پاسخنامه تشریحی

۱ ـ گزینه ۴

$$a_۷ + a_۸ + \cdots + a_{۱۷} + a_{۱۸} = S_{۱۸} - S_۶ = \frac{۱۸(۱۸ - ۱۵)}{۶} - \frac{۶(۶ - ۱۵)}{۶} = ۹ + ۹ = ۱۸$$

۲ ـ گزینه ۴

$$S_n = \frac{a_۱ \cdot (۱ - q^n)}{۱ - q}$$

$$\begin{cases} a_۱ = ۱ \\ q = x \\ n = ۱۱ \end{cases} \Rightarrow S_{۱۱} = \frac{۱(۱ - x^{۱۱})}{۱ - x}$$

$$\begin{cases} a_۱ = ۱ \\ q = -x \\ n = ۱۱ \end{cases} \Rightarrow S_{۱۱} = \frac{۱(۱ - (-x)^n)}{۱ - (-x)}$$

$$\Rightarrow S = \frac{۱(۱ - x^{۱۱})}{۱ - x} \times \frac{۱(۱ - (-x)^{۱۱})}{۱ - (-x)} = \frac{۱ - x^{۲۲}}{۱ - x^۲} = \frac{۱ - ۲^{۱۱}}{۱ - ۲}$$

$$= ۲^{۱۱} - ۱ = ۲۰۴۸ - ۱ = ۲۰۴۷$$

۳ ـ گزینه ۲

$$\begin{cases} ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ۱۶, \cdots \\ ۱, ۵, ۹, ۱۳, ۱۷, \cdots \end{cases}$$

اولین جمله‌ی مشترک ۱۳ است و قدر نسبت دنباله‌ی مشترک برابر است با ک.م.م ۳ و ۴ یعنی $[۳, ۴] = ۱۲$.

$$a_n = a_۱ + (n - ۱)d \Rightarrow a_n = ۱۳ + ۱۲(n - ۱) < ۱۰۰ \Rightarrow ۱۲n < ۹۹ \Rightarrow n < \frac{۹۹}{۱۲} \Rightarrow n \leq ۸$$

$$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n - ۱)d) \Rightarrow S_۸ = ۴(۲(۱۳) + ۷(۱۲)) = ۴(۱۱۰) = ۴۴۰$$

۴ ـ گزینه ۲ نکته: مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a و قدرنسبت d به صورت $S_n = \frac{n}{۲}(۲a + (n - ۱)d)$ می‌باشد.

با توجه به نکته، در دنباله‌ی داده شده، $a = ۲$ و $d = ۴$ است، بنابراین:

$$S_{۱۰۰} = \frac{۱۰۰}{۲}(۲ \times ۲ + ۹۹ \times ۴) = ۵۰(۴۰۰) = ۲۰۰۰۰$$

۵ ـ گزینه ۲ ابتدا جملات اول و دوم را به دست می‌آوریم:

$$S_۱ = a_۱ \Rightarrow a_۱ = ۵$$

$$a_۱ + a_۲ = S_۲ \Rightarrow a_۱ + a_۲ = ۲ \times ۲ + ۳ \times ۲^۲ = ۱۶ \Rightarrow ۵ + a_۲ = ۱۶ \Rightarrow a_۲ = ۱۱$$

بنابراین قدرنسبت برابر است با:

$$d = a_۲ - a_۱ = ۱۱ - ۵ = ۶$$

روش دوم: در فرمول S_n دنباله‌ی حسابی، ضریب $n^۲$ برابر $\frac{d}{۲}$ است پس:

$$\frac{d}{۲} = ۳ \rightarrow d = ۶$$

۶ ـ گزینه ۲

$$۲(x + ۵) = (۲x - ۱) + (۵x + ۱) \rightarrow ۲x + ۱۰ = ۷x \rightarrow x = ۲$$

دنباله: $۳, ۷, ۱۱, \ldots \quad d = ۴ \ , \ a_۱ = ۳ \rightarrow a_n = ۳ + ۴(n - ۱)$

$$\rightarrow a_n = ۴n - ۱ \geq ۱۰۰ \rightarrow n \geq \frac{۱۰۱}{۴} \rightarrow n \geq ۲۶ \rightarrow a_{۲۶} = ۴ \times ۲۶ - ۱ = ۱۰۳$$

۷ ـ گزینه ۳ در دنباله هندسی می‌توان نوشت:

$$\frac{a_n}{a_m} = q^{n-m}$$

نکته: ۳ عدد a, b, c دنباله‌ی هندسی تشکیل می‌دهند هرگاه $a \cdot c = b^۲$

abadgaranedu.ir

$x(۳x+۲)=۴^{۲} \rightarrow ۳x^{۲}+۲x-۱۶=۰ \rightarrow \Delta=۱۹۶ \rightarrow x=\frac{-۲\pm ۱۴}{۶}=\frac{-۸}{۳}, ۲$

جملات مثبت $\Rightarrow x=۲ \Rightarrow ۲,۴,۸,\ldots q=۲$

$\frac{a_{۱۱}}{a_{۷}}=q^{۱۱-۷}=q^{۴}=۲^{۴}=۱۶$

۸ ـ گزینه ۴

$S_n=\frac{n}{۲}[۲a_{۱}+(n-۱)d]$

$S_{۲۰}=\frac{۲۰}{۲}(۲(-۶)+۱۹\times ۳)=۱۰(-۱۲+۵۷)=۴۵۰$

۹ ـ گزینه ۲ دنباله $۵,۹,۱۳,\cdots$ حسابی است با جمله اول $a=۵$ و قدر نسبت $d=۴$ و مجموع جملات از دستور $S=\frac{n}{۲}[۲a+(n-۱)d]$ محاسبه می‌شود.

$\frac{n}{۲}[۱۰+(n-۱)۴]>۹۰۰ \Rightarrow n(۳+۲n)>۹۰۰ \Rightarrow ۲n^{۲}+۳n-۹۰۰>۰$

پس از تعیین علامت، چون n عدد مثبت است الزاماً خواهیم داشت:

$n>\frac{-۳+\sqrt{۷۲۰۹}}{۴} \Rightarrow n\geq \frac{-۳+۸۵}{۴} \Rightarrow n\geq ۲۱$

پس حداقل $n=۲۱$

۱۰ ـ گزینه ۲

$S_n=a_{۱}\frac{۱-q^{n}}{۱-q} \Rightarrow S_{۱۲}=kS_{۶} \Rightarrow k=?$

$\cancel{a_{۱}}\frac{۱-q^{۱۲}}{\cancel{۱-q}}=k\cancel{a_{۱}}\frac{۱-q^{۶}}{\cancel{۱-q}} \Rightarrow (۱-q^{۶})\cdot(۱+q^{۶})=k\cdot(۱-q^{۶}) \Rightarrow k=۱+q^{۶}$

$\Rightarrow q=\frac{a_{۲}}{a_{۱}}=-۲ \Rightarrow k=۱+۶۴=۶۵$

abadgaranedu.ir