} \Rightarrow 2^{\frac{3}{n}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{3}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow n = 6$$

گزینه ۹ می‌دانیم که در زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج، تنها اعداد نامنفی قرار می‌گیرند تا عبارت معنادار باشد. پس:

$$\sqrt[6]{-x} \Rightarrow -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

دقت کنید که استفاده از واژه‌ی مثبت در تعریف بالا نادرست است چرا که صفر هم در زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج قرار می‌گیرد و معنادار است. پس یا باید بگوییم بزرگتر مساوی صفر یا به اصطلاح بگوییم نامنفی.

همچنین در نوشتن اعداد با توان گویا، پایه حتما باید نامنفی باشد پس: $-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$

گزینه ۲ عدد ۴۷۵ بین دو عدد توان دار کامل از نوع توان ۴ قرار دارد که عبارتند از:

$$4^4 < 475 < 5^4 \quad \sqrt[4]{-} \quad \rightarrow \quad \underbrace{4}_{n} < \sqrt[4]{475} < \underbrace{5}_{n}$$

$$\Rightarrow n = 4$$

گزینه ۱۱

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \text{ و } a^{-b} = \frac{1}{a^b} \text{ و } \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad \text{می دانیم:}$$

(اگر زوج، $a \geq 0$)

داریم:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{-1}{4}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{\frac{1}{2^2}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

گزینه ۱۲

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$x^3 + y^3 = ? \quad xy = 1 \quad x + y = 3$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$(3)^3 = x^3 + y^3 + 3(1)(3) \Rightarrow 27 = x^3 + y^3 + 9 \Rightarrow x^3 + y^3 = 18$$

۱۳. گزینه ۱ پاسخ: وقتی $\Delta = 0$ شود معادله ریشه مضاعف خواهد داشت.

$$۱) \Delta = ۱۴۴ - ۴(۴)(۹) = ۱۴۴ - ۱۴۴ = 0 \rightarrow \text{ریشه مضاعف: } (۲x - ۳)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{۳}{۲}$$

$$۲) \Delta = ۱۶ - ۴(۳)(-۲) = ۱۶ + ۲۴ = ۴۰ > 0 \text{ دو جواب}$$

$$۳) \Delta = ۴ - ۴(۱)(۳) = ۴ - ۱۲ = -۸ < 0 \text{ جواب ندارد}$$

$$۴) \Delta = ۹ - ۴(۱)(-۲) = ۹ + ۸ = ۱۷ > 0 \text{ دو جواب}$$

۱۴. گزینه ۲

$$\left(\frac{x+۳}{۲}\right)^2 = ۴ \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \frac{x+۳}{۲} = \pm\sqrt{۴} \Rightarrow \frac{x+۳}{۲} = \pm ۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+۳}{۲} = ۲ \Rightarrow x = ۱ \\ \frac{x+۳}{۲} = -۲ \Rightarrow x = -۷ \text{ غ ق ق } (-۷ < 0) \end{cases}$$

۱۵. گزینه ۲

$$۱ - \frac{۴}{x} + \frac{۴}{x^2} = 0 \Rightarrow ۱^2 - ۲ \times \frac{۲}{x} + \left(\frac{۲}{x}\right)^2 = 0 \Rightarrow \left(1 - \frac{۲}{x}\right)^2 = 0 \Rightarrow 1 - \frac{۲}{x} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{x} = 1$$

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

۱۶. گزینه ۴

$$\frac{۱}{۳^{۲۵}} = ۳^{-\frac{۱۱}{۲۵}} = ۳^{-\frac{۴n}{۱۰۰}} = ۳^{-۰,۰۴n}$$

۱۷. گزینه ۱

$$\tan^2 \theta \cos^2 \theta + \cot^2 \theta \sin^2 \theta =$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \cos^2 \theta + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \sin^2 \theta = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

۱۸. گزینه ۴

$$\tan x = \frac{-1}{۲} \rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-1}{۲} \rightarrow ۲ \sin x = -\cos x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \sin^2 x + ۴ \sin^2 x = 1 \rightarrow ۵ \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{۵} \rightarrow \sin^2 x = \pm \frac{1}{\sqrt{۵}} = \pm \frac{\sqrt{۵}}{۵} \xrightarrow{*} \sin x = \frac{\sqrt{۵}}{۵}$$

$$*: \tan x < 0 \rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} < 0 \xrightarrow{\cos x < 0} \sin x > 0$$