

۱. الف) مکعب عددهای طبیعی کوچکتر از ۶ - تعداد اعضای این مجموعه برابر ۵ است.

ب) عددهای طبیعی بین نه و یازده - تعداد اعضای آن برابر ۱ است.

$$D = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots, 85, 90, 95\} \quad \text{ج)}$$

تعداد عضوهای این مجموعه برابر ۱۹ است، برای آنکه تعداد اعضا را مشخص کنیم می توانیم مجموعه ی D را به شکل زیر بنویسیم.

$$D = \{5 \times 1, 5 \times 2, \dots, 5 \times 18, 5 \times 19\}$$

د) $\{\}$ ، تعداد اعضای این مجموعه صفر است.

ه) $\{\}$ ، تعداد اعضای آن صفر است.

و) $\{\}$ ، تعداد اعضای آن صفر است.

۲.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6$$

در پرتاب تاس فضای نمونه به صورت زیر است:

الف)

$$\text{عدد رو شده زوج باشد: } A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ب)

$$\text{عدد رو شده زوج و بزرگتر از ۲ باشد. } B = \{4, 6\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ج)

$$\text{عدد رو شده زوج و اول باشد. } C = \{2\} \Rightarrow P(C) = \frac{1}{6}$$

د)

$$\text{عدد رو شده از ۳ کمتر باشد } D = \{1, 2\} \Rightarrow P(D) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۳. الف) نمی کند. (این عبارت یک مجموعه را مشخص نمی کند زیرا اعضای آن به طور دقیق مشخص نیست)

ب) ۸ (تعداد اعضای این مجموعه به صورت روبه رو محاسبه می شود: $9 - 2 + 1 = 8$)

ج) ۲ (عضوهای این مجموعه \emptyset و \circ هستند)

$$12 \notin A \quad 5 \in A \quad \text{د)}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{قرمز} & \text{آبی} & \text{سبز} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{تعداد کل مهره‌ها: } & 3 & + 4 + 5 = 12 \end{array}$$

(الف)

$$\text{احتمال آبی بودن مهره: } P(A) = \frac{\text{تعداد مهره‌های آبی}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

(ب)

$$\text{احتمال اینکه سبز نباشد: } P(B) = \frac{\text{تعداد مهره‌های قرمز} + \text{تعداد مهره‌های آبی}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$$

(ج)

$$\text{قرمز یا سبز باشد: } P(C) = \frac{\text{تعداد مهره‌های قرمز} + \text{تعداد مهره‌های سبز}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{3+5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

۵. همه‌ی حالت‌های ممکن برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

حالت‌هایی که ممکن است دو عدد رو شده مثل هم باشد:

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

در نتیجه احتمال آن برابر است با:

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

abadgaranedu.ir

۶.

اعضای فضای نمونه‌ای S پرتاب دو تاس به صورت زیر است:

$$(1, 1), \dots, (1, 6) \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ (6, 1), \dots, (6, 6)$$

$$n(S) = 36$$

(الف)

اول رو شود :: هر دو بار عدد $A = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5)\}$

$$\Rightarrow n(A) = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

(ب)

دو عدد رو شده مثل هم $B = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

$$\Rightarrow n(B) = 6 \Rightarrow P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(ج)

دو عدد مضرب ۳ باشند $C = \{(3, 3), (3, 6), (6, 3), (6, 6)\}$

$$\Rightarrow n(C) = 4 \Rightarrow P(C) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(د)

مجموع دو عدد ۷ باشد $D = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$

$$\Rightarrow n(D) = 6 \Rightarrow P(D) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

۷. الف) نادرست، مثلاً عدد گویای $\frac{1}{3}$ را در نظر بگیرید، $\frac{1}{3}$ عددی حسابی نیست.

ب) درست، هر عدد حسابی a را می‌توان به صورت $\frac{a}{1}$ (با دادن مخرج ۱، به آن نوشت. $\frac{a}{1} \in \mathbb{Q}$)

ج) درست، با دادن مخرج ۱، به هر عدد صحیح، این عبارت به وضوح درست است.

د) درست، عددهای گویایی که مخرج آن‌ها ۱، است همگی عدد صحیح هستند.

۸. در پرتاب یک تاس می‌دانیم:

$$n(S) = 6$$

عددهای اول موجود در یک تاس:

$$A = \{2, 3, 5\} \Rightarrow n(A) = 3$$

در نتیجه احتمال آن برابر است با:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$S = \{(پ, د, پ), (د, پ, د), (پ, پ, د), (د, د, پ), (د, د, د), (پ, د, د), (د, پ, پ), (پ, پ, پ)\}$$

$$\Rightarrow n(S) = ۸$$

$$\text{دقیقاً ۲ پسر} : \{(پ, د, پ), (د, پ, پ), (پ, پ, د)\} \Rightarrow n(A) = ۳$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{۳}{۸} : \text{احتمال اینکه خانواده دقیقاً ۲ پسر داشته باشد.}$$

.۱۰

$$\text{الف) } \underbrace{|-۳\sqrt{۵}|}_{\text{منفی}} = -(-۳\sqrt{۵}) = +۳\sqrt{۵}$$

$$\text{ب) } ۵\sqrt{۳} > ۷ \Rightarrow ۷ - ۵\sqrt{۳} < ۰ \Rightarrow |۷ - ۵\sqrt{۳}| = -(۷ - ۵\sqrt{۳}) = ۵\sqrt{۳} - ۷$$

$$\text{ج) } |۰ + \sqrt{۵}| = |\sqrt{۵}| = \sqrt{۵}$$

$$۴ < ۵ < ۹ \Rightarrow ۲ = \sqrt{۴} < \sqrt{۵} < \sqrt{۹} = ۳ \Rightarrow \underbrace{۲+۱} < ۱ + \sqrt{۵} < \underbrace{۳+۱}$$

.۱۱

.۱۲

$$\text{الف) } \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{۲} \times \frac{۶}{۱} \times \frac{۱}{۳}} = \frac{\frac{۱۱}{۳۰}}{\frac{۱}{۱}} = \frac{۱۱}{۳۰}$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{۱۱}{۴}}{\frac{۱۳}{۴}} + \frac{\frac{۱۳}{۳}}{\frac{۱۱}{۳}} = \frac{۱۱}{۱۳} + \frac{۱۳}{۱۱} = \frac{۲۹۰}{۱۴۳}$$

$$\text{پ) } \left(-\frac{۵}{۱۲} \times \frac{۴}{۱}\right) - \frac{۲}{۳} + \frac{۵}{۶} = -\frac{۱۰}{۶} - \frac{۲}{۳} + \frac{۵}{۶} = \frac{-۹}{۶} = \frac{-۳}{۲}$$

$$|\sqrt{17} - 4| \Rightarrow \sqrt{17} > 4 = \sqrt{16} \Rightarrow \underbrace{|\sqrt{17} - 4|}_{\text{مثبت}} = \sqrt{17} - 4$$

$$|2\sqrt{3} - 5| \Rightarrow \sqrt{25} = 5 \Rightarrow 2\sqrt{3} = 12 \Rightarrow \underbrace{|2\sqrt{3} - 5|}_{\text{منفی}} = 5 - 2\sqrt{3}$$

۱۴. ابتدا مخرج مشترک را پیدا می کنیم:

$$\frac{1 \times 5}{6 \times 5} \quad \frac{1}{5} \quad \rightarrow \quad \frac{5}{30} \quad \frac{6}{30}$$

پس صورت ضربدر ۴ می کنیم تا ۳ عدد بین دو کسر پیدا شود

$$\frac{20}{120}, \quad \boxed{\frac{21}{120}}, \quad \boxed{\frac{22}{120}}, \quad \boxed{\frac{23}{120}}, \quad \frac{24}{120}$$

۱۵.

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AB \parallel DC, \text{ مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AB \parallel DC, \text{ مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow AB = DC \quad \text{در متوازی الاضلاع، اضلاع روبه‌رو با هم مساوی‌اند.}$$

بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AB = DC \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز}} \Delta AOB \cong \Delta COD$$

برابری اجزای متناظر

$$\rightarrow OB = OD, \quad OA = OC$$

۱۶. مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است پس ویژگی‌های متوازی الاضلاع را داراست.

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AD \parallel BC, \text{ مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AD \parallel BC, \text{ مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow AD = BC \quad \text{در مستطیل اضلاع روبه‌رو دوه‌دو با هم برابرند}$$

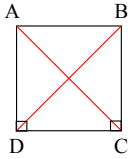
بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AD = BC \\ B_1 = D_1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز}} \Delta AOD \cong \Delta BOC$$

برابری اجزای متناظر

$$\rightarrow OD = OB, \quad OA = OC$$

۱۷. مربع زیر را در نظر بگیرید. ثابت می کنیم: $AC = BD$

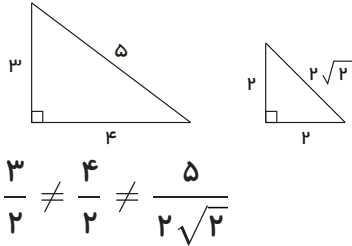


در هر مربع اضلاع روبه رو دو به دو با هم برابر هستند
همه ی زاویه ها قائمه هستند
ضلع مشترک

$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \\ DC = DC \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \Delta ADC \cong \Delta BCD \\ \xrightarrow{\text{برابری اجزای متناظر}} AC = BD \end{array}$$

۱۸.

خیر؛ در دو مثلث قائم الزاویه زیر نسبت اضلاع برابر نیست.



۱۹.

وتر یک ضلع $OT = OT'$
مشترک $OM = OM$

$$\xrightarrow{\Delta} OTM \cong OT'M \Rightarrow MT = MT'$$

۲۰.

الف) $\frac{7}{4}, -\frac{7}{4}$

ب) $\frac{1}{9}, -\frac{1}{9}$

ج) $\sqrt{15}, -\sqrt{15}$

د) $12, -12$

ه) $\sqrt{12}, -\sqrt{12}$

و) $\sqrt{18}, -\sqrt{18}$

۲۱.

الف) $2\sqrt{25} \times 2 + \sqrt{16 \times 2} + 2\sqrt{36 \times 2} = 10\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 36\sqrt{2}$

ب) $2\sqrt{2} + \sqrt{64 \times 2} - \sqrt{25 \times 2} = 2\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

ج) $\sqrt[3]{(3^3)^2} = \sqrt[3]{3^6} = 3^2 = 9$

د) $\frac{-3}{4}$

ه) $\sqrt{2} \times \sqrt{10} + \sqrt{2} \times \sqrt{2} - \sqrt{5} \times \sqrt{10} - \sqrt{5} \times \sqrt{2}$

$= \sqrt{20} + 2 - \sqrt{50} - \sqrt{10} = 2\sqrt{5} + 2 - 5\sqrt{2} - \sqrt{10}$

و) $2\sqrt{16 \times 3} - 3\sqrt{9 \times 3} = 8\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

.۲۲

$$\frac{-۴ \times ۵\sqrt{۵}}{\sqrt[۳]{۴}} = \frac{-۲۰\sqrt{۵}}{\sqrt[۳]{۴}}$$

.۲۳

الف) $۵^{(x-۳)} = ۵^۴ \rightarrow x-۳ = ۴ \rightarrow x = ۷$

ب) $\frac{۵^x}{۵^{-۳}} = ۵^{x-(-۳)} = ۵^۴ \rightarrow x+۳ = ۴ \rightarrow x = ۱$

.۲۴

الف) ۸×۱۰^۲

ب) $\frac{۱۲۵ \times ۱۰^{-۱} \times ۱۰^{-۴}}{۲۵ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۵ \times ۱۰^{۱۴}$

.۲۵

$$\frac{\frac{۲۴۷}{۲۴۷}}{\left(\frac{۲}{\frac{۱}{۴}}\right)^۳ \times ۳^۳} = \frac{۱}{(۲۴)^۳}$$

.۲۶

$$\sqrt{۸} \times \sqrt{۲} = \sqrt{۱۶} = ۴$$