

## پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۳ هر یک از پرانتزها را جداگانه ساده می کنیم.

$$\left(\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{5}}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[4]{5 \times 5^{\frac{1}{3}}}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[4]{5^{\frac{4}{3}}}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(5^{\frac{4}{12}}\right)^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = \underbrace{|\sqrt{5}-1|}_{+} = \sqrt{5}-1$$

پس داریم:  $\sqrt{5} - (\sqrt{5}-1) = x\sqrt{2} \rightarrow 1 = x\sqrt{2} \rightarrow x = 1$

۲- گزینه ۴

$$x=4 \Rightarrow 4+a = \sqrt{20-16} \Rightarrow a = -2$$

$x=4$  ریشه‌ی معادله است، پس در معادله صدق می کند:

$$x-2 = \sqrt{5x-x^2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 - 4x + 4 = 5x - x^2 \Rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{9}{2} \xrightarrow{x_1=4} 4 + x_2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}$$

$x_2 = \frac{1}{2}$  در معادله صدق نمی کند ( $x-2 = \sqrt{5x-x^2}$ ) پس به عنوان ریشه محسوب نمی شود.

۳- گزینه ۱ در طرف چپ و راست مخرج مشترک می گیریم:

$$\frac{(x-1)^2 - (x+1)^2}{(x+1)(x-1)} = ax \left( \frac{x+1 - (x-1)}{x+1} \right) \Rightarrow \frac{-4x}{(x+1)(x-1)} = ax \left( \frac{2}{x+1} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{2ax}{x+1} + \frac{4x}{(x+1)(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{2x}{x+1} \left( a + \frac{2}{x-1} \right) = 0$$

فلکتور

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{2x}{x+1} = 0 \Rightarrow x = 0 \\ a + \frac{2}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{2}{x-1} = -a \Rightarrow \frac{2}{-a} = x-1 \Rightarrow x = 1 - \frac{2}{a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{قدر مطلق تفاضل جوابها} = \left| 1 - \frac{2}{a} - 0 \right| = 2 \Rightarrow \begin{cases} 1 - \frac{2}{a} = 2 \rightarrow \frac{2}{a} = -1 \rightarrow a = -2 \\ 1 - \frac{2}{a} = -2 \rightarrow \frac{2}{a} = 3 \rightarrow a = \frac{2}{3} \end{cases}$$

۴- گزینه ۱

$$x + \frac{1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2 \rightarrow \frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2$$

(هرگاه مجموع دو عدد که عکس یکدیگر می باشند برابر ۲ باشد حتماً آن دو عدد، یک می باشند).

$$\frac{x^2+1}{x} = 1 \rightarrow x^2+1 = x \rightarrow x^2-x+1 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 = -3 < 0 \rightarrow \text{ریشه‌ی حقیقی ندارد}$$

۵- گزینه ۴

$$\frac{۴}{x+۲} + \frac{۴}{x-۲} = x \Rightarrow \frac{۴(x-۲) + ۴(x+۲)}{(x+۲)(x-۲)} = x \Rightarrow \frac{۸x}{x^2-۴} = x$$

$$\frac{۸x}{x^2-۴} - x = 0 \Rightarrow x \left( \frac{۸}{x^2-۴} - 1 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{۸}{x^2-۴} = 1 \Rightarrow x^2 - 4 = 8 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{3} \\ x = 0 \end{cases}$$

هیچ کدام از این جواب‌ها ریشه‌ی مخرج معادله نیستند، پس هر سه قابل قبول هستند.

۶- گزینه ۱  $x = ۳$  جواب معادله است بنابراین در معادله صدق می‌کند.

$$x = ۳ \xrightarrow{\text{معادله}} \frac{a}{۹+۶-۳} + \frac{a}{۶-۲} = \frac{۳-۱}{۹+۳-۶} \rightarrow \frac{a}{۱۲} + \frac{a}{۴} = \frac{۱ \times ۱۲}{۳} \rightarrow a + 3a = 4 \rightarrow 4a = 4 \rightarrow a = 1$$

حال،  $a = 1$  را در معادله جایگزین می‌کنیم.

$$a = 1 \rightarrow \frac{1}{(x+۳)(x-1)} + \frac{1}{۲(x-1)} = \frac{x-1}{(x+۳)(x-۲)} \xrightarrow{\times 2(x+3)(x-1)(x-2)} 2x - 4 + (x+3)(x-2) = 2(x-1)^2$$

$$\rightarrow 2x - 4 + x^2 - 2x + 3x - 6 = 2x^2 - 4x + 2 \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow (x-4)(x-3) = 0 \rightarrow x = 3, x = 4$$

بنابراین  $\beta = 4$  است پس  $\beta^2 + \beta = 16 + 4 = 20$  است.

۷- گزینه ۲ ابتدا توان منفی را وارون می‌نماییم تا به توان مثبت تبدیل شود.

$$\frac{x}{a-x} - \frac{a-x}{x} = ax^{-1} \rightarrow \frac{x}{a-x} - \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$$

با فرض  $a \neq 0$  و  $x \neq 0$  طرفین را در  $x(a-x)$  ضرب می‌نماییم:

$$\frac{x(a-x)}{x(a-x)} \rightarrow x^2 - (a-x)^2 = a(a-x) \rightarrow x^2 - (a^2 - 2ax + x^2) = a^2 - ax$$

$$\rightarrow 3ax - 2a^2 = 0 \rightarrow a(3x - 2a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ 3x - 2a = 0 \rightarrow x = \frac{2a}{3} \end{cases}$$

۸- گزینه ۳

$$\frac{x+۲}{x-۲} - \frac{x-۲}{x+۲} = ۴x \left( 1 - \frac{x-۲}{x+۲} \right) \rightarrow \frac{x+۲}{x-۲} - \frac{x-۲}{x+۲} = ۴x \left( \frac{x+۲-x+۲}{x+۲} \right)$$

$$\rightarrow \frac{(x+۲)^2 - (x-۲)^2}{(x+۲)(x-۲)} = ۴x \left( \frac{۴}{x+۲} \right) \rightarrow \frac{x^2 + 4 + 4x - (x^2 + 4 - 4x)}{(x+۲)(x-۲)} = \frac{16x}{x+۲} \rightarrow \frac{8x}{x-۲} = 16x$$

$$\rightarrow \frac{8x}{x-۲} - 16x = 0 \rightarrow x \left( \frac{۸}{x-۲} - 16 \right) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{۸}{x-۲} = 16 \rightarrow 16x - 32 = 8 \rightarrow 16x = 40 \rightarrow x = \frac{40}{16} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

هر دو جواب بدست آمده قابل قبول هستند زیرا مخرج هیچ کسری را صفر نمی‌کنند.

۹- گزینه ۲ ریشه‌های یک معادله در معادله صدق می‌کند، لذا کافیت  $x = 1$  را در معادله قرار دهیم.

$$\frac{1}{x+۲} + \frac{۶}{k} = \frac{۳x}{x-۲} \xrightarrow{x=1} \frac{1}{۳} + \frac{۶}{k} = -۳ \xrightarrow{\times 3k} k + 18 = -9k$$

$$\rightarrow -1 \cdot k = 18 \rightarrow k = -\frac{18}{1} = -1,8$$

۱۰- گزینه ۱

برای حل ابتدا یکی از رادیکال‌ها را به طرف دوم منتقل می‌نماییم.

$$\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-5} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} x+1 = 1+2x-5+2\sqrt{2x-5}$$

$$\rightarrow -x+5 = 2\sqrt{2x-5} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} x^2 - 10x + 25 = 4(2x-5)$$

$$\rightarrow x^2 - 10x + 25 = 8x - 20 \rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0$$

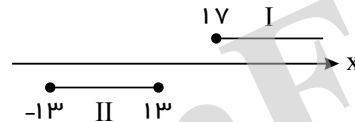
$$(x-3)(x-15) = 0 \begin{cases} x=3 \rightarrow k=3 \\ \text{غ ق ق } x=15 \end{cases}$$

حال باید معادله‌ی نهائی را بسازیم و حل کنیم:

$$\sqrt{x+k} = k \xrightarrow{k=3} \sqrt{x+3} = 3 \xrightarrow{(\quad)^2} x+3 = 9 \rightarrow x = 6$$

۱۱- گزینه ۴ یکی روش‌های حل معادلات رادیکالی تعیین دامنه تابع می‌باشد.

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{169-x^2} = x-17 \quad x-17 \geq 0 \rightarrow x \geq 17 \quad (I) \\ 169-x^2 \geq 0 \\ x^2 \leq 169 \rightarrow |x| \leq 13 \rightarrow -13 \leq x \leq 13 \quad (II) \end{aligned} \right\}$$



$$(I) \cap (II) = \emptyset$$

معادله فاقد ریشه است.

۱۲- گزینه ۳ ابتدا ریشه معادله را در معادله جایگذاری می‌نماییم:

$$\frac{(x^2+1)^2}{(x+k)^2} = \frac{3x+1}{(k+2)^2} + 2 \xrightarrow{x=2} \frac{(2^2+1)^2}{(2+k)^2} = \frac{3(2)+1}{(k+2)^2} + 2 \rightarrow \frac{25}{(2+k)^2} = \frac{7+2(k+2)^2}{(k+2)^2}$$

می‌توان عامل را از مخرج دو طرف حذف نمود چون مخالف صفر است:

$$25 = 7 + 2(k+2)^2 \rightarrow 2(k+2)^2 = 18 \rightarrow (k+2)^2 = 9$$

$$\rightarrow |k+2| = 3 \begin{cases} k+2 = +3 \rightarrow k = 1 \\ k+2 = -3 \rightarrow k = -5 \end{cases}$$

۱۳- گزینه ۳

$$\frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = \frac{5}{2x-1} + 5 \rightarrow \frac{(x-1)(x-2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{5+10x-5}{2x-1} \rightarrow \frac{x-2}{x+1} = \frac{10x}{2x-1}$$

$$\rightarrow 2x^2 - x - 4x + 2 = 10x^2 + 10x \rightarrow 8x^2 + 15x - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 225 + 64 = 289 \Rightarrow x_1 = \frac{-15+17}{16} = \frac{1}{8} \quad x_2 = \frac{-15-17}{16} = -2$$

ریشه‌ی بزرگتر،  $\frac{1}{8}$  است.

$$\frac{x}{x-2} + \frac{x+1}{x+2} = \frac{a}{x^2-4} \rightarrow \frac{x(x+2) + (x-2)(x+1)}{(x+2)(x-2)} = \frac{a}{(x+2)(x-2)}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + x^2 + x - 2x - 2 = a \Rightarrow 2x^2 + x - 2 - a = 0$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = -\frac{3}{2} \rightarrow \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \rightarrow \frac{-2-a}{2} = \frac{-3}{2} \rightarrow a = 1$$

$a = 1$  را در معادله‌ی درجه‌ی دوم قرار می‌دهیم:

$$2x^2 + x - 3 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \rightarrow |1 - (-\frac{3}{2})| = \frac{5}{2} \end{cases}$$

۱۵ - گزینه ۱  $x = 0$  جواب معادله است بنابراین در معادله صدق می‌کند.

$$x = 0 \xrightarrow{\text{صدق}} \frac{a}{6} + \frac{1}{2} = \frac{a+2}{4} \xrightarrow{\times 12} 2a + 6 = 3a + 6 \rightarrow a = 0$$

۱۶ - گزینه ۳ برای حل بهتر است رادیکال‌ها در دو طرف تساوی قرار گیرند

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4} = 1 \rightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{x+4} + 1$$

به توان ۲ می‌رسانیم

$$\rightarrow x+1 = x+4+1+2\sqrt{x+4} \rightarrow 2\sqrt{x+4} = -4 \rightarrow \sqrt{x+4} = -2$$

با توجه به معادله هیچ ریشه‌ای وجود ندارد.

۱۷ - گزینه ۱ برای محاسبه مقدار  $x$  ابتدا باید بین دو کسر طرف اول مخرج مشترک بگیریم:

$$\frac{1}{5+\sqrt{x}} + \frac{1}{5-\sqrt{x}} = \frac{10}{x^2+5} \rightarrow \frac{(5-\sqrt{x}) + (5+\sqrt{x})}{(5+\sqrt{x})(5-\sqrt{x})} = \frac{10}{x^2+5} \rightarrow \frac{10}{25-x} = \frac{10}{x^2+5}$$

$$x^2+5 = 25-x \rightarrow x^2+x-20 = 0 \rightarrow (x+5)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -5 \end{cases} \text{ غ ق ۵}$$

با جایگذاری در معادله مشخص می‌شود فقط  $x = 4$  قابل قبول است.

۱۸ - گزینه ۴

$$\sqrt{3x^2+2x-1} + \sqrt{3x^2+2x+2} = 1$$

$$3x^2+2x-1 = t \rightarrow 3x^2+2x+2 = t+3$$

$$\rightarrow \sqrt{t} + \sqrt{t+3} = 1 \rightarrow \sqrt{t+3} = 1 - \sqrt{t} \xrightarrow{\text{توان ۲}} t+3 = 1+t-2\sqrt{t}$$

$$\rightarrow 2\sqrt{t} = -2 \rightarrow \sqrt{t} = -1 \rightarrow \text{معادله جواب ندارد.}$$

۱۹ - گزینه ۱

$$\sqrt{4x-3} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x-3+3x+1-2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1}) = 2-x$$

$$\rightarrow 7x-2+x-2 = 2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1}) \rightarrow 8x-4 = 2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1})$$

$$\rightarrow 4x-2 = (\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1}) \xrightarrow{\text{توان ۲}} 16x^2-16x+4 = 12x^2+4x-9x-3$$

$$\rightarrow 4x^2 - 11x + 7 = 0 \xrightarrow{4+(-11)+7=0} \begin{cases} x=1 \rightarrow \sqrt{1} - \sqrt{4} = \sqrt{1} \text{ (غیر قابل قبول)} \\ x=\frac{7}{4} \rightarrow \sqrt{4} - \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ (غیر قابل قبول)} \end{cases}$$

۲۰- گزینه ۲

$$\frac{1}{\sqrt{x-3}} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x-3}} = \frac{2}{\sqrt{x}} \rightarrow 2\sqrt{x-3} = \sqrt{x}$$

توان ۲

$$\rightarrow 4(x-3) = x \rightarrow 4x - x = 12 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow \boxed{x=4} \rightarrow 4 \in (3, 6)$$

AbadgaranEdu.ir