

تاریخ :

وقت : دقیقه

نام و نام خانوادگی :

تعداد سوالات: ۳۱

موضوع: ریاضی نهم

سوال ۹۱۷۹۸۸

۱. مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است پس ویژگی های متوازی الاضلاع را داراست.

مورب	۱	۱
مورب	۱	۱

در مستطیل اضلاع روبه‌رو موازی هستند.

در مستطیل اضلاع روبه‌رو دوجه‌دو با هم برابرند

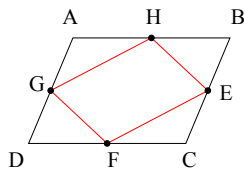
بنابراین داریم:

ز ض ز ۱ ۱

۱ ۱

برابری اجزای متناظر

۲.



وسط اضلاع متوازی الاضلاع را به هم وصل می‌کنیم کافی است ثابت کنیم:

می‌دانیم در هر متوازی الاضلاع، اضلاع روبه‌رو دوجه‌دو با هم برابر هستند پس  $\frac{1}{4}$  از هر ضلع نیز با  $\frac{1}{4}$  از دیگری برابر است، بنابراین تساوی‌های زیر را داریم:

از طرفی در هر متوازی الاضلاع زاویه‌های روبه‌رو با هم برابر هستند. یعنی:

پس داریم:

ض ز ض

برابری اجزای متناظر

ض ز ض

برابری اجزای متناظر

۳. دو شکل هم‌نهشت با نسبت تشابه ۱ متشابه هستند، چون تمام زاویه‌های هر دو با هم برابر است و اضلاع به یک نسبت (به نسبت ۱) هستند، چون مساوی‌اند.

اما دو شکل متشابه لزوماً هم‌نهشت نیستند. مثلاً فرض کنید نسبت تشابه دو مربع ۴ باشد پس اندازه‌ی اضلاع برابر هم نیست. پس دو مثلث بر هم منطبق نمی‌شوند، یعنی هم‌نهشت نیستند.

الف) مجموعه شامل تمام اعداد حقیقی بین ۲ و ۱ یعنی برابر بازه ۲ ۱ است، در حالی که مجموعه برابر اعداد گویای موجود در این بازه است.

ب) مجموعه شامل تمام اعداد حقیقی بین ۴ و ۴ در واقع برابر بازه ۴ ۴ است در حالی که مجموعه فقط اعداد طبیعی این بازه را شامل می‌شود.

ابداً هم‌نهشتی دو مثلث و را ثابت می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \text{ (شعاع دایره)} \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{O}_3 = \hat{O}_4 \text{ (متقابل به رأس)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \triangle OAD \cong \triangle OBC$$

پس از برابری اجزای متناظر نتیجه می شود:  $OD = OC$

$$\left. \begin{array}{l} OD = OC \\ OA = OB \text{ (شعاع دایره)} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \triangle OBD \cong \triangle OAC$$

پس از برابری اجزای متناظر نتیجه می شود  $AC = DB$

۶. ابتدا ثابت می کنیم  $\triangle AMB$  و  $\triangle ANC$  هم نهشت هستند: در هر مثلث متساوی الساقین زاویه های مجاور به ساق با هم برابرند.

$$\hat{M}_1 = \hat{N}_1 \text{ پس}$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AMN: \text{ متساوی الساقین} \\ AM = AN \\ BM = CN \text{ فرض و داده های مسأله} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle AMB \cong \triangle ANC$$

$$\hat{M}_1 = \hat{N}_1 \Rightarrow 180^\circ - \hat{M}_1 = 180^\circ - \hat{N}_1 \Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{N}_2$$

از برابری اجزای متناظر در دو مثلث هم نهشت فوق نتیجه می شود  $AB = AC$  پس  $\triangle ABC$  متساوی الساقین است.

$$(-y+y+z)(-y^2+yz-yz) - (-y)(yz) = -y^2z + y^2z = 0$$

$$\frac{-4 \times 5\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{-20\sqrt{5}}{\sqrt{4}}$$

$$3 - \frac{1}{3-5} = 3 - \frac{1}{-2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$3 - \frac{1}{\frac{7}{3}} = 3 - \frac{3}{7} = \frac{19}{7}$$

$$3 - \frac{1}{\frac{19}{7}} = 3 - \frac{7}{19} = \frac{50}{19}$$

۱۰

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad 2\sqrt{10} > 3 &\Rightarrow 3 - 2\sqrt{10} < 0 \Rightarrow \sqrt{(3 - 2\sqrt{10})^2} = |3 - 2\sqrt{10}| \\ &= -(3 - 2\sqrt{10}) = 2\sqrt{10} - 3 \end{aligned}$$

$$\text{ب)} \quad \sqrt{5} > 2 \Rightarrow \sqrt{5} - 2 > 0 \Rightarrow \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} = |\sqrt{5} - 2| = \sqrt{5} - 2$$

۱۱. اثبات: ابتدا نشان می دهیم  $\triangle AFD$  و  $\triangle BEC$  هم نهشت هستند:

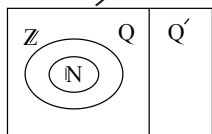
چهارضلعی که همه زاویه های آن قائمه هستند مستطیل است. پس:  $AD = BC$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دو زونقه } AFEB \text{ متساوی الساقین} \\ AF = BE \\ AD = BC \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle ADF \cong \triangle BCE$$

$$\xrightarrow{\text{برابری اجزای متناظر}} DF = EC$$

.۱۲

$$\frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{216} = 6$$

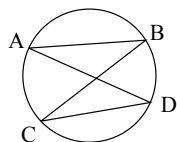


.۱۳. باتوجه به نمودار ون زیر عبارت های پ، ت، ث صحیح هستند.

.۱۴

$$\frac{\frac{247}{247}}{\left(\frac{2}{4}\right)^3 \times 3^3} = \frac{1}{(24)^3}$$

.۱۵



فرض: دایره محاطی است

A و C مقابل کمان BD

حکم:  $\hat{A} = \hat{C}$ 

.۱۶

الف)  $\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} \times \frac{6}{1} \times \frac{1}{3}} = \frac{\frac{11}{30}}{\frac{1}{1}} = \frac{11}{30}$

ب)  $\frac{\frac{11}{4}}{\frac{13}{4}} + \frac{\frac{13}{3}}{\frac{11}{3}} = \frac{11}{13} + \frac{13}{11} = \frac{290}{143}$

پ)  $\left(-\frac{5}{12} \times \frac{4}{1}\right) - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = -\frac{10}{6} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}$

.۱۷. باتوجه به دو ضلع ۵ و ۱۰ نسبت تشابه  $\frac{5}{10}$  یا  $\frac{1}{2}$  است.

$$\frac{4}{x-1} = \frac{1}{2} \rightarrow 8 = x-1 \Rightarrow x = 9$$

.۱۸

$$\frac{\left(\frac{4}{100}\right)^2 \times (625)}{5^4 \times (0,008)^3} = \frac{25 \times 5^4}{5^4 \times 5^{-9}} = 5^9$$

.۱۹

$$1,8 \times 10^{24} \text{ تن} = 1,8 \times 10^{27} \text{ kg}$$

$$\frac{\text{جرم مشتری}}{\text{جرم زمین}} = \frac{1,8 \times 10^{27}}{5,4 \times 10^{24}} = \frac{1}{3} \times 10^3$$

.۲۰

$$A = \frac{4\sqrt[3]{27 \times 5} - 3\sqrt[3]{125 \times 2}}{2\sqrt[3]{5}} = \frac{4 \times 3\sqrt[3]{5} - 3 \times 5\sqrt[3]{2}}{2\sqrt[3]{5}} = \frac{12\sqrt[3]{5} - 15\sqrt[3]{2}}{2\sqrt[3]{5}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{5^2} (12\sqrt[3]{5} - 15\sqrt[3]{2})}{10} \rightarrow \text{گویا می کنیم}$$

.۲۱

$$\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(-2 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| + |-2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$$

.۲۲ نسبت اضلاع را می نویسیم.

$$\frac{3}{x+1} = \frac{4}{12} \rightarrow x+1 = 9 \rightarrow x = 8$$

.۲۳ چون  $a > 0$  و  $b < 0$  پس  $a - b$  مثبت،  $a$  مثبت و  $b$  منفی است.

$$|a - b| + |a| + |-b| = a - b + a + b = 2a$$

.۲۴

$$\text{الف)} \sqrt{\frac{9}{15} + \sqrt{\frac{81 + 175}{225}}} = \sqrt{\frac{9}{15} + \sqrt{\frac{256}{225}}} = \sqrt{\frac{9}{15} + \frac{16}{15}} = \sqrt{\frac{25}{15}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\text{ب)} 2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{3} - 4\sqrt[3]{3} + 5\sqrt[3]{3} = 6\sqrt[3]{3}$$

.۲۵ در پرتاب تاس فضای نمونه به صورت  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  است. پس:  $n(S) = 6$ 

(الف)

$$\text{عدد رو شده فرد: } A = \{1, 3, 5\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(ب)

$$\text{عدد رو شده فرد و از ۱ بزرگتر: } B = \{3, 5\} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(ج)

$$\text{عدد رو شده زوج و اول: } C = \{2\} \Rightarrow P(C) = \frac{1}{6}$$

(د)

$$\text{عدد رو شده از ۳ بیشتر: } D = \{4, 5, 6\} \Rightarrow P(D) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

.۲۶

$$\frac{3^3 x \times 3^{2x-4}}{3^{(x-1)} \times 3^x \times 3^x} = \frac{3^{5x-4}}{3^{2x-1} \times 3^x} = 2^{-x} \Rightarrow 3^{5x-4} = 3^{2x-1} \times 2^0 \Rightarrow 5x-4 = 2x-1 \Rightarrow x = 1$$

.۲۷

$$2\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{\frac{20}{4}} - \sqrt[3]{125} + \frac{5}{3}\sqrt{9 \times 5} = 8\sqrt{5} - \sqrt{5} - 5 + 5\sqrt{5} = 12\sqrt{5} - 5$$

$$S = \{(پ, پ, د), (د, پ, د), (پ, پ, د), (د, د, د), (د, د, پ), (د, د, پ), (پ, پ, پ), (پ, پ, پ)\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 8$$

$$\Rightarrow n(A) = 3 \text{ : } \{(پ, پ, د), (د, پ, د), (پ, پ, پ)\}$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{3}{8} \text{ : احتمال اینکه خانواده دقیقاً ۲ پسر داشته باشد.}$$

۲۹. ابتدا سمت چپ معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{\frac{1}{27} \times 2^{20}}{(2^2)^3 \times (2^3)^2} = \frac{2^{13}}{2^6 \times 2^6} = 2 \Rightarrow 3x - 5 = 2 \rightarrow x = \frac{7}{3}$$

۳۰.

$$\begin{array}{ccc} \text{سیاه} & \text{آبی} & \text{سفید} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 6 & 2 & 4 \end{array}$$

تعداد کل مهره‌ها :  $4 + 2 + 6 = 12$

$$P(A) = \frac{\text{تعداد مهره‌های سیاه}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ : سیاه بودن مهره}$$

(الف)

$$P(B) = \frac{\text{تعداد مهره‌های آبی} + \text{تعداد مهره‌های سیاه}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{6+2}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ : مهره سفید نباشد}$$

(ب)

$$P(C) = \frac{\text{تعداد مهره‌های سفید} + \text{تعداد مهره‌های آبی}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{4+2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ : مهره سفید یا آبی باشد}$$

(ج)

۳۱. الف) ✓

ب) ✓ (این عبارت همواره صحیح است و بستگی به  $A$  و  $B$  ندارد)ج) × زیرا:  $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 6, 10, 7, 8\}$ 

د) ✓

ه) ×

و) ×

$$\begin{aligned} n(A - B) &= 3 \\ n(B - A) &= 2 \end{aligned} \Rightarrow n(A - B) \neq n(B - A)$$