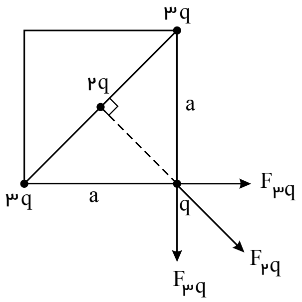
پاسخنامه تشریحی

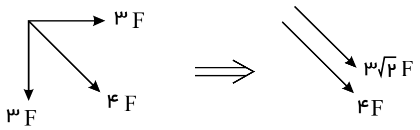
۱ ـ گزینه ۱ برآیند نیروهای وارد بر بارهای q و $۲q$ را به‌طور جداگانه حساب می‌کنیم:

برای ساده‌سازی اگر $F=\frac{kqq}{a^{۲}}$ باشد. طبق نکتهٔ $F \propto ۹ \times q' \times \frac{۱}{r^{۲}}$ خواهیم داشت: $\begin{cases} F_{۳q} = ۳F \\ F_{۲q} = ۴F \end{cases}$

نیروی برآیند وارد بر q



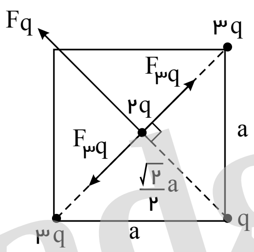
پس:



$\Rightarrow F_T = ۴F + ۳ \times \sqrt{۲}F \xrightarrow{\sqrt{۲}=۱٫۴} F_T = ۸٫۲F$

و برای بار $۲q$ داریم:

برایند نیروی وارد بر $۲q$

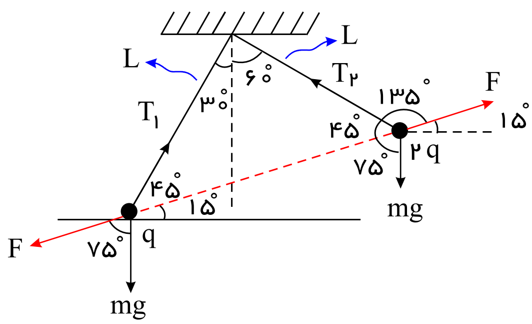


$\begin{cases} F_{۳q} \text{ ها خنثی می‌شود} \\ F_q = ۴F \end{cases} \Rightarrow F_T = F_q = ۴F$

سؤال نسبت نیروی برآیند را خواسته است، پس:

$$\frac{F_{Tq}}{F_{T۲q}} = \frac{۸٫۲F}{۴F} = ۲٫۰۵$$

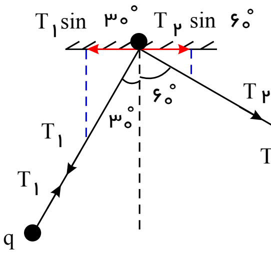
۲ ـ گزینه ۳ راه حل اول: با رسم نیروهای وارد بر هر یک از آونگ‌های باردار و با توجه به این که هر دو آونگ هم طول و در حال تعادل قرار دارند، با استفاده از قضیه سینوس‌ها داریم:



$$\begin{cases} \frac{T_۱}{\sin ۷۵^\circ} = \frac{F}{\sin ۱۵۰^\circ} \\ \frac{T_۲}{\sin ۱۰۵^\circ} = \frac{F}{\sin ۱۲۰^\circ} \end{cases} \xrightarrow{\sin ۱۰۵^\circ = \sin ۷۵^\circ} \frac{T_۱}{T_۲} = \frac{\sin ۱۲۰^\circ}{\sin ۱۵۰^\circ} = \frac{\sin ۶۰^\circ}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۳}$$

راه حل دوم: راه سریع تر استفاده از این نکته است که برایند نیرو ها در نقطه‌ی O محل اتصال نخ‌ها به سقف باید صفر باشد. در نتیجه داریم:

$T_۱ \sin ۳۰^\circ = T_۲ \sin ۶۰^\circ \Rightarrow \frac{T_۱}{T_۲} = \frac{\sin ۶۰^\circ}{\sin ۳۰^\circ} = \sqrt{۳}$



۳ ـ گزینه ۲

روش اول:

$$F = \frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲} \rightarrow ۴ = \frac{(۹ \times ۱۰^۹) \times |q_۱| \times |q_۲| \times ۱۰^{-۱۲}}{(۰{,}۳)^۲} \rightarrow |q_۱||q_۲| = ۴۰$$

که فقط در گزینه‌ی (۲) حاصل ضرب اندازه‌ی بارها برابر ۴۰ می‌باشد.

روش دوم:

قبل از تماس: $F = \frac{kq_۱q_۲}{r^۲} \Rightarrow ۴ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times |q_۱q_۲| \times ۱۰^{-۱۲}}{۹ \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow |q_۱q_۲| = ۴۰ \quad (۱)$

بعد از تماس: $q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = ۳ \Rightarrow q_۱ + q_۲ = ۶ \quad (۲)$

$$\xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} \begin{cases} q_۱q_۲ = ۴۰ \\ q_۱ + q_۲ = ۶ \end{cases} \Rightarrow q_۱(q_۱ - ۶) = ۴۰ \Rightarrow q_۱^۲ - ۶q_۱ - ۴۰ = ۰$$

ریشه یا جواب این معادله برابر $۱۰\mu C$ و $-۴\mu C$ است.

۴ ـ گزینه ۲ هرگاه مجموع دو کمیت ثابت باشد، حاصل ضرب آن‌ها زمانی بیشینه خواهد بود که دو مقدار با هم برابر باشند (این جا طبق پایستگی بار مجموع دو بار همواره ثابت است)

بنابراین نیروی کولنی بین دو بار باتوجه به رابطه‌ی $F = k\frac{q'_۱q'_۲}{r^۲}$ زمانی بیشینه است که $q'_۱ = q'_۲$ باشد،

یعنی بار کل $q_۱ + q_۲ = q_۱ + ۲q_۱ = ۳q_۱$ به یک اندازه بین بارها تقسیم شود.

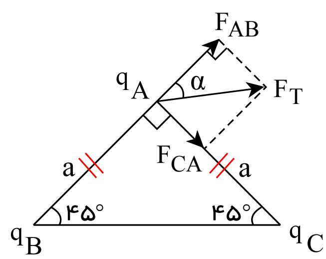
$q'_۱ = q'_۲ = \frac{۳q_۱}{۲}$

به عبارت دیگر بار جسم اول از $q_۱$ به $\frac{۳}{۲}q_۱$ افزایش یابد و به همین ترتیب بار جسم دوم از $۲q_۱$ به $\frac{۳}{۲}q_۱$ کاهش یابد.

درصد تغییرات بار جسم اول $\frac{\Delta q}{q_۱} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۳}{۲}q_۱ - q_۱}{q_۱} \times ۱۰۰ = \%۵۰$

درصد تغییرات بار جسم دوم $\frac{\Delta q}{q_۲} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۳}{۲}q_۱ - ۲q_۱}{۲q_۱} \times ۱۰۰ = -\frac{۱}{۴} \times ۱۰۰ = -\%۲۵$

۵ ـ گزینه ۱



$$F_{CA} = \frac{\kappa q_A q_c}{r^۲} = \frac{\kappa \times q \times q}{a^۲} = \kappa\frac{q^۲}{a^۲} = F$$

$$F_{BA} = \kappa\frac{q_B q_A}{r^۲} = \frac{\kappa \times \sqrt{۳}q \times q}{a^۲} = \sqrt{۳} \times \kappa\frac{q^۲}{a^۲} = \sqrt{۳}F$$

$$\tan\alpha = \frac{F}{F\sqrt{۳}} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ$$

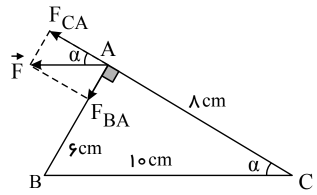
۶ ـ گزینه ۳ برای این که نیروی الکتریکی بین دو بار بیشینه شود باید اندازهٔ بارها با هم برابر شوند. (تا حاصل‌ضرب آن‌ها بیشینه شود.)

$$q'_۲ = q'_۱ \Rightarrow ۶q - x(۶q) = ۱{,}۲q + x(۶q) \Rightarrow ۱۲xq = ۴{,}۸q$$

$$\Rightarrow x = ۰{,}۴ \xrightarrow{\times ۱۰۰} x = ۴۰\%$$

۷ ـ گزینه ۴ قدم به قدم:

۱) در همین حالت داده شده در شکل ابتدا q_C را می‌یابیم:



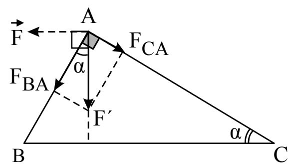
$(q_A < 0\ ,\ q_B > 0)$

$$\begin{cases} \tan\alpha = \dfrac{6cm}{8cm} = \dfrac{3}{4} \\ \tan\alpha = \dfrac{F_{BA}}{F_{CA}} = \dfrac{\dfrac{k|q_B||q_A|}{r_{AB}^2}}{\dfrac{k|q_C||q_A|}{r_{AC}^2}} = (\dfrac{|q_B|}{|q_C|})(\dfrac{8}{6})^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{3}{4} = (\frac{4}{3})^2(\frac{q_B}{q_C}) \rightarrow \frac{3}{4} = (\frac{4}{3})^2(\frac{\frac{3}{4}\mu}{|q_C|}) = \frac{4}{3}(\frac{1}{|q_C|})$$

$$\rightarrow 9|q_C| = 16 \rightarrow |q_C| = \frac{16}{9} \xrightarrow{q_C<0} q_C = -\frac{16}{9}\mu C$$

۲) در حالت دوم چون q_B تغییر نمی‌کند q_C باید تغییر علامت دهد و احتمالاً تغییر اندازه:



$$\tan\alpha = \frac{3}{4} = \frac{F_{CA}}{F_{BA}} = (\frac{|q_C|}{|q_B|})(\frac{6}{8})^2$$

$$\rightarrow 1 = (\frac{3}{4})(\frac{|q'_C|}{|q_B|}) \rightarrow |q_C| = \frac{4}{3}|q_B| = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow |q_C| = 1\mu C \rightarrow q'_C = +1\mu C$$

$$\Delta q_C = (+1) - (-\frac{16}{9}) = \frac{25}{9}\mu C$$

۸ ـ گزینه ۳

ابتدا طبق رابطهٔ قانون کولن نیروی بین دو بار را حساب می‌کنیم:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{9\times 10^9 \times q \times 4q}{r^2} = 36\times 10^{+9}\ \frac{q^2}{r^2} = 36\times 10^9(\frac{q}{r})^2$$

از طرف در صورت سؤال گفته شده $\frac{q}{r} = 10^{-6}$ بنابراین با جایگذاری در رابطهٔ بالا داریم:

$$F = 36\times 10^9 \times (10^{-6})^2 = 36\times 10^{+9}\times 10^{-12} = 36\times 10^{-3}N$$

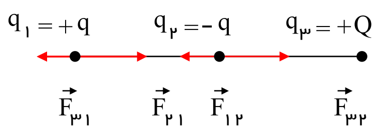
۹ ـ گزینه ۴ اندازه‌ی نیروی بین بارهای الکتریکی هم نام q_1 و $q_2 = 5q_1$ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r_2}\ ,\ k = 9\times 10^9\frac{N\cdot m}{C^2}\ ,\ r = 3m\ ,\ F = 0/2N$$

$$0/2 = \frac{9\times 10^9 \times 5q_1^{\ 2}}{3^2} \Rightarrow q_1^{\ 2} = 4\times 10^{-12} \Rightarrow q_1 = 2\times 10^{-6}C = 2\mu C$$

۱۰ ـ گزینه ۲

ابتدا نیروهای وارد بربار $+q$ و $-q$ را رسم کرده و سپس برآیند نیروهای وارد بر هر یک از بارها را به‌دست می‌آوریم:



برآیند نیروهای وارد بر بار $-q$ $\quad F_T = F_{32} - F_{12} = k\frac{qQ}{a^2} - k\frac{q^2}{a^2} = k\frac{q}{a^2}(Q-q)$

برآیند نیروهای وارد بر بار $+q$ $\quad F'_T = F_{21} - F_{31} = k\frac{q^2}{a^2} - k\frac{qQ}{(2a)^2} = k\frac{q}{a^2}(q - \frac{Q}{4})$

برای این که اندازه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بارهای $+q$ و $-q$ باهم برابر باشند داریم:

$$F'_T = F_T \Rightarrow k\frac{q}{a^2}(q-\frac{Q}{4}) = k\frac{q}{a^2}(Q-q) \Rightarrow q - \frac{Q}{4} = Q - q \Rightarrow 2q = Q + \frac{Q}{4}$$

$$\Rightarrow 2q = \frac{5}{4}Q \Rightarrow \frac{Q}{q} = \frac{8}{5}$$

۱۱ ـ گزینه ۳

نکته: بنابر اصل بقای بار الکتریکی، اگر دو کره‌ی باردار را به هم تماس داده جدا جدا کنیم، مجموع جبری بار کره ها قبل و بعد از تماس برابر است. یعنی:

$$\underbrace{q_1+q_2}_{\text{قبل از تماس}} = \underbrace{q'_1+q'_2}_{\text{بعد از تماس}} \xrightarrow{\text{برای گلوله‌های مشابه } q'_1=q'_2} 2q'_1 = q_1+q_2 \Rightarrow q'_1=\frac{q_1+q_2}{2}=q'_2$$

بنابراین در این سوال داریم:

$$F=K\frac{|q_1q_2|}{r^2} \Rightarrow 1.2\times 10^{-6} = 9\times 10^{9}\times \frac{q_1q_2}{9\times 10^{-2}}$$

$$q_1q_2 = 1.2\times 10^{-17} = 12\times 10^{-18}C^2 = 12nC^2 \quad (1)$$

(همینجا می توان فهمید که فقط گزینه ۳ است که ضریب q_1 و q_2 برابر ۲ می شود.)

$$\text{بعد از تماس}: q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2} \Rightarrow 4\times 10^{-9} = \frac{q_1+q_2}{2}$$

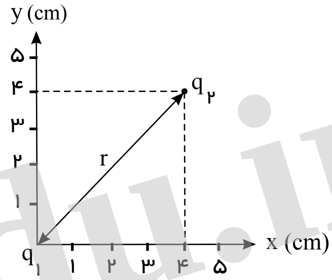
$$\Rightarrow q_1+q_2 = 8\times 10^{-9} = 8nC \quad (2)$$

$$(2),(1) \Rightarrow q_1(8-q_1)=12 \Rightarrow q_1^2-8q_1+12=0 \Rightarrow q_1=2nC \quad \text{یا} \quad q_1=6nC$$

در نتیجه بار اولیه‌ی گلوله‌ها برابر با $\begin{cases} q_1=2nC \\ q_2=6nC \end{cases}$ یا $\begin{cases} q_1=6nC \\ q_2=2nC \end{cases}$ می‌تواند باشد.

۱۲ ـ گزینه ۲ باید از رابطهٔ $F=\frac{kq_1q_2}{r^2}$ تعداد نیروی بین دو بار را حساب کنیم. ابتدا به کمک رابطهٔ فیثاغورث فاصلهٔ دو بار q_1 و q_2، (r) را حساب می‌کنیم:

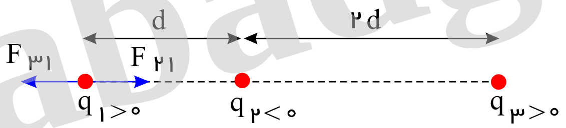
$$r^2=4^2+4^2=32 \to r=\sqrt{32}=\sqrt{2\times 16}=4\sqrt{2}cm$$
$$=4\sqrt{2}\times 10^{-2}m$$



حالا با جایگذاری در رابطهٔ نیرو داریم:

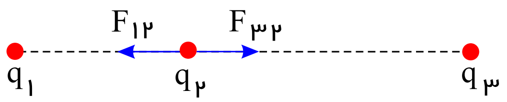
$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}=\frac{9\times 10^{9}\times 8\times 10^{-6}\times 4\times 10^{-6}}{(4\sqrt{2}\times 10^{-2})^2}=\frac{9\times 8\times 4\times 10^{-3}}{16\times 2\times 10^{-4}}=9\times 10^{1}=90N$$

۱۳ ـ گزینه ۴ اندازه برآیند نیروهای وارد بر q_1 برابر است با:



$$F_{21}=\frac{kq_1q_2}{d^2}=\frac{kq_1q_1}{d^2}, \quad F_{31}=\frac{kq_1q_3}{(3d)^2}=\frac{kq_1q_3}{9d^2} \Rightarrow F_{\text{خالص}q_1}=\frac{kq_1}{d^2}(q_1-\frac{q_3}{9})$$

برآیند نیروهای وارد بر q_2 برابر است با:



$$F_{12}=\frac{kq_1q_2}{d^2}=\frac{kq_1q_1}{d^2}, \quad F_{32}=\frac{kq_1q_3}{(2d)^2}=\frac{kq_1}{d^2}\frac{q_3}{4} \Rightarrow F_{\text{خالص}q_1}=\frac{kq_1}{d^2}(\frac{q_3}{4}-q_1)$$

اندازه این نیروهای برآیند با یکدیگر برابر است، بنابراین داریم:

$$|\sum F_2|=|\sum F_1| \Rightarrow \frac{kq_1}{d^2}(q_1-\frac{q_3}{9})=\frac{kq_1}{d^2}(\frac{q_3}{4}-q_1)$$

$$\Rightarrow q_1-\frac{q_3}{9}+\frac{q_3}{4}-q_1 \Rightarrow 2q_1-\frac{q_3}{4}+\frac{q_3}{9} \Rightarrow 2q_1=\frac{13q_3}{36} \Rightarrow \frac{q_3}{q_1}=\frac{72}{13}$$

۱۴ ـ گزینه ۳ طبق رابطهٔ کولن داریم:

$$F=\frac{kq_Aq_B}{r^2} \Rightarrow 2=\frac{9\times 10^{+9}\times |q_A|\times |q_B|}{(0.6)^2} \Rightarrow |q_A|\times|q_B|=80\times 10^{-12}C^2$$

از طرفی می‌دانیم پس از اتصال دو کره، بار نهایی آن‌ها برابر میانگین جبری بارهای اولیه است. پس:

$$\frac{q_A+q_B}{r}=8\mu C \to q_A+q_B=16\mu C$$

در صورت سؤال گفته شده که در ابتدا دو کرهٔ A و B یکدیگر را جذب کرده‌اند. پس بار اولیهٔ آن‌ها ناهم‌نام بوده است. بنابراین:

$$\begin{cases} q_A \times q_B = -80 \times 10^{-12} C^2 \\ q_A + q_B = 16 \times 10^{-6} C \end{cases}$$

با حل این دستگاه معادله خواهیم داشت:

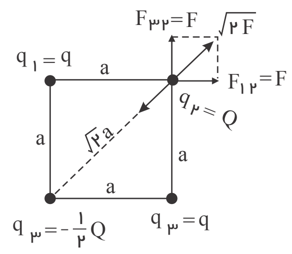
$q_A = -4\mu C\ ,\ \ q_B = +20\mu C$ و یا $q_A = +20\mu C\ ,\ \ q_B = -4\mu C$

و از آنجایی که در متن سؤال گفته شده پس از اتصال کلید الکترون‌ها از کرهٔ B به A رفته‌اند. پس بار کرهٔ B منفی بوده و جواب $q_B = -4\mu C$ و $q_A = 20\mu C$ صحیح است که نسبت آن‌ها برابر است با:

$$\frac{q_A}{q_B} = \frac{20}{-4} = -5$$

۱۵ - گزینه ۲

اگر فرض کنیم $Q > 0$ آنگاه:



$$q_2 = Q > 0$$
$$q_3 = -\frac{1}{2}Q < 0$$

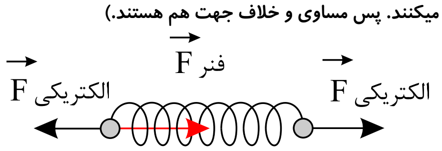
و برای خنثی‌شدن نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 می‌بایستی: $q_3 > 0, q_1 > 0 \Rightarrow q > 0$

$$\begin{cases} \vec{F}_{32} + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = \vec{0} \\ |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{32}| = F \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{32} = -(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}) \to |\vec{F}_{32}| = |-(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32})| \to \frac{k|q_3||q_2|}{(\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{2}F = \sqrt{2}\left(\frac{kqq_2}{a^2}\right) \to \frac{k\frac{Q}{2}Q}{2a^2} = \frac{\sqrt{2}(kqQ)}{a^2}$$

$$\to \frac{Q}{4} = \sqrt{2}q \to \frac{Q}{q} = 4\sqrt{2}$$

۱۶ - گزینه ۱

نیروی رانش الکتریکی بین دو ذره باردار، نیروی کشسانی فنر را تأمین می کند. بنابراین می توان نوشت: (در واقع چون بارها در حال تعادل هستند نیروی فنر و نیروی الکتریکی یکدیگر را خنثی میکنند. پس مساوی و خلاف جهت هم هستند.)



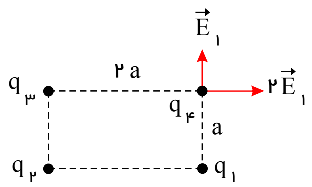
$$F_{\text{فنر}} = F_{\text{الکتریکی}} \xrightarrow[F_{\text{الکتریکی}} = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}]{F_{\text{فنر}} = k_{\text{فنر}}\Delta l} k_{\text{فنر}}\Delta l = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$\xrightarrow[k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\ ,\ r = 3\times10^{-2}m]{k_{\text{فنر}} = 100\frac{N}{m}\ ,\ q_L = 2\times10^{-7}C\ ,\ q_2 = 5\times10^{-7}C} 100\Delta l = 9 \times 0^9 \times \frac{2\times10^{-7}\times5\times10^{-7}}{9\times10^{-4}} \Rightarrow 100\Delta l = 1$$

$$\Rightarrow \Delta l = 0{,}01m \Rightarrow \Delta l = 1cm$$

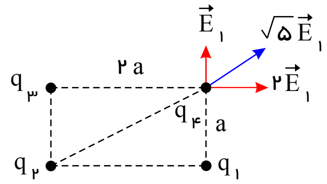
۱۷ - گزینه ۲ برای آنکه برآیند نیروهای وارد بر q_4 صفر شود، لازم است میدان در این نقطه صفر باشد.

از طرفی با توجه به این که میدان ناشی از بار q_2 در راستای قطر مستطیل است، می‌بایست برآیند میدان بارهای q_1 و q_3 نیز در راستای قطر باشد. به همین دلیل باید q_1 و q_3 هم‌نام و با q_2 ناهم‌نام باشند (چرا؟)



اگرمیدان q_1 در نقطه‌ی q_4، E_1 باشد، میدان q_3 باید در این نقطه $2E_1$ باشد تا برآیند آن‌ها بر قطر مستطیل منطبق باشد و بتواند توسط میدان q_2 خنثی شود؛ یعنی:

$$E_2=\sqrt{5}E_1 \Rightarrow k\frac{|q_2|}{(\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}\,k\frac{|q_1|}{1^2} \Rightarrow \left|\frac{q_2}{q_1}\right|=5\sqrt{5}$$

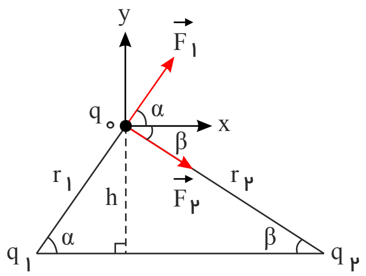


باید بارها نیز ناهمنام باشند. پس:

$$\frac{q_2}{q_1}=-5\sqrt{5}$$

۱۸ ـ گزینه ۳

با توجه به شکل زیر برای اینکه برایند نیروهای وارد بر بار q_0 در راستای محور x ها باشد، باید دو بار q_1 و q_2 حتماً ناهم‌نام باشند. فرض کنیم بار q_0 مثبت باشد (منفی هم باشد در پاسخ تأثیری ندارد) در این صورت شکل مقابل را در نظر بگیرید:



حال فرض می‌کنیم q_1 مثبت و q_2 منفی باشد.

برای اینکه برایند نیروها در راستای محور x ها باشد باید برآیند نیروها در راستای محور y ها صفر باشد.

$$F_y=0 \Rightarrow F_1\sin\alpha=F_2\sin\beta \Rightarrow \frac{k|q_1||q_0|}{{r_1}^2}\sin\alpha=\frac{k|q_2||q_0|}{{r_2}^2}\sin\beta$$

$$\begin{array}{l} r_1=\frac{h}{\sin\alpha} \\ r_2=\frac{h}{\sin\beta}\end{array} \Rightarrow \frac{|q_1|\sin\alpha}{\frac{h^2}{\sin^2\alpha}}=\frac{|q_2|\sin\beta}{\frac{h^2}{\sin^2\beta}} \Rightarrow |q_1|\sin^3\alpha=|q_2|\sin^3\beta$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|}=\frac{\sin^3\beta}{\sin^3\alpha} \xrightarrow{q_1q_2<0} \frac{q_1}{q_2}=-\frac{\sin^3\beta}{\sin^3\alpha}$$

۱۹ ـ گزینه ۱

حالت اول : $\dfrac{\frac{9}{16}F}{F}=(\dfrac{r}{r+1})^2 \Rightarrow \dfrac{3}{4}=\dfrac{r}{r+1} \Rightarrow r=3cm$

حالت دوم : $\dfrac{F+25}{F}=(\dfrac{r}{r-1}) \Rightarrow \dfrac{F+25}{F}=(\dfrac{3}{2})^2 \Rightarrow F=20N$

۲۰ ـ گزینه ۲

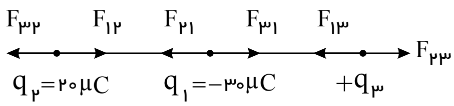
$$F_{12}=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 0/8=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times q_2}{(30\times10^{-2})^2} \Rightarrow q_2=4\times10^{-6}C$$

$$\left.\begin{array}{l} E_1=\dfrac{kq_1}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times3\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2}=3\times10^5N/C \\ E_2=\dfrac{kq_2}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2}=4\times10^5N/C \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow[\text{عمود بر هم}]{E_2,E_1} E_T=10^5\sqrt{3^2+4^2}=5\times10^5N/C$$

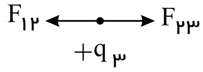
۲۱ ـ گزینه ۱

نیروهای وارد بر هر بار مشخص می‌کنیم . به بار q_3 نگاه کنید. بدیهی است که $\vec{F}_{13}$ باید خلاف جهت $\vec{F}_{31}$ باشد و $\vec{F}_{23}$ هم خلاف جهت $\vec{F}_{32}$. با این شرط که:



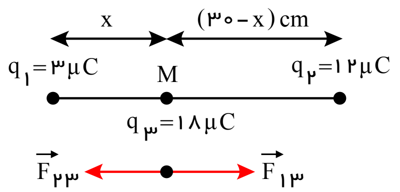
$$\begin{cases}\vec{F}_{23}=-\vec{F}_{32}\\ \vec{F}_{13}=-\vec{F}_{31}\end{cases}$$

از نظر مقدار: $\begin{cases} F_{23} = F_{12} \\ F_{21} = F_{31} \\ F_{21} = F_{12} \end{cases}$ در نتیجه: $F_{32} = F_{31}$ و در نتیجه $F_{23} = F_{13}$

بنابراین: 

$F_{13} = F_{23}$ و در نتیجه: $(\vec{F_t})_{q_3} = \vec{0}$

۲۲ ـ گزینه ۱

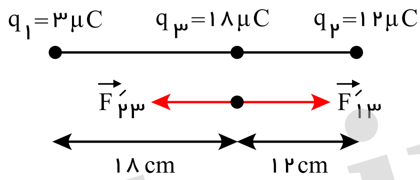


برایند نیروهای وارد بر بار q_3، روی خط واصل دوبار هم‌نام، در فاصلهٔ میان آن دو و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر صفر می‌شود.

در نقطهٔ M نیروی وارد بر بار q_3 از سوی دو بار دیگر، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k\frac{|q_2||q_3|}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{12}{(30-x)^2} \Rightarrow x = 10cm$$

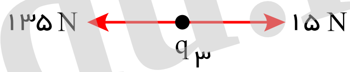
اگر q_3 را ۸ سانتی‌متر به بار بزرگ‌تر نزدیک کنیم، داریم:



$$F'_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{9\times 10^9 \times 3 \times 10^{-6} \times 18 \times 10^{-6}}{324 \times 10^{-4}} = 15N$$

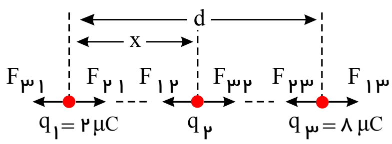
$$F'_{23} = k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = \frac{9\times 10^9 \times 12 \times 10^{-6} \times 18 \times 10^{-6}}{144 \times 10^{-4}} = 135N$$

$$F'_{T,3} = F'_{23} - F'_{13} = 135 - 15 = 120N$$



نیروی وارد از سوی دو بار q_1 و q_2 بر بار q_3 در خلاف جهت هم است، در نتیجه اندازهٔ برآیند این دو نیرو ۱۲۰ نیوتن می‌شود.

۲۳ ـ گزینه ۳ با توجه به این که برایند نیروهای الکترواستاتیکی وارد بر هر یک از بارها برابر صفر است پس علامت بار q_2 منفی می‌باشد.



$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k\frac{2\times q_2}{x^2} = k\frac{8\times q_2}{(d-x)^2} \Rightarrow 4x^2 = (d-x)^2 \quad (1)$$

$$F_{21} = F_{31} \Rightarrow k\frac{2\times q_2}{x^2} = k\frac{2\times 8}{d^2} \Rightarrow q_2 = 8\frac{x^2}{d^2} \quad (2)$$

رابطه‌ی (۱) $\Rightarrow 2x = d - x \Rightarrow 3x = d \Rightarrow x = \frac{d}{3}$

رابطه‌ی (۲) $\Rightarrow q_2 = 8\frac{x^2}{d^2} = 8\frac{\frac{d^2}{9}}{d^2} = \frac{8}{9}\mu C$

چون بار q_2 منفی است پس $q_2 = -\frac{8}{9}\mu C$ است.

۲۴ ـ گزینه ۱ از آن جایی که F بر وتر عمود است می توان زاویه های کناری F را تشخیص داد (که α و β هستند) حال اگر F را بر روی ضلع های مثلث تجزیه کنیم، هر کدام از نیرو های F_{21} و F_{31} ظاهر می شوند وداریم :

(یادآوری کنیم که) $(\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}})$

$$F\cos\beta = F_{21} \rightarrow F \times \frac{8}{10} = \frac{kq_1 q_2}{6^2} \Rightarrow q_2 = \frac{36 \times 0{,}8F}{kq_1}$$

$$F\cos\alpha = F_{31} \rightarrow F \times \frac{6}{10} = \frac{kq_1 q_3}{8^2} \Rightarrow q_3 = \frac{64 \times 0{,}6F}{kq_1}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_3} = \frac{36 \times 0{,}8F}{64 \times 0{,}6F} = \frac{3}{4}$$

از آن جایی که q_2 و q_3 هر دو q_1 را جذب کرده اند، پس هر دو هم نام اند.

۲۵ ـ گزینه ۲ ابتدا شرط صفر شدن نیروهای وارد بر q_1 را در نظر می‌گیریم:

q_3, q_2 ناهمنام $\rightarrow \vec{F}_{21} = \vec{F}_{31}$

برآیند نیروهای وارد بر q_2 برابر $+0{,}2\vec{i}$ است. پس: $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 0{,}2\vec{i}$

برآیند نیروهای وارد بر q_3 برابر خواهد شد با:

$$F_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \xrightarrow{\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{31} = \vec{F}_{21}} F_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{12} + (-\vec{F}_{22})$$

$$F_T=-(\underbrace{\vec F_{۱۲}+\vec F_{۳۲}}_{\text{برآیند نیروی وارد بر } q_۲})=-(۰٫۲)i=-۰٫۲i$$

۲۶ - گزینه ۴

$$F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow\frac{F_۱}{F_۲}\Rightarrow(\frac{r_۲}{r_۱})^۲\Rightarrow\frac{F}{۲F}=(\frac{r_۲}{r})^۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}=(\frac{r_۲}{r})^۲\Rightarrow\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{r_۲}{r}$$

$$r_۲=\frac{r}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}r$$

۲۷ - گزینه ۱ نیروهای وارد بر $+q$ از طرف $+q'$ و q'' را به ترتیب $\vec F'$ و $\vec F''$ می‌نامیم و برایند نیروهای وارد بر $+q$ را $\vec F_T$ می‌نامیم. داریم:

$$\begin{cases}\vec F_T=\vec F'+\vec F''=۵\vec F\\ \vec F'=\vec F\end{cases}\Rightarrow\vec F''=۴\vec F=۴\vec F'$$

باتوجه به رابطهٔ به دست آمده $(\vec F''=۴\vec F')$، نیروهای $\vec F''$ و $\vec F'$ هم‌جهت هستند و در نتیجه بارهای q' و q'' ناهم‌نام هستند.

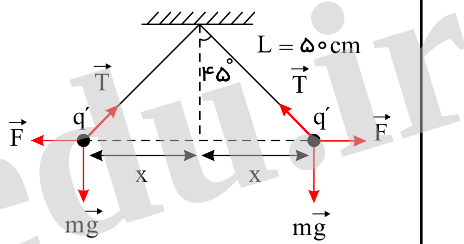
$$\vec F''=۴\vec F'\Rightarrow k\frac{|q''q|}{d^۲}=۴k\frac{|q'q|}{(۲d)^۲}\Rightarrow|q''|=|q'|\Rightarrow q''=-q'$$

پس پاسخ گزینهٔ ۱ است.

۲۸ - گزینه ۱ با توجه به اینکه گوی‌ها مشابه‌اند پس اندازه‌ی بار آن‌ها $(\frac{q}{۲})$ است و چون هم‌نام‌اند، یکدیگر را می‌رانند. در نتیجه مطابق شکل در این حالت به هر یک از گوی‌ها سه نیروی وزن ($m\vec g$)، کشش نخ ($\vec T$) و نیروی الکتریکی ($\vec F$) وارد می‌شود. همانطور که می دانیم اگر آونگی تحت اثر نیروی F به اندازه ی α منحرف شود $\tan\alpha=\frac{F}{mg}$ می‌توان نوشت:

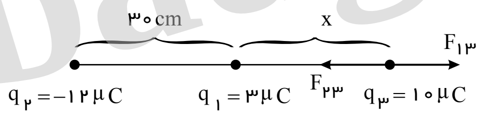
$$\tan ۴۵^\circ=\frac{F}{mg}\rightarrow۱=\frac{F}{mg}\rightarrow F=mg\rightarrow\frac{kq'^۲}{r^۲}=mg\quad(۱)$$

$$x=L\sin۴۵^\circ=۵۰\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۲۵\sqrt{۲}\,cm\rightarrow r=۲x=۵۰\sqrt{۲}\,cm$$



$$\xrightarrow{(۱)}\frac{۹\times۱۰^۹\times(\frac{q}{۲})^۲}{(۵۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲}=۰٫۱\times۱۰^{-۳}\times۱۰\rightarrow q^۲=\frac{۲}{۹}\times۱۰^{-۱۲}\rightarrow q=\frac{\sqrt{۲}}{۳}\times۱۰^{-۶}C$$

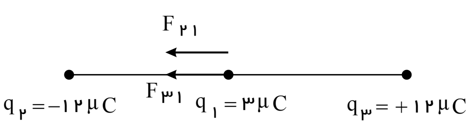
۲۹ - گزینه ۲ قدم اول: چون دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ مختلف‌العلامت هستند بنابراین برای اینکه نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$ از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ یکدیگر را خنثی کنند، بایستی این‌بار روی خط واصل دو بار $q_۱$ و $q_۲$ و در خارج فاصلهٔ دو بار و نزدیک به باری باشد که مقدار آن کوچک تر است یعنی:



قدم دوم: حال مقدار x(فاصلهٔ بار $q_۳$ تا بار $q_۱$) را می‌یابیم: $F_{۲۳}=F_{۱۳}$

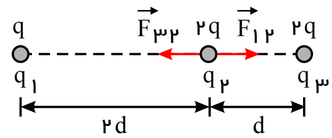
$$\rightarrow\frac{k|q_۲||q_۳|}{(۳۰+x)^۲}=\frac{k|q_۱||q_۳|}{x^۲}\rightarrow(\frac{۳۰+x}{x})^۲=|\frac{q_۲}{q_۱}|=|\frac{-۱۲\mu C}{۳\mu C}|=۴\rightarrow\frac{۳۰+x}{x}=۲\rightarrow\boxed{x=۳۰cm}$$

قدم سوم: حال برآیند نیروهای وارد بر بار $q_۱$ را می یابیم:



$$\rightarrow F_{۲۱}=F_{۳۱}=\frac{(۹\times۱۰^۹)(۱۲\times۱۰^{-۶})(۳\times۱۰^{-۶})}{(۳۰\times۱۰^{-۲})^۲}=۳٫۶N\rightarrow\boxed{F_{\text{کل}}=۲F_{۲۱}=۷٫۲N}$$

۳۰ - گزینه ۳ در حالت اول نیروهای وارد بر $q_۲$ را مشخص کرده و مقدار آنها را حساب می‌کنیم:

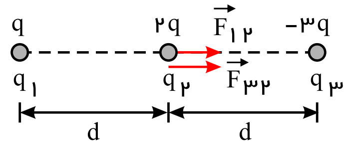


$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲}\Rightarrow F_{۱۲}=k\frac{q\times۲q}{۴d^۲}=۰٫۵k\frac{q^۲}{d^۲}$$

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۳۲}^۲}\Rightarrow F_{۳۲}=k\frac{۲q\times۲q}{d^۲}=۴k\frac{q^۲}{d^۲}$$

با توجه به این‌که این دو نیرو در خلاف جهت یکدیگرند، برایند آنها برابر با $F=۳٫۵k\frac{q^۲}{d^۲}$ می‌شود.

در حالت دوم نیز داریم:



$$F_{12} = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_{12} = k\frac{q \times 2q}{d^2} = 2k\frac{q^2}{d^2}$$

$$F_{32} = k\frac{|q_2||q_3|}{r_{32}^2} \Rightarrow F_{32} = k\frac{2q \times 3q}{d^2} = 6k\frac{q^2}{d^2}$$

با توجه به علامت بارها، این دو نیرو هم‌جهت بوده و برایند آنها $F' = 8k\frac{q^2}{d^2}$ می‌شود.

در نتیجه نسبت اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر q_2 در حالت دوم به حالت اول برابر است با:

$$\frac{F'}{F} = \frac{8k\frac{q^2}{d^2}}{3/5k\frac{q^2}{d^2}} = \frac{16}{7}$$