

۱- اگر مجموع دو زاویه ۱۰۰ گراد و یکی از آنها 36° درجه باشد دیگری چند گراد است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

$$\frac{G}{D} = \frac{10}{9}$$

یادآوری: هر گاه اندازه زاویه‌ای بر حسب گراد G و بر حسب درجه D باشد خواهیم داشت:

لذا 36° بر حسب گراد برابر است با $G = \frac{10}{9}D = \frac{360}{9} = 40$ پس زاویه دیگر برابر است با:

$$100 - 40 = 60 \text{ (گراد)}$$

پس گزینه ۳ جواب صحیح است.

۲- در مثلثی $\hat{A} = 39^\circ$ و $\hat{B} = 60^\circ$ ، زاویه \hat{C} چند گراد است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۸۹/۱ (۳) ۸۱ (۴) ۷۲/۹

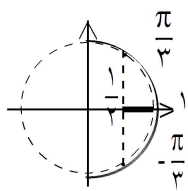
می‌دانیم اگر α و D اندازه‌های زاویه‌ای بر حسب درجه و گراد باشد، بین آنها رابطه $\frac{\alpha}{180} = \frac{D}{360}$ برقرار است.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = 39^\circ, \hat{B} = 60^\circ \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} = 180 - (39 + 60) = 81^\circ \Rightarrow \frac{81}{180} = \frac{x}{360} \Rightarrow x = \frac{360}{180} \times 81 = 162$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳- اگر $\frac{-\pi}{9} < x < \frac{\pi}{9}$ و $\cos 3x = \frac{m-1}{2}$ مقادیر m در کدام فاصله است؟

- (۱) (۱, ۲) (۲) (۰, ۲) (۳) (۲, ۳] (۴) (۳, ۴)



با توجه به حدود تغییرات x ، حدود تغییرات $3x$ و از دایره مثلثاتی حدود $\cos 3x$ را مشخص می‌کنیم:

$$-\frac{\pi}{3} < 3x < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos 3x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m-1}{2} \leq 1$$

$$\Rightarrow 1 < m-1 < 2 \Rightarrow 2 < m \leq 3$$

و مقادیر m در فاصله $(2, 3]$ است و گزینه ۳ جواب صحیح است.

۴- اگر $\sin x = \frac{1}{2}$ و انتهای کمان x در ناحیه دوم باشد، مقدار $2 \cos x$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

$$\sin x = \frac{1}{2}, \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

چون x در ناحیه دوم است. پس $\cos x < 0$ می‌باشد. بنابراین:

$$\cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2 \cos x = -\sqrt{3}$$

گزینه ۱ صحیح است.

۵- اگر $\sin \alpha \cos \alpha > 0$ و $\cos \alpha \cotg \alpha < 0$ آنگاه انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟
 (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

$$\cos \alpha \cdot \cotg \alpha = \cos \alpha \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\begin{cases} \sin \alpha \cos \alpha > 0 \\ \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha \cos \alpha > 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{cases}$$

سینوس و کسینوس هر دو منفی هستند، پس انتهای کمان α در ناحیه سوم مثلثاتی قرار دارد و گزینه ۳ صحیح است.

۶- یکی از ریشه‌های معادله $|x+2| + |x+4| = a$ عدد یک است، ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟
 (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) -۷ (۴) -۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون $x=1$ یکی از ریشه‌های معادله است، پس در معادله صدق می‌کند:

$$|1+2| + |1+4| = a \Rightarrow a=8 \Rightarrow |x+2| + |x+4| = 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < -4 \Rightarrow -(x+2) - (x+4) = 8 \Rightarrow -2x = 14 \Rightarrow x = -7 \\ -4 \leq x \leq -2 \Rightarrow -(x+2) + (x+4) = 8 \Rightarrow 2 = 8 \text{ غ ق} \\ x > -2 \Rightarrow (x+2) + (x+4) = 8 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

۷- با فرض آن که $|2x-2| + |3x+y-14| = |x-1|$ حاصل xy کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱۴ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر مجموع چند عبارت نامنفی برابر صفر باشد، آنگاه همه‌ی آن عبارت‌ها برابر صفر هستند.

$$|2x-2| = |2(x-1)| = 2|x-1|$$

ابتدا می‌توان نوشت:

$$2|x-1| + |3x+y-14| = |x-1| \Rightarrow |x-1| + |3x+y-14| = 0$$

حال توجه کنید که در تساوی بالا مجموع دو عبارت نامنفی برابر صفر شده‌است، پس باید هر دو عبارت صفر باشند:

$$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 3x+y-14=0 \xrightarrow{x=1} 3+y-14=0 \Rightarrow y=11 \end{cases} \Rightarrow xy=11$$

۸- مجموعه کلیه جواب‌های نامعادله $\left| \frac{2x^2 - 5x}{x^2 + 3x} \right| < 1$ به صورت (a, b) است. $b-a$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{23}{3}$ (۲) $\frac{22}{3}$ (۳) ۷ (۴) $\frac{20}{3}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

ابتدا با شرط $x \neq 0$ ، نامعادله را به صورت $\left| \frac{2x-5}{x+3} \right| < 1$ می‌نویسیم. حال با شرط $x \neq -3$ طرفین نامعادله را در

عبارت مثبت $|x+3|$ ضرب می‌کنیم:

$$|2x-5| < |x+3| \Rightarrow (2x-5)^2 < (x+3)^2 \Rightarrow (2x-5)^2 - (x+3)^2 < 0$$

$$\Rightarrow (2x-5+x+3)(2x-5-x-3) < 0 \Rightarrow (3x-2)(x-8) < 0 \Rightarrow \frac{2}{3} < x < 8$$

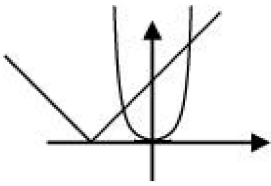
$$b-a = 8 - \frac{2}{3} = \frac{22}{3}$$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله بالا به صورت $(\frac{2}{3}, 8)$ است در نتیجه:

۹- در بازه (a, b) نمودار $y = |x + 1|$ بالای نمودار $y = 2x^2$ می‌باشد. حداکثر $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$2x^2 < |x + 1|$$

$$\Rightarrow 2x^2 < x + 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < 1$$

$$\Rightarrow b - a = \frac{3}{2}$$

۱۰- مجموع جواب نامعادله $|x - 1| + |2x - 3| < |3x - 4|$ کدام است؟

- (۱) \emptyset (۲) $1 < x < \frac{3}{2}$ (۳) $x > \frac{3}{2}$ (۴) $x < 1$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم $x - 1 = a$ و $2x - 3 = b$ باشد، نامعادله به صورت $|a| + |b| < |a + b|$ در می‌آید و طبق نامساوی مثلثی $|a| + |b| \leq |a + b|$ است. در نتیجه هیچ‌گاه رابطه $|a| + |b| < |a + b|$ برقرار نخواهد بود.

abadgaranedu.ir