پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم. اگر A' پیشامدی باشد که در آن هیچ یک از تاس‌ها ۵ یا ۶ ظاهر نشوند، آن‌گاه در هر یک از تاس‌ها یکی از اعداد ۱, ۲, ۳, ۴ ظاهر می‌شود (۴ حالت)، پس داریم:

$$n(A') = ۴ \times ۴ = ۱۶ \Rightarrow P(A') = \frac{۱۶}{۳۶} = \frac{۴}{۹}$$

بنابراین احتمال پیشامد مطلوب برابر است با:

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۴}{۹} = \frac{۵}{۹}$$

۲ - گزینه ۲ در هر بار انتخاب کارت‌ها ۱۰ حالت داریم، پس فضای نمونه‌ای شامل $۱۰۰ = ۱۰ \times ۱۰$ عضو است. برای آن که عدد حاصل، دو رقمی و مضرب ۵ باشد، باید کارت اول مخالف صفر و کارت دوم صفر یا ۵ باشد:

$$\text{تعداد حالات مطلوب} = \underset{\substack{\text{کارت اول}\\\text{(مخالف صفر)}}}{\boxed{۹}} \times \underset{\substack{\text{کارت دوم}\\\text{(صفر یا ۵)}}}{\boxed{۲}} = ۱۸ \Rightarrow P(A) = \frac{۱۸}{۱۰۰} = ۰٫۱۸$$

۳ - گزینه ۳ با انجام این آزمایش به کمک ارقام $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ اعداد دو رقمی (با تکرار ارقام) می‌سازیم. پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = \boxed{۵} \times \boxed{۵} = ۲۵$$

اگر A پیشامد آن باشد که عدد حاصل مضرب ۳ باشد، آن‌گاه پیشامد A شامل اعضای زیر است:

$$A = \{۱۲, ۱۵, ۲۱, ۲۴, ۳۳, ۴۲, ۴۵, ۵۱, ۵۴\} \Rightarrow n(A) = ۹ \Rightarrow P(A) = \frac{۹}{۲۵} = ۰٫۳۶$$

۴ - گزینه ۱ وقتی ۲ کارت با شماره‌های زوج را بیرون بکشیم، ۸ کارت زوج و ۱۰ کارت فرد داریم. فضای نمونه‌ای انتخاب یک کارت از این ۱۸ کارت باقی‌مانده است:

$$n(S) = \binom{۱۸}{۱} = ۱۸$$

و پیشامد مطلوب، انتخاب یک کارت از بین ۸ کارت زوج است:

$$n(A) = \binom{۸}{۱} = ۸$$

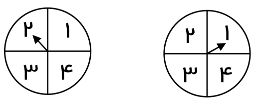
بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۸}{۱۸} = \frac{۴}{۹}$$

۵ - گزینه ۲

فضای نمونه‌ای چرخش هر دو عقربه $۱۶ = ۴ \times ۴$ حالت دارد.

در حالت‌های زیر هر دو عقربه روی شماره‌های یکسان قرار می‌گیرند:



در نتیجه:

$$A = \{(۱, ۱)(۲, ۲)(۳, ۳)(۴, ۴)\} \to n(A) = ۴$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۱۶} = \frac{۱}{۴}$$

۶ - گزینه ۱ در واقع با اعداد ۱ و۲ و۳ و۴ داریم اعداد دو رقمی می‌نویسیم که تکرار هم مجاز است زیرا پس از دیدن هر مهره‌ی آن را به جعبه برمی‌گردانیم.

$$n(S) = ۴ \times ۴ = ۱۶$$

اکنون باید در بین این ۱۶ عدد اعدادی را که بر ۳ بخش‌پذیر هستند را مشخص کنیم.

$$A = \{۱۲, ۲۱, ۲۴, ۴۲, ۳۳\} \to n(A) = ۵$$

پس $P(A) = \frac{۵}{۱۶}$ است.

۷ - گزینه ۳ برای هر یک از تاس‌ها، ۶ حالت ممکن است رخ دهد. بنابراین تعداد اعضای فضای نمونه‌ای، بنا به اصل ضرب برابر است با:

$n(S) = ۶ \times ۶ \times ۶$

برای آنکه اعداد رو شده در ۳ تاس متفاوت باشند، تاس اول ۶ حالت می‌تواند داشته باشد اما در تاس دوم نباید عدد تاس اول رو شود، پس ۵ حالت می‌تواند داشته باشد و به همین ترتیب تاس سوم تنها ۴ حالت می‌تواند داشته باشد، در نتیجه:

$n(A) = ۶ \times ۵ \times ۴$

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{۶ \times ۵ \times ۴}{۶ \times ۶ \times ۶} = \dfrac{۲۰}{۳۶} = \dfrac{۵}{۹}$

۸ ـ گزینه ۲ ابتدا تعداد اعضای فضای نمونه‌ای را مشخص می‌کنیم که برابر با تعداد کل لامپ‌هاست:

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای $= n(S) = ۲۰ + ۲۲ + ۱۴ + ۳۴ = ۹۰$

حالت مطلوب آن است که لامپ انتخابی ۱۰۰ وات باشد که تعداد لامپ‌های ۱۰۰ واتی برابر $۴۸ = ۳۴ + ۱۴$ است. بنابراین:

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{۴۸}{۹۰} = \dfrac{۸}{۱۵}$

۹ ـ گزینه ۱

$n(S) = \overset{\text{تاس اول}}{\underset{\downarrow}{}}{۶} \times \overset{\text{تاس دوم}}{\underset{\downarrow}{}}{۶} = ۳۶$

مجموع دو تاس ۷ شود $A = \{(۱,۶), (۲,۵), (۳,۴), (۴,۳), (۵,۲), (۶,۱)\}$

$n(A) = ۶$

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \dfrac{۶}{۳۶} = \dfrac{۱}{۶}$

۱۰ ـ گزینه ۴ برای حل این سؤال از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم عبارت لااقل یکی از شماره‌ها ۲ باشد به معنای آن است که یا یکی از شماره‌ها یا هر دوی آن‌ها عدد ۲ باشد و پیشامد مکمل (نامطلوب) آن است که هیچ یک از شماره‌ها ۲ نباشند.

لااقل یکی از ارقام ۲ باشد: A

هیچ یک از ارقام ۲ نباشد: A'

$A' : \underbrace{\text{گوی اول عددی غیر از ۲ باشد}}_{\text{می‌تواند ۱، ۳، ۴ یا ۵ باشد}} \quad , \quad \underbrace{\text{گوی دوم عددی غیر از ۲ باشد}}_{\text{می‌تواند ۱، ۳ یا ۴ باشد}}$

$\Rightarrow P(A') = \dfrac{۴}{۵} \times \dfrac{۳}{۴} = \dfrac{۳}{۵}$

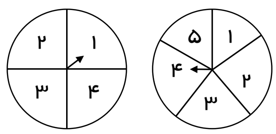
$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \dfrac{۳}{۵} = \dfrac{۲}{۵} = ۰/۴$

۱۱ ـ گزینه ۳ از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم:

پیشامد آنکه لااقل یکی از عقربه‌ها روی عدد فرد بایستد $= A$

هر دو عقربه روی ناحیه‌ی عدد زوج بایستد $=$ پیشامد

آنکه هیچ کدام از عقربه‌ها روی عدد فرد نایستد $= A'$



A B

$\left.\begin{array}{l} \text{احتمال قرار گرفتن عقربه‌ی } A \text{ روی عدد زوج} = \frac{۲}{۴} \\ \text{احتمال قرار گرفتن عقربه‌ی } B \text{ روی عدد زوج} = \frac{۲}{۵} \end{array}\right\} \Rightarrow P(A') = \dfrac{۲}{۴} \times \dfrac{۲}{۵} = \dfrac{۴}{۲۰} = \dfrac{۲}{۱۰}$

$P(A) = ۱ - P(A') \Rightarrow P(A) = ۱ - \dfrac{۲}{۱۰} = \dfrac{۸}{۱۰} = ۰/۸$

۱۲ ـ گزینه ۴ برای حل این سؤال از پیشامدهای مکمل استفاده می‌کنیم.

پیشامد آن‌که لااقل یکی از اعداد رو شد فرد باشد $= A$

پیشامد آن‌که هردو عدد رو شده زوج باشند = پیشامد آن‌که هیچ‌یک از اعداد رو شده فرد نباشد $= A'$

$P(A') =$ **(تاس دوم زوج) و (تاس اول زوج)**

$P(A') =$ (تاس اول زوج) و (تاس دوم زوج)

$P(A') = \dfrac{۳}{۶} \times \dfrac{۳}{۶} = \dfrac{۱}{۲} \times \dfrac{۱}{۲} = \dfrac{۱}{۴}$

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴}$$

۱۳ - گزینه ۳ با انجام این آزمایش در واقع، به کمک ارقام ۵ ,۴ ,۳ ,۲ ,۱ اعداد سه رقمی (با تکرار ارقام) می‌سازیم، پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) : \boxed{۵} \times \boxed{۵} \times \boxed{۵} = ۵^۳$$

پیشامد مطلوب A پیشامدی است که لااقل دو رقم مساوی داشته باشد. برای محاسبه‌ی احتمال پیشامد A می‌توان از پیشامد مکمل استفاده کرد:

$$A' = \text{پیشامدی که ارقام تکراری نباشند} \Rightarrow n(A') : \boxed{۵} \times \boxed{۴} \times \boxed{۳} = ۵ \times ۴ \times ۳$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{\cancel{۵} \times ۴ \times ۳}{\cancel{۵} \times ۵ \times ۵} = \frac{۱۲}{۲۵} \Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱۲}{۲۵} = \frac{۱۳}{۲۵} \Rightarrow P(A) = ۰/۵۲$$

۱۴ - گزینه ۲ برای حل این مسئله از احتمال پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم. اگر A پیشامدی باشد که در آن لااقل دو نفر در یک ماه سال استخدام شده باشند، A' پیشامدی است که در آن هیچ یک از سه نفر در یک ماه سال استخدام نشده باشند، بنابراین برای نفر اول ۱۲ حالت (۱۲ ماه سال) برای نفر دوم ۱۱ حالت (به غیر از ماه مربوط به نفر اول) و برای نفر سوم ۱۰ حالت (به غیر از ماه‌های نفرات اول و دوم) وجود دارد:

$$n(A') = ۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰ \Rightarrow P(A') = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰}{۱۲^۳} = \frac{۱۱۰}{۱۴۴} = \frac{۵۵}{۷۲}$$

$$\Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۵۵}{۷۲} = \frac{۱۷}{۷۲}$$

۱۵ - گزینه ۲ برای حل این سؤال باید از پیشامد مکمل استفاده کنیم:

A: پیشامد آن که لااقل شماره‌ی یکی از دو کارت زوج باشد. (یعنی یکی از آن‌ها زوج باشد یا هر دو آن‌ها زوج باشد.)

A': پیشامد آن که هیچ‌کدام از شماره‌ی دو کارت زوج نباشد. (یعنی آن‌که هر دو شماره فرد باشند.)

$A' =$ هر دو شماره فرد باشند $=$ دومی فرد باشد و اولی فرد باشد

در سری الف از ۵ کارت، ۳ کارت شماره‌ی فرد دارند، پس احتمال آن‌که کارت سریال الف فرد باشد، $\frac{۳}{۵}$ است.

از سری ب از ۴ کارت، ۲ کارت شماره‌ی فرد دارند، پس احتمال آن‌که کارت سریال ب فرد باشد، $\frac{۲}{۴}$ است.

$$P(A') = \frac{۳}{۵} \times \frac{۲}{۴} = \frac{۶}{۲۰} = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۳}{۱۰} = \frac{۷}{۱۰} = ۰/۷$$

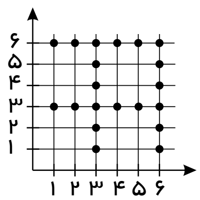
۱۶ - گزینه ۲ روش اول:می دانیم در تاس اعداد ۳ و ۶ مضرب ۳ هستند و اعداد ۱ و۲ و۴ و۵ و مضرب ۳ نیستند . برای حل این سوال از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم.

$$P(\text{لااقل یکی از دو عدد تاس مضرب ۳ باشد}) = ۱ - P(\text{هیچ کدام از اعداد دو تاس مضرب ۳ نباشد})$$

$$= ۱ - P(\text{تاس اول مضرب ۳ نباشد}) \times P(\text{تاس دوم مضرب ۳ نباشد}) = ۱ - \frac{۴}{۶} \times \frac{۴}{۶} = ۱ - \frac{۴}{۹} = \frac{۵}{۹}$$

روش دوم: پرتاب ۲ تاس ۳۶ حالت دارد:

حالاتی که لااقل یکی از اعداد مضرب ۳ باشد، یعنی آن که در پرتاب دو تاس یکی از اعداد ۳ یا ۶ یا هر دوی آن‌ها مشاهده شود. یعنی ۲۰ حالت مشخص شده:



$$\to P(A) = \frac{۲۰}{۳۶} = \frac{۵}{۹}$$

۱۷ - گزینه ۲

$$S = \{۱, ۲, \cdots, ۹\} \Rightarrow n(S) = ۹$$

$$\text{بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر } A = \{۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۹\} \quad \Rightarrow n(A) = ۶$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{۶}{۹} = \frac{۲}{۳}$$

۱۸ - گزینه ۴ می‌توان از پیشامد مکمل (نامطلوب) استفاده نمود:

$P(A) =$ احتمال آن‌که در پرتاب ۴ تاس لااقل ۲ تاس یکسان باشند

$P(A') =$ احتمال آن‌که در پرتاب ۴ تاس هیچ‌کدام یکسان نباشند

پس احتمال آن‌را حساب می‌کنیم که اعداد ۴ تاس متفاوت باشند:

$$P(A') = \frac{۶}{۶} \times \frac{۵}{۶} \times \frac{۴}{۶} \times \frac{۳}{۶} = ۱ \times \frac{۵}{۶} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۱۸}$$

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۵}{۱۸} = \frac{۱۳}{۱۸}$$

۱۹ ـ گزینه ۴ فضای نمونه‌ای پرتاب سه سکه دارای ۸ حالت است:

$$n(S) = ۲ \times ۲ \times ۲ = ۲^۳ = ۸$$

اگر A احتمال آن باشد که حداقل یک «رو» ظاهر شده باشد، پیشامد متمم (A') شامل حالاتی است که هیچ «رو»یی ظاهر نشود، یعنی همه‌ی سکه‌ها «پشت» باشند:

$$A' = \{(\text{پ , پ , پ})\} \Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{n(A')}{n(S)} = ۱ - \frac{۱}{۸} = \frac{۷}{۸}$$

۲۰ ـ گزینه ۴ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = ۶^۲ = ۳۶$ است. در شش حالت دو عدد ظاهر شده مساوی هستند:

$$(۱,۱), (۲,۲), (۳,۳), (۴,۴), (۵,۵), (۶,۶)$$

بنابراین در $۳۶ - ۶ = ۳۰$ حالت دو عدد ظاهر شده مساوی نیستند، پس: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳۰}{۳۶} = \frac{۵}{۶}$ است.

۲۱ ـ گزینه ۴ از ۳۰۰۰ مورد، ۱۸ مورد با خطا مواجه بوده است:

$$P(\text{خطا}) = \frac{۱۸}{۳۰۰۰} = \frac{۶}{۱۰۰۰}$$

$$P(\text{عدم خطا}) = ۱ - \frac{۶}{۱۰۰۰} = \frac{۹۹۴}{۱۰۰۰} = ۰/۹۹۴$$

۲۲ ـ گزینه ۱ به خاطر کلمه‌ی «لااقل» از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم. یعنی احتمال اینکه هیچ‌کدام از این ۴ نفر در یک ماه متولد نشده باشند را حساب کرده و حاصل را از یک کم می‌کنیم.

$$P(\text{لااقل دو نفر از آنان در یک ماه از سال متولد شده باشند}) = ۱ - P(\text{هیچ کدام از آنان در یک ماه از سال متولد نشده باشند})$$

فضای نمونه‌ای این آزمایش، $۱۲^۴$ است.

زیرا هر نفر می‌تواند در یکی از ۱۲ ماه سال متولد شود و پیشامد این آزمایش دارای $۹ \times ۱۰ \times ۱۱ \times ۱۲$ عضو است.

زیرا برای تولد نفر اول ۱۲ انتخاب و برای تولد نفر دوم ۱۱ انتخاب و برای نفرات سوم و چهارم به ترتیب ۱۰ و ۹ انتخاب وجود دارد.

$$\text{احتمال مطلوب} = ۱ - \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰ \times ۹}{۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲} = ۱ - \frac{۵۵}{۹۶} = \frac{۴۱}{۹۶}$$

۲۳ ـ گزینه ۱ سه حرف C، I و M در آخر کلمه به $!۳$ حالت مختلف قرار می‌گیرند. پس از بین حروف باقیمانده D، Y، N، A، S، طبق فرض A نباید اول قرار گیرد، پس خانه‌ی اول ۴ حالت داریم و در خانه‌های بعدی به ترتیب $۱, ۲, ۳, ۴$ حالت داریم. طبق اصل ضرب:

حرف A نباشد

↑

$\boxed{۴}$ $\boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۲}\boxed{۱}$ $\boxed{---}$

حروف $M \cdot I \cdot C$

همچنین تعداد کل حالت‌های ساختن کلمه‌های هشت حرفی برابر است با: $n(S) = ۸!$ پس:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۴ \times ۴! \times ۳!}{۸!} = \frac{۴ \times ۴! \times ۶}{۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴!} = \frac{۱}{۷۰}$$

۲۴ ـ گزینه ۲ در یک خانواده ۴ فرزند داریم:

$$n(S) = ۲^۴ = ۱۶$$

$$A = \text{پیشامد آنکه تعداد دختران بیشتر باشد} = \{(\text{د , د , د , د}), (\text{پ , د , د , د}), (\text{د , پ , د , د}), (\text{د , د , پ , د}), (\text{د , د , د , پ})\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۵}{۱۶}$$

۲۵ ـ گزینه ۳ می‌دانیم: $\boxed{P(A') = ۱ - P(A)}$

$$\left.\begin{array}{l} P(\text{هردو باهم زوج نباشند}) = ۱ - P(\text{هردو زوج باشند}) \\ n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶ \\ n(\text{هردو زوج باشند}) = \underset{۲\ \text{یا}\ ۴\ \text{یا}\ ۶}{۳} \times \underset{۲\ \text{یا}\ ۴\ \text{یا}\ ۶}{۳} = ۹ \end{array}\right\} \Rightarrow P(\text{هردو زوج نباشند}) = ۱ - \frac{۹}{۳۶} = \frac{۳}{۴}$$