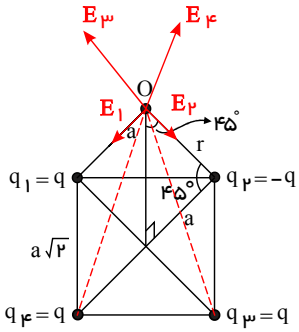
پاسخنامه تشریحی

۱ ـ گزینه ۱ با توجه به علامت بارها ابتدا میدان الکتریکی حاصل از هر یک بارها را در نقطه‌ی O مطابق شکل‌های زیر رسم کرده، دو به دو برایند می‌گیریم و در نهایت با توجه به هندسه موجود بزرگی میدان الکتریکی حاصل از چهار بار را در نقطه‌ی O حساب می‌کنیم.



طول قطر مربع $= a\sqrt{۲} \times \sqrt{۲} = ۲a$

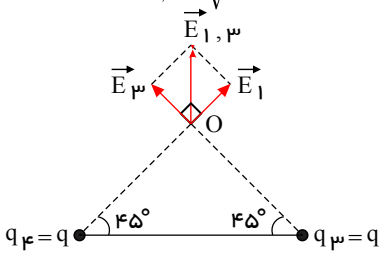
نصف قطر مربع $= \dfrac{۲a}{۲} = a$

فاصله‌ی نقطه‌ی O از چهار رأس مربع $\Rightarrow r = \sqrt{a^۲ + a^۲} = a\sqrt{۲}$

اکنون با رسم بردار میدان هریک از بارها در نقطه‌ی O داریم:

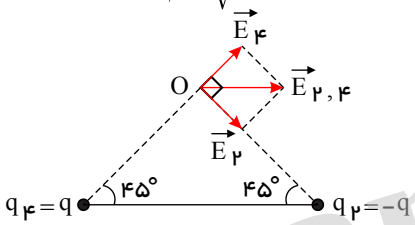
$E_۱ = E_۳$

$E_{۱,۳} = \sqrt{۲}E_۱$

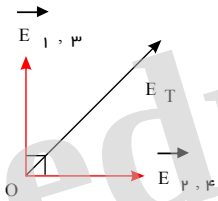


$E_۴ = E_۲$

$E_{۲,۴} = \sqrt{۲}E_۲$



$E_T = \sqrt{E^۲_{۱۳} + E^۲_{۲۴}}$

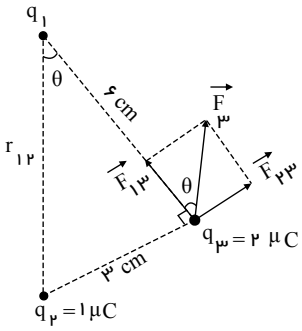


با توجه به این که $E_۱ = E_۲ = E_۳ = E_۴ = \dfrac{kq}{r^۲} = \dfrac{kq}{(a\sqrt{۲})^۲} = \dfrac{kq}{۲a^۲}$ می‌باشد، داریم:

$$E_T = \sqrt{E^۲_{۱,۳} + E^۲_{۲,۴}} = \sqrt{(\sqrt{۲}E_۱)^۲ + (\sqrt{۲}E_۱)^۲} = ۲E_۱ = \frac{kq}{a^۲}$$

۲ ـ گزینه ۴ اگر نیروی $\vec{F}_۳$ (برایند نیروهای وارد بر بار $q_۳$) را مطابق شکل تجزیه کنیم، می‌توان نتیجه گرفت که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام‌اند (چون هردو $q_۳$ را دفع کرده اند) و از قاعده جمع برداری می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{aligned} F_{۲۳} &= F_۳ \sin\theta \\ F_{۲۳} &= \frac{kq_۲q_۳}{r^۲_{۲۳}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{kq_۲q_۳}{r^۲_{۲۳}} = F_۳ \sin\theta \quad (۱)$$



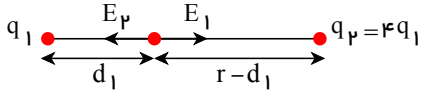
با محاسبه‌ی $r_{۱۲}$ داریم: $r_{۱۲} = \sqrt{۳^۲ + ۶^۲} = \sqrt{۴۵} = ۳\sqrt{۵}$

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۱ \times ۲ \times ۱۰^{-۱۲}}{(۳ \times ۱۰^{-۲})^۲} = F_۳ \times \frac{۳}{۳\sqrt{۵}} \Rightarrow ۲۰ = F_۳ \times \frac{۱}{\sqrt{۵}} \Rightarrow F_۳ = ۲۰\sqrt{۵}N$$

۳ ـ گزینه ۴ چون دو بار $q_۱$ و $q_۲$ هم علامت‌اند، نقطه‌ای که میدان الکتریکی ناشی از دو بار در آن صفر است، روی خط و اصل دو بار و بین دو بار قرار دارد:

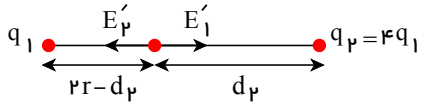
درحالت اول، باتوجه به شکل، داریم:

abadgaranedu.ir



$$E_۱ = E_۲ \rightarrow \frac{kq_۱}{d_۱^۲} = \frac{kq_۲}{(r-d_۱)^۲}$$
$$\rightarrow \frac{kq_۱}{d_۱^۲} = \frac{k(۴q_۱)}{(r-d_۱)^۲} \rightarrow \frac{۱}{d_۱} = \frac{۲}{r-d_۱} \rightarrow ۲d_۱ = r - d_۱$$
$$\rightarrow d_۱ = \frac{r}{۳}$$

در حالت دوم که فاصله‌ی بارها ۲ برابر می‌شود، می‌توان نوشت:



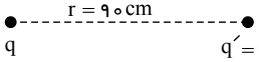
$$E'_۱ = E'_۲ \rightarrow \frac{kq_۱}{(۲r-d_۲)^۲} = \frac{kq_۲}{d_۲^۲} \rightarrow \frac{kq_۱}{(۲r-d_۲)^۲} = \frac{k(۴q_۱)}{d_۲^۲}$$
$$\rightarrow d_۲ = ۴r - ۲d_۲ \rightarrow d_۲ = \frac{۴r}{۳}$$

سؤال نسبت این دو مقدار را خواسته است:

$$\frac{d_۲}{d_۱} = \frac{\frac{۴r}{۳}}{\frac{r}{۳}} \rightarrow \frac{d_۲}{d_۱} = ۴$$

۴ - گزینه ۳

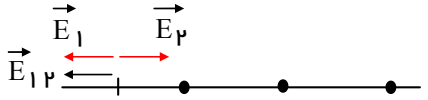
$$E = \frac{kq}{r^۲} \rightarrow (۲/۲۵ \times ۱۰^۵) = \frac{k(q)}{(۰/۸)^۲} \rightarrow \boxed{kq = ۱/۴۴ \times ۱۰^۵}$$



$$\rightarrow F = \frac{kqq'}{r^۲} = \frac{(۱/۴۴ \times ۱۰^۵)(۹ \times ۱۰^{-۶})}{(۰/۹)^۲} = ۱/۶N$$

$$\rightarrow \boxed{F = ۱/۶N}$$

۵ - گزینه ۲ ابتدا برآیند دو میدان $E_۱$ و $E_۲$ را حساب می‌کنیم و سپس میدان را طوری مشخص می‌کنیم که برآیند $E_۱$ و $E_۲$ را خنثی کند.

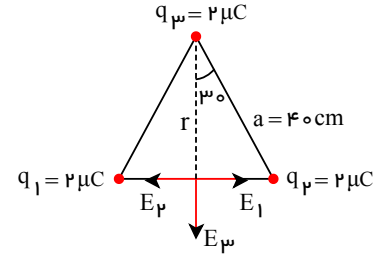


$$E = \frac{kq_۱}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E_۱ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۴ \times ۱۰^{-۶}}{۳۶ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۰^۷ \frac{N}{C} \\ E_۲ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۸ \times ۱۰^{-۶}}{۱۴۴ \times ۱۰^{-۴}} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰^۷ \frac{N}{C} \end{cases}$$
$$\Rightarrow E_{۱۲} = E_۱ - E_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{-۷}$$

بنابراین اگر بخواهیم میدان برآیند درنقطهٔ $x = ۰$، صفر شود باید $E_۳$ خلاف جهت و برآیند برابر $E_۱$ و $E_۲$ باشد، پس $q_۳$ نیز منفی است و اندازه‌ی آن از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$E_{۱۲} = E_۳ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۱۰^۷ = \frac{kq}{r^۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۱۰^۷ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times q_۳}{۳۲۴ \times ۱۰^{-۴}}$$
$$\Rightarrow q_۳ = ۱۸ \times ۱۰^{-۶} = ۱۸\mu C \xrightarrow{\text{با توجه به توضیحات بالا}} q_۳ = -۱۸\mu C$$

۶ - گزینه ۲ مطابق شکل میدان های حاصل از دو بار $q_۱$ و $q_۲$ یکدیگر را خنثی می کنند(چون مساوی هستند و خلاف جهت). پس فقط می ماند میدان حاصل از بار $q_۳$.



$$\cos ۳۰^\circ = \frac{r}{a} \Rightarrow r = ۴۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$
$$= ۲۰\sqrt{۳}cm = ۰/۲\sqrt{۳}m$$
$$E_۳ = \frac{kq_۳}{r^۲} = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۲ \times ۱۰^{-۶}}{(۰/۲\sqrt{۳})^۲} = \frac{۱۸ \times ۱۰^۳}{۰/۱۲} = ۱/۵ \times ۱۰^۵ \frac{N}{C}$$

۷ - گزینه ۱

O در $q_۱$ میدان بار : $E_۱ = \frac{kq_۱}{r^۲} = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۸ \times ۱۰^{-۹}}{۹۰۰ \times ۱۰^{-۴}} = ۸۰۰\ N/C$

abadgaranedu.ir

O میدان بار $q_۳$ در : $E_۲ = \frac{k|q_۳|}{r^۲} = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۲ \times ۱۰^{-۹}}{۱۰۰ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۸۰۰\ N/C$

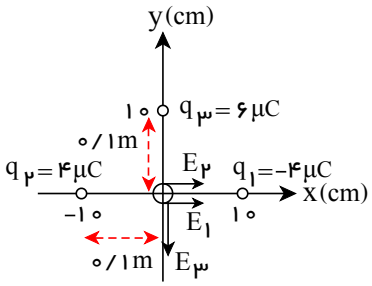
پس بار $q_۲$ باید مثبت باشد که میدان آن هم‌جهت با میدان بار $q_۱$ در O باشد.

$$E_۳ - (E_۱ + E_۲) = ۱۰۰ \Rightarrow ۱۸۰۰ - (۸۰۰ + E_۲) = ۱۰۰ \Rightarrow E_۲ = ۹۰۰\ N/C \rightarrow E_۲ = \frac{K|q_۲|}{r^۲} \Rightarrow ۹۰۰ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ q_۲}{۴۰۰ \times ۱۰^{-۹}} \Rightarrow q_۲ = ۴ \times ۱۰^{-۹} C = ۴\ nC$$

۸ - گزینه ۳ برای محاسبه‌ی میدان الکتریکی در مبدأ، یک بار مثبت فرضی در آن قرار می‌دهیم به طوری که میدان دو بار الکتریکی در جهت نیرویی است که به بار مثبت فرضی وارد می کند بنابراین میدان الکتریکی ناشی از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در مبدأ مختصات هم جهت و در راستای محور x می باشد، بنابراین میدان حاصل از آن‌ها با هم جمع می‌شود.

$$\vec{E}_x = \vec{E}_۲ + \vec{E}_۱ = (\frac{kq_۲}{r_۲^۲} + \frac{kq_۱}{r_۱^۲})\vec{i}$$

$$= ۲(\frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۴ \times ۱۰^{-۶}}{(۰/۱)^۲})\vec{i} = ۷/۲ \times ۱۰^۶ \vec{i}$$



همچنین میدان ناشی از بار $q_۳$ در مبدأ مختصات در خلاف جهت محور y است و داریم:

$$\vec{E}_y = (\frac{kq_۳}{r_۳^۲})(-\vec{j}) = (\frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۶ \times ۱۰^{-۶}}{(۰/۱)^۲})(-\vec{j}) = -۵/۴ \times ۱۰^۶ j$$

بنابراین می‌توان نوشت:

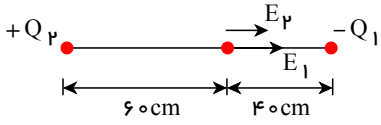
$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = (۷/۲\vec{i} - ۵/۴\vec{j}) \times ۱۰^۶$$

۹ - گزینه ۲

فقط مقایسه ی میدان در دو حالت :

$$E = \frac{kq}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_۱}{E_۲} = (\frac{r_۲}{r_۱})^۲ \Rightarrow \frac{۲۵۰}{۱۶۰} = (\frac{r + ۱۰}{r})^۲ \Rightarrow \frac{۵}{۴} = \frac{r + ۱۰}{r} \Rightarrow r = ۴۰cm$$

۱۰ - گزینه ۳



$$E = k\frac{q}{r^۲} \rightarrow \begin{cases} E_۱ = k\frac{Q_۱}{(۰/۴)^۲} \\ E_۲ = k\frac{Q_۲}{(۰/۶)^۲} \end{cases} \rightarrow k\frac{Q_۱}{(۰/۴)^۲} = k\frac{Q_۲}{(۰/۶)^۲}$$

$$\rightarrow \frac{Q_۲}{Q_۱} = (\frac{۰/۶}{۰/۴})^۲ = \frac{۹}{۴} = ۲/۲۵$$

۱۱ - گزینه ۴

$$E = \frac{kq}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_۱}{E_۲} = \left(\frac{r_۲}{r_۱}\right)^۲ = \left(\frac{۵۰}{۵}\right)^۲ = ۱۰^۲ = ۱۰۰$$

۱۲ - گزینه ۴ میدان های حاصل از بارها در نقطه A هم جهت می باشند پس برای برآیند گیری با هم جمع می شوند.

$$\text{برآیند } E = E_۱ + E_۲ = \frac{kq_۱}{r_۱^۲} + \frac{kq_۲}{r_۲^۲} = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۶}}{(۰/۶)^۲} + \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۵ \times ۱۰^{-۶}}{(۰/۳)^۲}$$

$$= ۷/۵ \times ۱۰^۵ \Rightarrow E = ۷/۵ \times ۱۰^۵ \frac{N}{C}$$

۱۳ - گزینه ۴ میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای در هر نقطه، با مربع فاصله از بار نسبت عکس دارد.

$$\frac{E_۲}{E_۱} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \Rightarrow \frac{۱/۶ \times ۱۰^۵}{۳/۶ \times ۱۰^۵} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

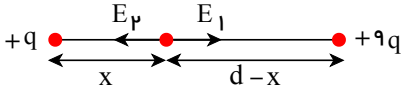
$$\Rightarrow \frac{r_۱}{r_۲} = \sqrt{\frac{۱/۶}{۳/۶}} = \sqrt{\frac{۱۶}{۳۶}} \Rightarrow \frac{r_۱}{r_۲} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۲۰}{r_۲} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow r_۲ = ۳۰cm$$

abadgaranedu.ir

سوال گفته چقدر دور شویم پس:

$\Delta r = r_۲ - r_۱ = ۳۰ - ۲۰ = ۱۰\ cm$

۱۴ ـ گزینه ۱ شرط صفر شدن میدان برایند این که میدان ها یکدیگر را خنثی کنند که در این صورت باید میدان ها خلاف جهت و مساوی باشند بنابراین:



$$E = \frac{kq}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E_۱ = \frac{kq}{x^۲} \\ E_۲ = \frac{k(۹q)}{(d-x)^۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{kq}{x^۲} = \frac{k(۹q)}{(d-x)^۲}$$

$$۹x^۲ = (d-x)^۲ \Rightarrow ۳x = d - x \Rightarrow ۴x = d \Rightarrow x = \frac{d}{۴}$$

نکته: می توانیم ازفرمول زیر هم کمک بگیریم

فاصله محلی که میدان صفر می شود از بار کوچکتر $x = \frac{d}{\sqrt{\frac{q_{\text{ب}}}{q_{\text{ی}}}} \pm ۱}$ $\xrightarrow[\text{بار همنام ی } q \text{ کوچک}]{\text{+بار همنام ب } q \text{ بزرگ}}$ $x = \frac{d}{\sqrt{\frac{۹q}{q}} + ۱} = \frac{d}{۴}$

۱۵ ـ گزینه ۱

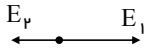
$$E = \frac{kq}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_۱}{E_۲} = (\frac{r_۲}{r_۱})^۲ \Rightarrow \frac{۱۸}{۸} = (\frac{r_۲}{۲۰})^۲ \Rightarrow \frac{۹}{۴} = (\frac{r_۲}{۲۰})^۲ \Rightarrow \frac{۳}{۲} = \frac{r_۲}{۲۰} \Rightarrow r_۲ = ۳۰cm$$

$$\Delta r = r_۲ - r_۱ = ۳۰ - ۲۰ = ۱۰cm$$

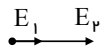
توجه کنید که سؤال گفته چند سانتی متر دور شویم

۱۶ ـ گزینه ۴

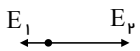
گزینه (۱) می تواند صحیح باشد اگر: $E_۱ > E_۲, q_۱ \quad , \quad q_۲ < ۰ \ , \ q_۱ > q_۲$



گزینه (۲) می تواند صحیح باشد اگر: $q_۱ < ۰ \ , \ q_۲ > ۰$



گزینه (۳) می تواند صحیح باشد اگر: $q_۱, q_۲ > ۰ \ , \ q_۲ > q_۱$



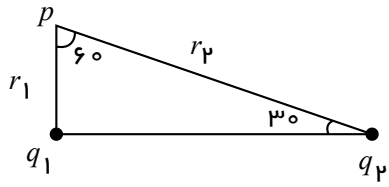
۱۷ ـ گزینه ۲ چون خطوط میدان خروجی می باشد بنابراین هر دو بار مثبت اند.

۱۸ ـ گزینه ۳

$$E = \frac{F}{q} = \frac{۱۰٫۸\vec{i} - ۱۴٫۱۴\vec{j}}{۲ \times ۱۰^{-۶}} = (۵٫۴i - ۷٫۲j) \times ۱۰^۶$$

$$E = \sqrt{(۵٫۴ \times ۱۰^۶)^۲ + (-۷٫۲ \times ۱۰^۶)^۲} = ۱۰^۶ \times \sqrt{۵٫۴^۲ + ۷٫۲^۲} = ۹ \times ۱۰^۶ \ N/C$$

۱۹ ـ گزینه ۴

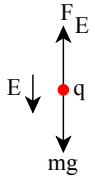


$$\sin ۳۰ = \frac{r_۱}{r_۲} \Rightarrow r_۲ = \frac{r_۱}{\sin ۳۰} = ۲r_۱$$

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{kq_۱}{r_۱^۲} = \frac{kq_۲}{r_۲^۲} \Rightarrow \frac{q_۱}{r_۱^۲} = \frac{q_۲}{(۲r_۱)^۲} \Rightarrow q_۲ = ۴q_۱$$

۲۰ ـ گزینه ۲ نیروی الکتریکی باید نیروی وزن ذره را خنثی کند، بنابراین باید خلاف هم و مساوی باشند در نتیجه نیروی میدان باید به سمت بالا بر جسم وارد شود و می‌توان نوشت:

$$F_E = mg \Rightarrow Eq = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{q} = \frac{۰٫۰۱ \times ۱۰}{۵ \times ۱۰^{-۶}} \Rightarrow E = ۲ \times ۱۰^۴ \frac{N}{C}$$



چون بار ذره منفی است، جهت میدان الکتریکی در خلاف جهت نیروی الکتریکی و به سمت پایین می‌باشد.

abadgaranedu.ir