پاسخنامه تشریحی

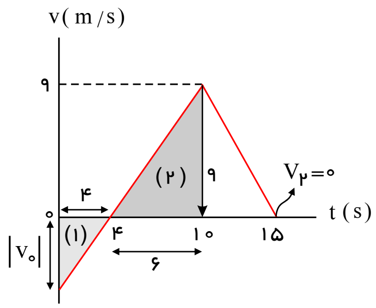
۱ ـ گزینه ۳ باتوجه به اینکه نمودار $x-t$ ، دو متحرک خط راست می‌باشد درنتیجه هر دوحرکت با سرعت ثابت انجام می‌دهند. پس ابتدا معادله حرکت دو متحرک رامی‌نویسیم و مختصات نقاط داده شده را در آنها جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_A = V_A t + x_{\circ A} \\ x_B = V_B t + x_{\circ B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۶۵۰ = V_A \times ۳۰ + x_{\circ A} \\ ۶۰۰ = V_B \times ۳۰ + x_{\circ A} + ۴۳۰ \end{cases}$$

با کم کردن دومعادله ازیکدیگر داریم:

$$۵۰ = ۳۰(V_A - V_B) - ۴۳۰ \Rightarrow ۴۸۰ = ۳۰(V_A - V_B) \Rightarrow V_A - V_B = ۱۶\frac{m}{s}$$

۲ ـ گزینه ۱



برای محاسبه‌ی شتاب متوسط از روی نمودار سرعت–زمان، از رابطه‌ی $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$ استفاده می‌کنیم. به همین منظور کافی است تا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت در لحظه‌ی $t = ۰$ را به دست آوریم:

$$\text{تشابه مثلث‌های (۱) و (۲) :}\quad \frac{۴}{۱۰ - ۴} = \frac{|v_۰|}{۹} \Rightarrow |v_۰| = ۶\frac{m}{s}$$

همان طور که از روی نمودار مشخص است، $v_۰$ عددی منفی است و می توان نوشت:

$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \Rightarrow v_۰ = -۶\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۱۵s \Rightarrow v_۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \bar{a} = \frac{۰ - (-۶)}{۱۵ - ۰} = ۰/۴\frac{m}{s^۲}$$

۳ ـ گزینه ۳ حرکت نسبت به لحظه تغییر جهت تقارن دارد (لحظهٔ $t = ۴s$). بنابراین در لحظهٔ $t = ۸s$ بزرگی سرعت برابر سرعت اولیه می‌شود.

۴ ـ گزینه ۴ با استفاده از رابطهٔ $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰ t + x_۰$، شتاب و سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$x = -۲t^۲ + ۱۲t - ۴۰ \rightarrow a = -۴ \;,\; V_۰ = ۱۲\frac{m}{s}$$

برای محاسبه‌ی مسافت طی شده باید ابتدا لحظه‌ی توقف متحرک را بدست بیاوریم:

$$V = at + V_۰ \Rightarrow V = -۴t + ۱۲ \xrightarrow[\text{شرط توقف}]{V=۰} ۰ = -۴t + ۱۲ \Rightarrow t = ۳(s)$$

حال مکان متحرک را در لحظات ابتدا، انتها و لحظه‌ی توقف بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \rightarrow x_۱ = -۴۰ \; (۱) \\ t_۲ = ۳ \rightarrow x_۲ = -۲۲ \; (۲) \\ t_۳ = ۵ \rightarrow x_۳ = -۳۰ \; (۳) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{(۱),(۲)} \Delta x_۱ = -۲۲ - (-۴۰) = ۱۸ \\ \xrightarrow{(۲),(۳)} \Delta x_۲ = -۳۰ - (-۲۲) = -۸ \end{cases} \Rightarrow d = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۲۶$$

مسافت طی شده برابر مجموع اندازه‌ی جابجایی‌های دو مرحله‌ی می‌باشد.

۵ ـ گزینه ۳ روش‌های متفاوتی وجود دارد. می‌توان از رسم نمودار $(V-t)$ و یافتن مساحت سطح زیر نمودار $(V-t)$ استفاده نمود.
یک روش مشخص نمودن سرعت در ابتدا و انتهای بازه‌های زمانی داده‌شده و یافتن جابه‌جایی‌های انجام شده در بازه است:

$$(\text{در بازهٔ زمانی صفر تا } ۱۰s) \Rightarrow \begin{cases} V_{(۱۰)} = at + V_۰ = (-۲)(۱۰) + ۳۰ = ۱۰\, m/s \\ V_{(۰)} = ۳۰\, m/s \end{cases}$$

$$(\text{در بازهٔ زمانی } ۱۰s \text{ تا } ۱۵s) \Rightarrow \Delta x_۱ = V\Delta t = V_{(۱۰)}\Delta t = ۱۰ \times ۵ = ۵۰m$$

$$(\text{در بازهٔ زمانی } 15s \text{ تا } 30s) \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_2 = (\frac{10+40}{2})(15) = 25 \times 15 = 375 \\ V_{(15)} = V_{(10)} = 10\, m/s \\ V_{(30)} = V_{(15)} + 2 \times 15 = 10 + 30 = 40\, m/s \end{cases}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 50 + 375 = 425 \rightarrow V_{aV} = \frac{425}{20} = 21/25$$

۶ ـ گزینه ۲

$$\bar{V}_A = \frac{\Delta x}{\Delta t_A}, \bar{V}_B = \frac{\Delta x}{\Delta t_B} \Rightarrow \frac{\bar{V}_A}{\bar{V}_B} = \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A t_A^2 = \frac{1}{2}a_B t_B^2 \Rightarrow (\frac{t_B}{t_A})^2 = \frac{a_A}{a_B} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{t_B}{t_A} = 2 \Rightarrow \frac{\bar{V}_A}{\bar{V}_B} = 2$$

۷ ـ گزینه ۱ متحرکی که با شتاب کم‌تر شروع به حرکت می‌کند، دیرتر به نقطه‌ی B می‌رسد و بنابراین ۳ ثانیه بیش‌تر در راه است، بنابراین داریم:

$$\frac{1}{2}a(t+3)^2 = \frac{1}{2}a'(t)^2 \xrightarrow[a'=8\frac{m}{s^2}]{a=2\frac{m}{s^2}} \frac{1}{2} \times 2 \times (t+3)^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times t^2 \Rightarrow t + 3 = 2t \Rightarrow t = 3\, s$$

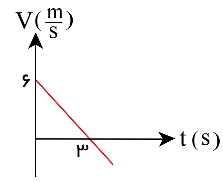
بنابراین متحرکی که با شتاب کم‌تر شروع به حرکت کرده، $6\, s$ در راه بوده است و داریم:

$$AB = \frac{1}{2}a(t+3)^2 \Rightarrow AB = \frac{1}{2} \times 2 \times (3+3)^2 = 36\, m$$

۸ ـ گزینه ۱

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_\circ t + x_\circ = -t^2 + 6t + 20 \Rightarrow a = -2\frac{m}{s^2}, V_\circ = 6\frac{m}{s}$$

$$V = at + V_\circ = -2t + 6$$

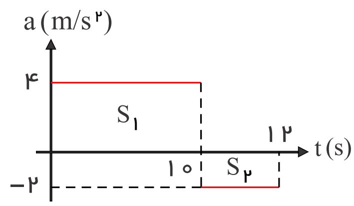


با توجه به نمودار سرعت–زمان حرکت متحرک قبل از $t = 3s$ کندشونده است.

۹ ـ گزینه ۴ برای حل این تست بهترین روش رسم نمودار سرعت زمان از روی نمودار شتاب زمان می‌باشد.

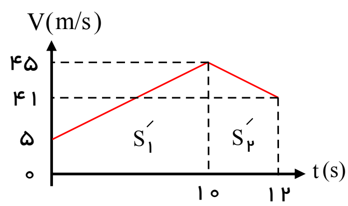
$$S_1 = \underset{(0-10)}{\Delta V} = V_{10} - V_\circ \Rightarrow 40 = V_{10} - 5 \Rightarrow V_{10} = 45$$

$$S_2 = \underset{(10-12)}{\Delta V} = V_{12} - V_{10} \Rightarrow -4 = V_{12} - 45 \Rightarrow V_{12} = 41$$



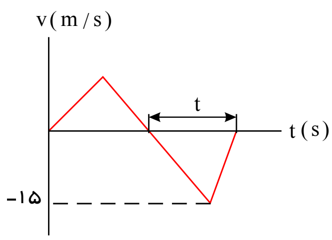
$$\Delta x = S'_1 + S'_2 = \frac{(5+45)\times 10}{2} + \frac{(45+41)\times 2}{2} = 336m$$

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28\frac{m}{s}$$



۱۰ ـ گزینه ۲ با توجه به نمودار اگر به اندازه t ثانیه جسم در خلاف جهت محور x حرکت کند داریم:

$$|\Delta x| = S = \frac{15 \times t}{2} \Rightarrow |\bar{V}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{\frac{15 \times t}{2}}{t} = 7/5\frac{m}{s}$$



۱۱ ـ گزینه ۴ در ابتدا متحرک A به دلیل سرعت کم‌تر از متحرک B عقب می‌افتد. جابه‌جایی متحرک‌ها را تا لحظهٔ $t = 11s$ به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \triangle x_A = \dfrac{2+12}{2} \times 5 + 12 \times (11-5) = 35 + 72 = 107m \\ \triangle x_B = 10 \times 11 = 110m \end{cases}$$

در لحظهٔ $t = 11s$ متحرک A هنوز به متحرک B نرسیده است و $3m$ از آن عقب‌تر است. فرض می‌کنیم در مدت t_0 بعد از لحظهٔ $t = 11s$، متحرک A به B برسد.

$$a_B = \frac{0-10}{16-11} = -2\ \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{cases} \triangle x_B = \dfrac{1}{2} a_B t_0^2 + V_{0B} t = -t_0^2 + 10t_0 \\ \triangle x_A = V_A t_0 = 12t_0 \end{cases}$$

$$\triangle x_A = \triangle x_B + 3 \Rightarrow 12t_0 = (-t_0^2 + 10t_0) + 3$$

$$\Rightarrow t_0^2 + 2t_0 - 3 = 0 \Rightarrow t_0 = 1s$$

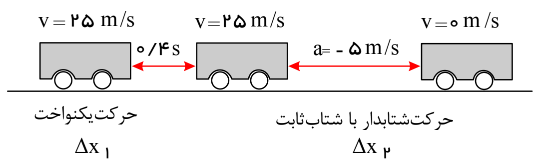
بنابراین A در لحظه $t' = t_0 + 11s$، یعنی در لحظهٔ $t' = 12s$ به B می‌رسد.

۱۲ ـ گزینه ۱

$$\bar{a} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{t=0 \ - \ t=5} V = 2t \xrightarrow{t=2} V_1 = 4 \\ \xrightarrow{t=10 \ - \ t=14} V = -\dfrac{10}{4}(t-10) \xrightarrow{t=12} V_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \bar{a} = \frac{5-4}{10} = \frac{1}{10}\frac{m}{s^2}$$

۱۳ ـ گزینه ۱ در مدت $0/4s$ اتومبیل با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت) و پس از آن با شتاب ثابت کندشونده حرکت می‌کند.



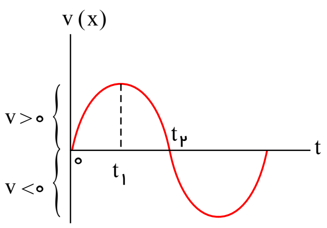
$$V_0 = 90 \div 3/6 = 25m/s$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = V_1 \Delta t_1 + \left|\frac{V_0^2}{2a}\right| = 25 \times 0/4 + \left|\frac{25^2}{2\times 5}\right| = 72/5$$

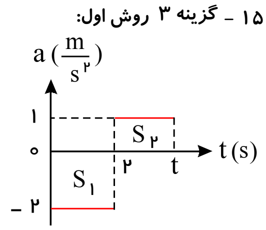
بنابراین از لحظه‌ای که راننده مانع را در ۸۰ متری خود می‌بیند تا توقف کامل $72/5m$ جابه‌جا می‌شود. در نتیجه اتومبیل در ۷/۵ متری مانع می‌ایستد.

۱۴ ـ گزینه ۱

از لحظه ی t_1 تا t_2 سرعت مثبت می باشد، بنابراین حرکت در جهت مثبت محور x ها است و چون شیب خط مماس بر نمودار که نشان دهنده شتاب است، منفی می باشد بنابراین $aV < 0$ یعنی حرکت کندشونده است. به عبارت دیگر چون قدر مطلق سرعت کم می شود بنابراین حرکت کندشونده است.



۱۵ ـ گزینه ۳ روش اول:



$$S_1 = \Delta V_1 = -2 \times 2 = -4\frac{m}{s}$$

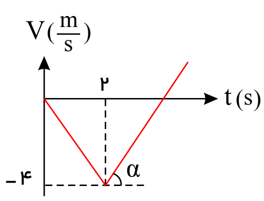
$$V_2 - V_0 = -4\frac{m}{s} \Rightarrow V_2 = -4\frac{m}{s}$$

$$\Delta V_2 = V_t - V_2 = S_2 \Rightarrow 0 - (-4) = 1 \times (t-2) \Rightarrow t = 6s$$

در لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر صفر می شود جهت آن تغییر می کند.

روش دوم: رسم نمودار $V - t$ از روی نمودار $a - t$: $a = +1 = \tan\alpha$ =شیب نمودار درقسمت دوم

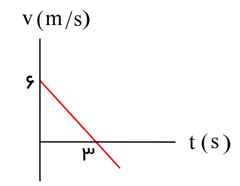
شیب نمودار در مرحله‌ی دوم همان شتاب متحرک است، بنابراین نمودار پس از ۴ ثانیه مجدداً از سرعت -4 به صفر می‌رسد ⇐ لحظه‌ی تغییر جهت $t = 6$ می باشد.



۱۶ ـ گزینه ۱

معادلهٔ مکان مربوط به حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. با توجه به آن معادل، سرعت ـ زمان را مشخص کرده و نمودار مربوط به آن را رسم می‌کنیم.

با توجه به نمودار مشخص می‌شود در لحظه‌های $t < 3$ حرکت به صورت کند شونده انجام می‌شود.

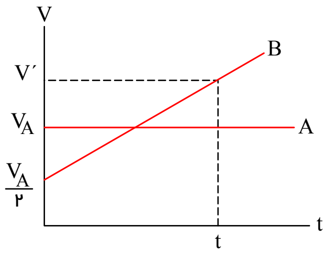


$$x=-t^2+6t+20 \xrightarrow[V_0=6\frac{m}{s}]{a=-2\frac{m}{s^2}} V=-2t+6$$

۱۷ ـ گزینه ۲ از رسم نمودار $(V-t)$ استفاده شود:

شرط این که اتومبیل A به B برسد این است که جابه‌جایی آنها از لحظهٔ سبقت اتومبیل A از B تا لحظهٔ رسیدن اتومبیل B به A با هم برابر باشد.)

$t=0$ را لحظه‌ای در نظر می‌گیریم که اتومبیل A از B سبقت می‌گیرد:



$$\Delta x_A=\Delta x_B \to V_A\cancel{t}=\left(\frac{V'+\frac{V_A}{2}}{2}\right)\cancel{t} \to 2V_A=V'+\frac{V_A}{2} \to V'=\frac{3}{2}V_A$$

۱۸ ـ گزینه ۴ اگر به شکل توجه کنید شیب خط مماس بر نمودار در $t=0$ منفی است. بنابراین: $V_0=-4m/s$ با توجه به نمودار مشخص است که رأس سهمی در $t=3s$ می‌باشد. از طرفی:

$$\to V=at+V_0 \to 0=a\times 3+(-4)$$

در بازهٔ زمانی صفر تا $4s$:

$$\to a=\frac{4}{3}m/s^2 \to \Delta V=a\Delta t=\frac{4}{3}\times(4-2)=\frac{8}{3}m/s \to \Delta V=\frac{8}{3}m/s$$

۱۹ ـ گزینه ۱

$$\triangle x=\frac{1}{2}at^2+V_0t$$

$$t=2s \Rightarrow \triangle x(\text{دو ثانیهٔ اول})=2a+2V_0=13$$

$$\Rightarrow a+V_0=6.5(I)$$

$$\begin{cases} t=4s \Rightarrow \triangle x_4=8a+4V_0 \\ t=6s \Rightarrow \triangle x_6=18a+6V_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle x(\text{دو ثانیهٔ سوم})=\triangle x_6-\triangle x_4=10a+2V_0=25$$

$$\Rightarrow 5a+V_0=12.5(II)$$

$$I,II \Rightarrow 4a=12.5-6.5 \Rightarrow a=1.5\frac{m}{s^2}$$

۲۰ ـ گزینه ۳ سرعت متحرک در لحظهٔ صفر را V_0 فرض می‌کنیم و سرعت متحرک در لحظه‌های $t=4s$ و $t=10s$ به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار شتاب – زمان متحرک داریم:

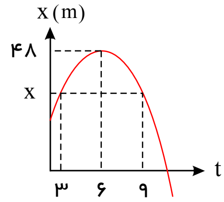
$$V=at+V_0 \Rightarrow \begin{cases} V_4=4\times 4+V_0=16+V_0 \\ V_{10}=-4\times 6+V_4=-24+16+V_0=-8+V_0 \end{cases}$$

$$\Delta x=\frac{V_2+V_1}{2}\times\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2=\frac{16+V_0+V_0}{2}\times 4+\frac{-8+V_0+16+V_0}{2}\times 6=56+10V_0$$

$$\Rightarrow 156=56+10V_0 \Rightarrow 100=10V_0 \Rightarrow V_0=10\frac{m}{s}$$

۲۱ ـ گزینه ۱ منحنی به صورت سهمی است، بنابراین نسبت به راس سهمی $(t=6s)$ تقارن دارد. پس مکان متحرک در لحظات $t=3$ و $t=9$ یکسان می‌باشند و جابجایی متحرک در این بازه صفر است.



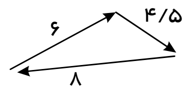
$$\Delta x_{(۳\to۹)} = ۰$$

۲۲ - گزینه ۱ می‌دانیم اگر طول سه بُردار (جابه‌جایی کمیتی برداری است.) در نامساوی مثلثی صدق کند، برآیند آنها می‌تواند صفر باشد؛

$$If :: \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{۰} \to \begin{cases} |b-c| \leq a \leq b+c \\ |a-c| \leq b \leq a+c \\ |a-b| \leq c \leq a+b \end{cases}$$

البته کافی است بزرگترین مقدار را مورد بررسی قرار دهیم. اگر نامساوی مربوطه صحیح بود نیازی به بررسی ۲ نامساوی دیگر نیست. بنابراین: $۶-۴ \leq ۸ \leq ۶+۴$

بنابراین: $(۲ \leq ۸ \leq ۱۰)$. پس می‌تواند برایند این سه جابه‌جایی صفر شود و در نتیجه کمترین سرعت متوسط متحرک:



$$(V_{av}) = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \to |\vec{V_{av}}| = \frac{|\vec{d}\,|}{\Delta t} \to |\vec{v_{av}}|_{min} = \frac{\cancel{d_{min}}^{\,۰}}{\Delta t} = ۰$$

۲۳ - گزینه ۲ مکان اولیه را $X=۰$ در نظر می‌گیریم. خودرو اول را A و خودرو دوم را B نشان می‌دهیم.

$$X_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + \cancel{V_A}^{\,۰}\,t + \cancel{X_{\circ A}}^{\,۰} \to X_A = \frac{۱}{۲}(۳)(t^۲) \to X_A = \frac{۳}{۲}t^۲$$

$$\to X_B = V_B(t-۲۰) = ۲۴(t-۲) = ۲۴t-۴۸ \to X_B = ۲۴t-۴۸$$

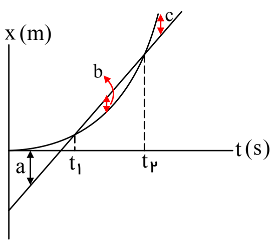
آیا B به A می‌رسد؟

$$X_B = X_A \to ۲۴t-۴۸ = \frac{۳}{۲}t^۲ \to t^۲ - ۱۶t + ۳۲ = ۰$$

$$\Delta = (-۱۶)^۲ - ۴(۱)(۳۲) = ۰ \to \Delta = ۱۲۸ > ۰$$

۲ جواب وجود دارد. یعنی ابتدا B از A سبقت می‌گیرد (فاصلهٔ B و A کاهش می‌یابد) و فاصلهٔ B از A بیشتر می‌شود و پس A از B سبقت می‌گیرد. (فاصلهٔ A از B کم می‌شود) و در نهایت فاصلهٔ آنها افزایش می‌یابد.

پس: ابتدا فاصلهٔ آنها کاهش یافته - پس افزایش یافته - سپس کاهش یافته و در نهایت افزایش می‌یابد.(از $t=۰$ تا $t=t_۱$ ، a کاهش می‌یابد.



$b\leftarrow$ از $t_۱$ تا $t_۲$ ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

در $t \geq t_۲$ ، c پیوسته افزایش می‌یابد.

جواب نهایی: کاهش - افزایش - کاهش - افزایش

۲۴ - گزینه ۲ می‌دانیم جابه‌جایی‌های طی شده در ثانیه‌های متوالی تشکیل یک دنبالهٔ حسابی می‌دهد که قدر نسبت این دنباله شتاب حرکت است. بنابراین:

$$a = -۲m/s^۲$$

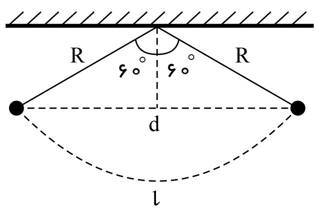
$$۴ \leq t \leq ۶ \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{۲۰}{۲} = v_۵ = ۱۰m/s$$

$$v = at + v_{\circ} \Rightarrow v_۵ = -۲\times۵ + v_{\circ} \Rightarrow ۱۰ = -۱۰ + v_{\circ} \Rightarrow v_{\circ} = ۱۰+۱۰ = ۲۰m/s$$

$$v^۲ - v_{\circ}^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۴۰۰ = ۲(-۲)\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۱۰۰m$$

۲۵ - گزینه ۲

باتوجه به شکل روبه‌رو مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی گلوله را برحسب طول نخ (R) به دست می‌آوریم.



فیزیک دوازدهم

$$\begin{cases} l = (\frac{۱۲۰^\circ}{۳۶۰^\circ}) \times \text{محیط دایره مسیر حرکت} = \frac{۱}{۳} \times ۲\pi R = \frac{۲\pi}{۳}R \\ \sin ۶۰^\circ = \frac{(\frac{d}{۲})}{R} = \frac{d}{۲R} \Rightarrow d = ۲R\sin ۶۰^\circ = ۲R\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}R \end{cases}$$

می‌دانیم نسبت تندی متوسط به اندازهٔ سرعت متوسط برابر نسبت مسافت به اندازهٔ جابه‌جایی است.

$$\frac{S_{av}}{v_{av}} = \frac{(\frac{l}{\Delta t})}{(\frac{d}{\Delta t})} = \frac{l}{d} = \frac{(\frac{۲\pi}{۳}R)}{\sqrt{۳}R} = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}} \Rightarrow S_{av} = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}}v_{av}$$

$$\Rightarrow S_{av} = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}} \times ۱/۵\frac{m}{s} = \frac{\pi}{\sqrt{۳}}\frac{m}{s} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}\pi\frac{m}{s}$$

پس پاسخ گزینهٔ ۲ است.

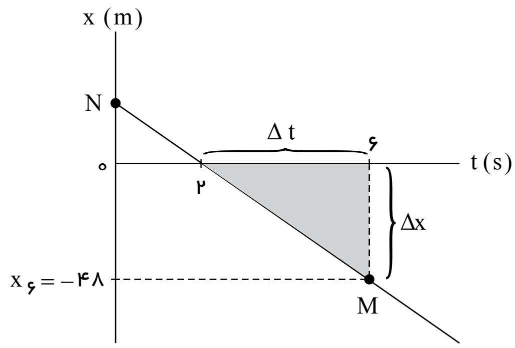
توجه: در این سؤال زمان حرکت گلوله و طول نخ در پاسخ بی‌اثر هستند. البته در راه‌حل دیگری می‌توان از زمان حرکت گلوله ابتدا جابه‌جایی، سپس طول نخ و در نهایت مسافت و تندی متوسط را محاسبه کرد.

۲۶ ـ گزینه ۲ سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظهٔ $t = ۶s$ برابر با $-۸m/s$ است. زیرا شیب خط قاطع بر نمودار در این بازه منفی است:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -۸ = \frac{\Delta x}{۶} \Rightarrow \Delta x = -۴۸m \Rightarrow x_۶ - x_۰ = -۴۸m \xrightarrow{x_۰ = ۰} x_۶ = -۴۸m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = ۶s$ یعنی همان پاره‌خط MN است. برای محاسبهٔ شیب این خط از مثلث سایه خورده در شکل زیر استفاده می‌کنیم:

$$v_{t=۶s} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۴۸}{۶ - ۲} = -۱۲m/s$$



هم‌چنین چون شیب خط مماس بر نمودار در مبدأ زمان برابر با صفر است سرعت اولیهٔ متحرک صفر است. بنابراین شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۱۲ - ۰}{۶} = -۲m/s^۲ \Rightarrow |a| = ۲\,m/s$$