

۱. گزینه ۴ پاسخ: می‌دانیم وقتی $\Delta < 0$ باشد معادله جواب حقیقی نخواهد داشت.

- ۱) $\Delta = 9 - 4(1)(1) = 9 - 4 = 5 > 0$ دو جواب
 ۲) $\Delta = 49 - 4(3)(2) = 49 - 24 = 25 > 0$ دو جواب
 ۳) $\Delta = 9 - 4(-2)(4) = 9 + 32 = 41 > 0$ دو جواب
 ۴) $\Delta = 9 - 4(1)(10) = 9 - 40 = -31 < 0$ جواب ندارد

۲. گزینه ۱ پاسخ: وقتی $\Delta = 0$ شود معادله ریشه مضاعف خواهد داشت.

- ۱) $\Delta = 144 - 4(4)(9) = 144 - 144 = 0 \rightarrow$ ریشه مضاعف : $(2x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$
 ۲) $\Delta = 16 - 4(3)(-2) = 16 + 24 = 40 > 0$ دو جواب
 ۳) $\Delta = 4 - 4(1)(3) = 4 - 12 = -8 < 0$ جواب ندارد
 ۴) $\Delta = 9 - 4(1)(-2) = 9 + 8 = 17 > 0$ دو جواب

۳. گزینه ۴

$$x(6x + 5) = 4 \Rightarrow 6x^2 + 5x = 4 \Rightarrow 6x^2 + 5x - 4 = 0 \xrightarrow{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

$$x_1, x_2 = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - (4 \times 6 \times -4)}}{2 \times 6} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{12} = \frac{-5 \pm 11}{12}$$

$$\text{جواب کوچک: } \frac{-5 - 11}{12} = \frac{-16}{12} = -\frac{4}{3}$$

۴. گزینه ۱

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$AB = 0 \Rightarrow A = 0 \text{ یا } B = 0$$

می‌دانیم:

$$\begin{aligned} (-2x+1)(x-2) + (x+1)(x+2) &= 0 \\ \Rightarrow -2x^2 + 4x + x - 2 + x^2 + 3x + 2 &= 0 \\ \Rightarrow -x^2 + 8x &= 0 \Rightarrow x(-x+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -x+8 = 0 \Rightarrow x = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

حاصل ضرب ریشه‌ها : $8 \times 0 = 0$

۵. گزینه ۱

برای مربع کامل کردن، مربع نصف ضریب x را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3x - 5 &= 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{5}{2} \\ + \left(\frac{3}{4}\right)^2 & \xrightarrow{\quad} x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{5}{2} + \frac{9}{16} \\ \Rightarrow \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 &= \frac{40+9}{16} \Rightarrow \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16} \left. \vphantom{\left(x + \frac{3}{4}\right)^2} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ k = \frac{49}{16} \end{cases} \\ \Rightarrow a + k &= \frac{3}{4} + \frac{49}{16} = \frac{12+49}{16} = \frac{61}{16} \end{aligned}$$

در معادله‌ی درجه‌ی دومی که ضریب x^2 در آن یک است، برای مربع کامل کردن باید مربع نصف ضریب x را به طرفین اضافه

$$4x^2 + x = \frac{5}{4} \xrightarrow{\div 4} x^2 + \frac{1}{4}x = \frac{5}{16}$$

ضریب x ، $\frac{1}{4}$ است. نصف آن $\frac{1}{8}$ است و مربع نصف آن $\left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64}$ خواهد بود. پس باید $\frac{1}{64}$ را به طرفین اضافه کنیم تا عبارت سمت چپ معادله به یک مربع کامل تبدیل شود.

۷. گزینه ۲

هر معادله‌ی درجه دو با شرط $\Delta = 0$ یک ریشه‌ی مضاعف دارد که مقدار آن برابر با $-\frac{b}{2a}$ است.

راه اول:

$$9x^2 - 12x + c = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 12^2 - 4 \times 9 \times c = 0$$

$$\Rightarrow 144 - 36c = 0 \Rightarrow 36c = 144 \Rightarrow c = \frac{144}{36} = 4$$

$$\text{معادله } 9x^2 - 12x + 4 = 0 \Rightarrow (3x - 2)^2 = 0 \Rightarrow 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

راه دوم:

$$\text{ریشه‌ی مضاعف} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2 \times 9} = \frac{2}{3}$$

دقت: در روش دوم نیازی به محاسبه‌ی c نیست.۸. گزینه ۴ اگر $\Delta = 0$ معادله‌ی درجه‌ی ۲ ریشه‌ی مضاعف دارد.

$$1) \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 3 \times 1 \neq 0$$

$$2) \Delta = 1 - 4(2)(-2) \neq 0$$

$$3) \Delta = 64 - 4 \times 5 \times 3 \neq 0$$

$$4) \Delta = 100 - 4(-5)(-5) = 100 - 100 = 0$$

۹. گزینه ۲ اگر سه عدد را m ، $m+1$ ، $m+2$ فرض کنیم. داریم:

$$m^2 + (m+1)^2 + (m+2)^2 = 2 \Rightarrow m^2 + m^2 + 2m + 1 + m^2 + 4m + 4 = 2$$

$$3m^2 + 6m + 5 = 2 \Rightarrow 3m^2 + 6m + 3 = 0 \xrightarrow{\div 3} m^2 + 2m + 1 = 0 \Rightarrow (m+1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow m+1 = 0 \Rightarrow m = -1$$

$$\begin{cases} m = -1 \\ m+1 = 0 \Rightarrow -1+0+1 = 0 \\ m+2 = 1 \end{cases}$$

۱۰. گزینه ۳

ریشه‌ها در معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - (4 \times 1 \times (-1))}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

مجموع یک عدد گنگ و یک عدد گویا، عددی گنگ است پس $1 + \sqrt{5}$ ، $1 - \sqrt{5}$ اعدادی گنگ هستند تقسیم یک عدد گنگ بر یک عدد گویا (به شرطی که مخرج صفر نباشد) عددی گنگ است پس هر دو ریشه متعلق به مجموعه اعداد گنگ هستند.

۱۱. گزینه ۲ دو عدد متوالی را n و $n+1$ در نظر می‌گیریم:

$$n^2 + (n+1)^2 = 25 \Rightarrow n^2 + n^2 + 2n + 1 - 25 \Rightarrow 2n^2 + 2n - 24 = 0$$

$$\div 2 \rightarrow n^2 + n - 12 = 0 \Rightarrow (n+4)(n-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n+4 = 0 \Rightarrow n = -4 \\ n-3 = 0 \Rightarrow n = 3 \end{cases}$$

$$\text{قدر مطلق تفاضل مربعات} = |(-4)^2 - 3^2| = |16 - 9| = |7| = 7$$

۱۲. گزینه ۱

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad \text{می‌دانیم:}$$

سن برادر کوچک‌تر را x فرض می‌کنیم و داریم:

$$(x+5)(x+7+5) = 144 \Rightarrow (x+5)(x+12) = 144 \Rightarrow x^2 + 17x + 60 = 144$$

$$\Rightarrow x^2 + 17x - 84 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+21) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4 = 0 \Rightarrow x = 4 \\ x+21 = 0 \Rightarrow x = -21 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

abadgaranedu.ir