

۱. گزینه ۴ نکته: در یک چند جمله ای اگر به جای متغیرها عدد یک بگذاریم و حاصل را بدست آوریم، در واقع مجموع ضرایب را بدست آورده ایم.

$$x = 1, y = 1 \rightarrow (3x - 2y)(4x + 2y)^2 = (3 - 2)(4 + 2)^2 = 1 \times 6^2 = 36$$

۲. گزینه ۲

۳. گزینه ۱

مربع دو جمله ای به صورت روبه رو است:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

پس برای آنکه حاصل مربع دو جمله ای باشد از $9x^2$ و $25x^2y^2$ جذر گرفته و ضرب در ۲ می کنیم.

$$9x^2 + 2 \times (3x) \times (5xy) + 25x^2y^2 = 9x^2 + 30x^2y + 25x^2y^2$$

۴. گزینه ۳ از اتحاد جمله مشترک استفاده می کنیم:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\rightarrow (1 + x^3)(1 - x^5) = 1^2 + (x^3 - x^5)1 + (x^3)(-x^5) = 1 - x^5 + x^3 - x^8$$

۵. گزینه ۳ به کمک اتحاد مربع و اتحاد مزدوج حاصل را بدست می آوریم:

$$(25 + 10x + x^2)(x^2 - 10x + 25) = (5 + x)^2(5 - x)^2 = (25 - x^2)^2$$

۶. گزینه ۱

۷. گزینه ۳ نکته: اتحاد مربع تفاضل دو جمله ای: $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 = (2 - \sqrt{3} - (2 + \sqrt{3}))^2 = (2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3})^2$$

$$= (-2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$$

۸. گزینه ۲ درجه ی یک جمله ای نسبت به همه ی متغیرهایش، برابر حاصل جمع توان های متغیرهاست.

۹. گزینه ۲ ابتدا دو طرف نامعادله را در ۱۰ ضرب می کنیم

$$\frac{x - 3}{5} + 2 \geq \frac{x}{2} \xrightarrow{\times 10} 2x - 6 + 20 \geq 5x \Rightarrow 2x - 5x \geq 6 - 20$$

$$\Rightarrow -3x \geq -14 \xrightarrow{\div (-3)} x \leq \frac{14}{3}$$

اعداد حسابی کوچک تر از $\frac{14}{3}$ ← {۰, ۱, ۲, ۳, ۴}

۱۰. گزینه ۳

$$(a + 2)(a - 3) - (a - 1)^2 = a^2 - 3a + 2a - 6 - (a^2 - 2a + 1)$$

$$= a^2 - 3a + 2a - 6 - a^2 + 2a - 1 = +1a - 7 = a - 7$$

$$(a - 1)^2 = (a - 1)(a - 1) = a^2 - 1a - 1a + 1 = a^2 - 2a + 1$$

۱۱. گزینه ۳ نکته: بنا بر اتحاد جمله مشترک داریم:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

طبق اتحاد جمله مشترک داریم:

$$(1+x^3)(1-x^2) = 1^2 + (x^3 - x^2) \times 1 + (-x^2)(x^3)$$

جمله مشترک

$$= 1 + x^3 - x^2 - x^5 = -x^5 + x^3 - x^2 + 1$$

۱۲. گزینه ۲ توان x یک، توان y دو و توان z سه است پس $1 + 2 + 3 = 6$.

۱۳. گزینه ۲ گزینه ۲ درست است، به طور مثال $a = -2$, $b = 3 \Rightarrow a - b = -2 - 3 = -5 < 0$

درستی گزینه‌های دیگر به صورت زیر است:

گزینه ۱: اگر $a > b$ ، آنگاه $a - c > b - c$

گزینه ۳: اگر $a + b > 0$ ، آنگاه a و b هر دو مثبت هستند یا یکی مثبت و دیگری منفی است، ولی مقدار عدد مثبت بزرگتر است.

گزینه ۴: اگر $a^2 b > 0$ ، آنگاه b باید مثبت باشد، زیرا a^2 همواره مثبت است.

۱۴. گزینه ۱ عبارت جبری مربوط به هر عبارت کلامی را می‌نویسیم و با عبارت جبری داده شده در گزینه‌ها مقایسه

می‌کنیم. داریم:

گزینه ۱: $12 - 3x < 3$ ✓

گزینه ۲: $-2x + 3 > 8$ ✗

گزینه ۳: $3x - 1 > 7$ ✗

گزینه ۴: $\frac{a}{2} + 4b \leq 6$ ✗

پس گزینه ۱ درست است.

۱۵. گزینه ۱ راه حل اول: مطابق صورت مسأله، طول قطر مربع با ضلع $3 - \sqrt{2}x$ ، $\sqrt{2}$ برابر طول ضلع آن است، پس

داریم:

$$\text{طول قطر} = \sqrt{2} \times (\sqrt{2}x - 3) = 2x - 3\sqrt{2}$$

راه حل دوم: مطابق رابطه فیثاغورس داریم:

$$\begin{aligned} & \sqrt{2x-3} \\ & \begin{array}{|c|} \hline M \\ \hline \end{array} \sqrt{2x-3} (\sqrt{2}x - 3)^2 + (\sqrt{2}x - 3)^2 = M^2 \Rightarrow 2(\sqrt{2}x - 3)^2 = M^2 \\ & \Rightarrow \sqrt{2}(\sqrt{2}x - 3)^2 = \sqrt{2} \times \sqrt{(\sqrt{2}x - 3)^2} = \sqrt{2} |\sqrt{2}x - 3| = M \end{aligned}$$

می‌دانیم طول ضلع مربع مثبت است، بنابراین:

$$M = \sqrt{2} \times (\sqrt{2}x - 3) = 2x - 3\sqrt{2}$$

۱۶. گزینه ۲ می‌دانیم عدد توان‌دار با پایه ۵ فقط وقتی با عدد توان‌دار با پایه ۶ برابر می‌شود که توان هر دو صفر باشد

(چون ۵ و ۶ نسبت به هم اول هستند). پس:

$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$x=1$$

$$x + y = 1 \rightarrow 1 + y = 1 \Rightarrow y = 0$$

$$x + y = 1 \xrightarrow{x=1} 1 + y = 1 \Rightarrow y = 0$$

abadgaranedu.ir

پس گزینه ۲ درست است.

۱۷. گزینه ۲

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad \text{نکته (اتحاد مزدوج)}$$

به کمک اتحاد مزدوج داریم:

$$a^2 - c^2 = 2 \Rightarrow (a-c)(a+c) = 2 \quad (*)$$

با جایگذاری $a-c = -3$ در $(*)$ داریم:

$$(-3) \times (a+c) = 2 \Rightarrow a+c = -\frac{2}{3}$$

۱۸. گزینه ۳ نکته (اتحاد مزدوج):

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

راه حل اول:

اگر دو عدد معکوس یکدیگر باشند، حاصل ضرب آنها برابر ۱ است، پس:

$$(a-b)(a+b) = 1 \Rightarrow a^2 - b^2 = 1 \Rightarrow -(b^2 - a^2) = 1 \Rightarrow b^2 - a^2 = -1$$

راه حل دوم:

ابتدا از عبارت داده شده یکمنفی فاکتور گرفته و سپس به کمک اتحاد مزدوج، آن را تجزیه می‌کنیم.

$$b^2 - a^2 = -(a^2 - b^2) = -(a-b)(a+b) = -1$$

راه حل سوم:

این دو عدد معکوس هم هستند، پس:

$$a-b = \frac{1}{a+b} \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} (a-b)(a+b) = 1 \Rightarrow a^2 - b^2 = 1 \Rightarrow -(b^2 - a^2) = 1 \Rightarrow b^2 - a^2 = -1$$

۱۹. گزینه ۴ مسأله را به زبان ریاضی می‌نویسیم، سپس به کمک اتحادها داریم:

$$(x+2)^2 \leq (x+4)(x-2) \Rightarrow x^2 + 4x + 4 \leq x^2 + 2x - 8 \Rightarrow 4x - 2x \leq -8 - 4$$

$$\Rightarrow 2x \leq -12 \Rightarrow x \leq -6$$

x عددی کوچکتر یا مساوی -6 شده است چون طول ضلع مربع $x+2$ است، پس $x+2 \leq -4$

طول ضلع یک مربع نمی‌تواند عددی منفی باشد، پس چنین مربعی وجود ندارد. یعنی تعداد چنین مربع‌هایی صفر است.

هیچ مقدار صحیحی به جای x نمی‌توان یافت که شرط مسأله برقرار باشد.

۲۰. گزینه ۱ ابتدا حاصل عبارت را به دست می‌آوریم. داریم:

$$(3x+2)^2 - (2x+4)^2 = [(3x+2) - (2x+4)][(3x+2) + (2x+4)] = (x-2)(5x+6)$$

پس گزینه ۱ درست است.