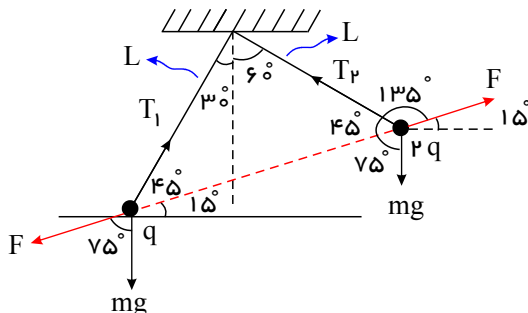


## پاسخنامه تشریحی

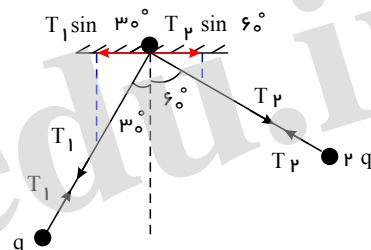
۱ - گزینه ۳ راه حل اول: با رسم نیروهای وارد بر هر یک از آونگ‌های باردار و با توجه به این که هر دو آونگ هم طول و در حال تعادل قرار دارند، با استفاده از قضیه سینوس‌ها داریم:



$$\begin{cases} \frac{T_1}{\sin 75^\circ} = \frac{F}{\sin 15^\circ} \\ \frac{T_2}{\sin 105^\circ} = \frac{F}{\sin 15^\circ} \end{cases} \xrightarrow{\sin 105^\circ = \sin 75^\circ} \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin 120^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

راه حل دوم: راه سریع‌تر استفاده از این نکته است که برآیند نیروها در نقطه‌ی O محل اتصال نخ‌ها به سقف باید صفر باشد. در نتیجه داریم:

$$T_1 \sin 30^\circ = T_2 \sin 60^\circ \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{3}$$



۲ - گزینه ۴ بار الکتریکی یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار پایه (e) است و اندازه‌ی آن از رابطه‌ی  $q = \pm ne$  به دست می‌آید. و داریم:

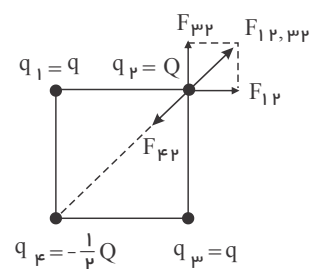
$$q = ne \rightarrow 1 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \rightarrow n = \frac{10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 6.25 \times 10^{12}$$

بنابراین باید تعداد  $6.25 \times 10^{12}$  الکترون از سکه خنثی خارج شود تا بار الکتریکی آن  $+1 \mu C$  شود.

۳ - گزینه ۲ برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2 = Q$  باید صفر باشد. بار  $q_1$  الزاماً بار  $q_2$  را جذب می‌کند بنابراین باید بارهای  $q_1$  و  $q_2$  آن را دفع کنند. بنابراین  $q$  و  $Q$  همنام خواهند بود.

$$\begin{cases} F_{12} = F_{22} = k \frac{qQ}{a^2} \\ F_{12,22} = 2F = F_{12} \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow F_{12,22} = 2 \left( \frac{kqQ}{a^2} \right) \cos \frac{90^\circ}{2} = \sqrt{2} \frac{kqQ}{a^2} \end{cases}$$

$$F_{F2} = F_{12,22} \Rightarrow k \frac{\frac{1}{2} Q Q}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \frac{kqQ}{a^2} \Rightarrow \frac{Q}{q} = 4\sqrt{2}$$



برآیند  $F_{12}$  و  $F_{22}$  با  $F_{F2}$  برابر است.

۴ - گزینه ۲

روش اول:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \rightarrow 4 = \frac{(9 \times 10^9) \times |q_1| \times |q_2| \times 10^{-12}}{(0.3)^2} \rightarrow |q_1||q_2| = 40$$

که فقط در گزینه‌ی (۲) حاصل ضرب اندازه‌ی بارها برابر ۴۰ می‌باشد.

روش دوم:

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 4 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1 q_2| \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow |q_1 q_2| = 40 \quad (1)$$

$$\text{بعد از تماس: } q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = 3 \Rightarrow q_1 + q_2 = 6 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{cases} q_1 q_2 = 40 \\ q_1 + q_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow q_1(q_1 - 6) = 40 \Rightarrow q_1^2 - 6q_1 - 40 = 0$$

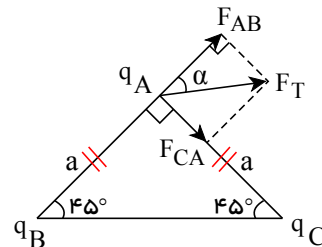
ریشه یا جواب این معادله برابر  $10 \mu C$  و  $-4 \mu C$  است.

۵ - گزینه ۱

$$F_{CA} = \frac{kq_A q_C}{r^2} = \frac{k \times q \times q}{a^2} = k \frac{q^2}{a^2} = F$$

$$F_{BA} = k \frac{q_B q_A}{r^2} = \frac{k \times \sqrt{3}q \times q}{a^2} = \sqrt{3} \times k \frac{q^2}{a^2} = \sqrt{3}F$$

$$\tan \alpha = \frac{F}{F\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$



۶ - گزینه ۴

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{F}{2F} = \left(\frac{r_2}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{r_2}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{r_2}{r}$$

$$r_2 = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}r$$

۷ - گزینه ۴ پس از تماس دو کره فلزی هم اندازه و مشابه، بارهای آن ها با هم برابر می شوند. پس:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{15 + 5}{2} = 10 \mu C$$

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r=r'} \frac{F'}{F} = \frac{10 \times 10}{5 \times 15} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \Delta F = F' - F = \frac{4}{3}F - F \Rightarrow \Delta F = \frac{1}{3}F \times 100\% \Rightarrow \Delta F = 33.3\%F$$

۸ - گزینه ۳

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{kq^2}{r^2}$$

$$F' = k \frac{(q - 0.25q)(q + 0.25q)}{r^2} = k \frac{(q^2 - \frac{1}{16}q^2)}{r^2} = \frac{15}{16} \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow F' = \frac{15}{16}F$$

راه حل دوم:

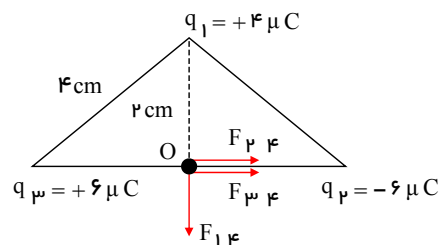
$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F' = \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4}\right)F = \frac{15}{16}F$$

۹ - گزینه ۴ ابتدا نیروی  $F_{23}$  و  $F_{32}$  که مساوی و هم جهت هستند را حساب کرده و برآیند می گیریم.

$$F_{23} = F_{32} = \frac{kq_2 q_3}{r^2} = \frac{9 \times 10^{-9} \times 6 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(\sqrt{12} \times 10^{-2})^2}$$

$$= \frac{54 \times 10^{-21}}{12 \times 10^{-4}} = 4.5 \times 10^{-1} = 45N$$

$$F_{23} = F_{32} = 45 + 45 = 90N$$



برای محاسبه ی  $F_{14}$ ، ابتدا فاصله ی  $q_1$  و  $q_4$  را حساب می کنیم و داریم:

$$3^2 = 2^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{12} \Rightarrow F_{1,4} = \frac{kq_1 q_4}{r^2} = \frac{9 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = \frac{36 \times 10^{-21}}{4 \times 10^{-4}} = 90N$$

و در نهایت دو بردار عمود بر هم داریم ( $F_{23}$ ,  $F_{32}$  و  $F_{14}$ ) که برآیند آن ها برابر است با:

$$F_T = \sqrt{(90)^2 + (90)^2} \Rightarrow F_T = 90\sqrt{2}N$$



$$\Rightarrow L_{Fe} = 2503mm = 2,503m$$

۱۵ - گزینه ۱ حجم مایع بیرون ریخته شده از ظرف دقیقاً برابر حجم قطعه فلز است.

$$V_{\text{کل}} = V_{\text{فلز}} \Rightarrow \frac{m_{\text{کل}}}{\rho_{\text{کل}}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} \Rightarrow \frac{160g}{0,8} = \frac{m_{\text{فلز}}}{2,7} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = \frac{2,7 \times 160}{0,8} = 540g$$

۱۶ - گزینه ۳ وقتی ظرف با شتاب قائم  $a$  تندشونده و به طرف پایین حرکت می کند، شتاب قائم حاکم بر آن  $(g')$  برابر است با:  $g' = g - a$  بنابراین داریم:

$$\Delta P = \rho g (\Delta h) \Rightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{g}{g'} \Rightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{g}{g - \frac{g}{3}} = \frac{g}{\frac{2}{3}g}$$

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta P_2 = \frac{2}{3} \Delta P_1$$

۱۷ - گزینه ۱ برای حل این سوال گام های زیر را طی می کنیم:

گام اول: صفحه با مساحت  $S_2$  دو برابر صفحه با مساحت  $S_1$  جرم دارد. در مرحله اول می خواهیم بررسی کنیم که با توجه به گرماهای داده شده کدام صفحه افزایش دمای بیشتری دارد. بنابراین داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \Rightarrow \frac{2Q_1}{Q_1} = \frac{2m_1}{m_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = 1$$

گام دوم: در مقایسه ی افزایش شعاع دو صفحه، به صورت زیر عمل می کنیم:

$$S_2 = 2S_1 \Rightarrow \pi(R_2)^2 = 2 \times \pi(R_1)^2 \Rightarrow R_2 = \sqrt{2}R_1 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \sqrt{2}$$

$$\Delta R = R\alpha\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta R_2}{\Delta R_1} = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \Rightarrow \frac{\Delta R_2}{\Delta R_1} = \sqrt{2}$$

تذکر: در گام اول با توجه به آنکه  $S_2 = 2S_1$  بوده و دو صفحه از یک ورقه ی مسی بریده شده اند، می توان گفت که  $m_2 = 2m_1$  می باشد.

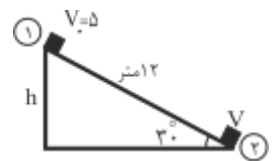
۱۸ - گزینه ۳ ابتدا حجم کره ی توپر به شعاع  $5cm$  را به دست می آوریم:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3} \times \pi \times (5)^3 = \frac{500}{3}\pi cm^3$$

حال با استفاده از رابطه ی چگالی می توانیم جرم کره را به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \rho \left( \frac{g}{cm^3} \right) = \frac{m}{\frac{500}{3}\pi (cm^3)} \rightarrow m = 1000\pi (g) = \pi (kg) \rightarrow m = 3,14kg$$

۱۹ - گزینه ۴



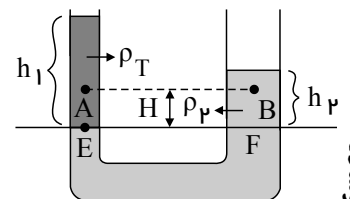
$$h = \frac{L}{2} = \frac{12}{2} = 6m$$

$$E_2 - E_1 = W_{f_k} \Rightarrow (K_2 + \cancel{U_{g_2}} + \cancel{U_{e_2}}) - (K_1 + U_{g_1} + \cancel{U_{e_1}})$$

$$\frac{1}{2}MV^2 - \left[ Mgh + \frac{1}{2}MV_0^2 \right] = W_{f_k}$$

$$\frac{1}{2} \times 2(8)^2 - \left[ 2 \times 10 \times 6 + \frac{1}{2} \times 2 \times 25 \right] = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -81$$

۲۰ - گزینه ۴



\*نکته: فشار در نقاط هم تراز درون یک مایع ساکن برابر است بنابراین چون دو نقطه ی  $C$  و  $D$  هم تراز و در درون یک مایع ساکن اند پس:  $P_C = P_D$  اما دو نقطه ی  $A$  و  $B$  هم تراز هستند ولی در داخل دو مایع ساکن قرار دارند. در این حالت فشار دو نقطه در درون مایع ها از رابطه ی  $P = \rho gh$  مقایسه می شود. باتوجه به هم فشاری دو نقطه ی  $E$  و

$F$  داریم:

$$\begin{cases} P_E = P_A + \rho_1 gh \\ P_F = P_B + \rho_2 gh \end{cases} \xrightarrow{P_E = P_F} P_A + \rho_1 gh = P_B + \rho_2 gh \Rightarrow P_A = P_B + (\rho_2 - \rho_1)gh \xrightarrow{\rho_2 > \rho_1} P_A > P_B$$

\* البته باتوجه به گزینه‌ها و بدون حل هم می‌توان فهمید که گزینه ۴ درست است. چون حتماً  $P_A \neq P_B$ ،  $P_C = P_D$  این شرط فقط در گزینه ۴ برقرار است.

۲۱ - گزینه ۲ با توجه به رابطه‌ی انبساط حجمی جامدات ( $\Delta V = V_1 \alpha \Delta \theta$ ) برای به‌دست آوردن  $\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}$  ابتدا باید حجم اولیه هر کدام از کره‌ها ( $V_A, V_B$ ) را به‌دست آوریم. سپس با استفاده از رابطه‌ی گرمای داده شده به جسم ( $Q = mc\Delta\theta$ ) رابطه‌ی بین  $\Delta\theta_B$  و  $\Delta\theta_A$  را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} V_A = \frac{4}{3}\pi r_A^3 = \frac{4}{3}\pi \times 20^3 = \frac{4}{3}\pi \times 8000 \\ V_B = \frac{4}{3}\pi (r_{B\text{خارجی}}^3 - r_{B\text{داخلی}}^3) = \frac{4}{3}\pi (20^3 - 10^3) = \frac{4}{3}\pi \times 7000 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{8}{7}$$

به هر دو کره گرمای یکسانی داده‌ایم در نتیجه داریم:

$$Q_A = Q_B \rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \rightarrow m_A \Delta\theta_A = m_B \Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow{m = \rho V} \rho_A V_A \Delta\theta_A = \rho_B V_B \Delta\theta_B \rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{7}{8}$$

و در آخر داریم:

$$\Delta V = V_1 \alpha \Delta\theta \rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{8}{7} \times \frac{7}{8} = 1$$

۲۲ - گزینه ۱ نصف انرژی جنبشی گلوله موقع برخورد، صرف گرم کردن خود گلوله می‌شود. پس:

$$\frac{1}{2}K = Q \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m V^2 = m c \Delta\theta \Rightarrow \frac{1}{4} \times 400^2 = 125 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 320^\circ C = 320 K$$

۲۳ - گزینه ۳

گرمای عبوری از دیوار آجری و روکش چوبی برابر است، پس:

$$|Q_{\text{آجری}}| = |Q_{\text{چوبی}}| \Rightarrow \frac{kAt \cdot \Delta\theta}{L} = \frac{k'A't'\Delta\theta}{L'}, (A = A', t = t')$$

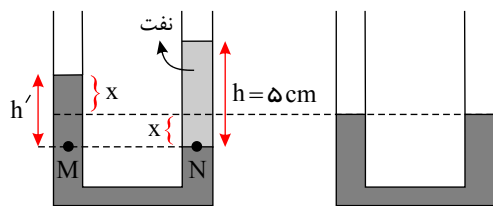
$$\frac{0.6 \times (\theta + 10)}{30} = \frac{0.8 \times (20 - \theta)}{1} \Rightarrow \theta = 14^\circ C$$

۲۴ - گزینه ۲

$$P_M = P_N \Rightarrow P_0 + \rho gh = P_0 + \rho' gh'$$

$$\Rightarrow \rho h = \rho' h' \Rightarrow 5 \times 0.8 = 1 \times h' = h' = 4 cm$$

با فرض آنکه سطح مقطع لوله در طرفین یکسان باشد:



$$h' = 2x \Rightarrow x = \frac{h'}{2} = 2 cm$$

۲۵ - گزینه ۱

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1 \times \frac{1}{3}V + \rho_2 \times \frac{2}{3}V}{V} = \frac{1}{3}\rho_1 + \frac{2}{3}\rho_2 = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

۲۶ - گزینه ۱ ابتدا فشار هوا را برحسب  $cm.Hg$  محاسبه می‌کنیم.

$$P_0 = (\rho gh)_{\text{هوا}} \Rightarrow 1.0336 \times 10^5 = 13.6 \times 10^3 \times 10 \times h$$

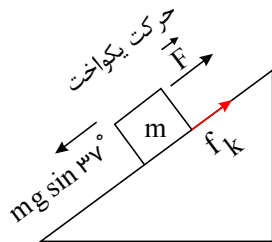
$$\Rightarrow h = 0.76 m \Rightarrow P_0 = 76 cm.Hg$$

اکنون براساس رابطه فشار در ته لوله  $P = P_0 + h_{Hg}$  داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \Rightarrow \frac{76 + h'}{76 + 4} = 2 \Rightarrow 76 + h' = 160 \Rightarrow h' = 84 \text{ cm}$$

۲۷ - گزینه ۲

تذکر: جهت حرکت عکس جهت نیروی  $F$  می باشد، بنابراین از ابتدا مشخص است که کار این نیرو منفی است و گزینه های ۳ و ۴ غلط هستند.



ابتدا دیاگرام آزاد جسم را رسم می کنیم:

حال قانون دوم نیوتون را برای این دستگاه می نویسیم:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F + f_k = mg \sin 37^\circ \Rightarrow F = mg \sin 37^\circ - mg \mu_k \cos 37^\circ$$

$$\Rightarrow F = 20 \times 10 \times 0.6 - \frac{1}{4} \times 20 \times 10 \times \frac{4}{5} \Rightarrow F = 80 \text{ N}$$

برای یافتن کار نیروی  $F$  داریم:

$$W = Fd \cos \alpha \xrightarrow{\alpha=180^\circ} W = 80 \times 2 \times (-1) = -160 \text{ J}$$

۲۸ - گزینه ۴ چون جهت حرکت مشخص نیست، می توان نتیجه گرفت نوع حرکت ممکن است هر سه مدل ذکر شده باشد و بنابراین  $h$  یا  $\Delta y$  نیز ممکن است افزایش یا کاهش یابد و یا حتی ابتدا کاهش و سپس افزایش بیابد و طبق رابطه  $W_{mg} = mgh$  می توان گفت  $W_{mg}$  نیز بسته به شرایط ممکن است افزایش، کاهش و یا ابتدا کاهش و سپس افزایش بیابد.

۲۹ - گزینه ۳ چون اصطکاک نداریم ( $W_f = 0$ ) می توان از اصل پایستگی انرژی بین نقطه پرتاب و نقطه مورد نظر استفاده کرد:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2} m V_0^2 = U_2 + \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{3}{2} U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m (30)^2 = \frac{3}{2} \times mgh \Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

۳۰ - گزینه ۲

چون اصطکاک نداریم ( $W_f = 0$ ) می توان از اصل پایستگی انرژی بین نقاط  $A$  و  $B$  استفاده کرد:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2} m V_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2} m V_B^2 \Rightarrow gh_A + \frac{1}{2} V_A^2 = gh_B + \frac{1}{2} V_B^2$$

$$10 \times 4 + \frac{1}{2} (2)^2 = 10 \times 1 + \frac{1}{2} V_B^2 \xrightarrow{\text{با ضرب طرفین در 2}} 80 + 4 = 20 + V_B^2 \Rightarrow V_B^2 = 64 \Rightarrow V_B = \sqrt{64} = 8 \text{ m/s}$$