پاسخنامه تشریحی

۱ ـ گزینه ۱ اگر در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، $\frac{c}{a} < 0$ باشد.(یعنی a و c مختلف العلامه باشند)، تابع درجه دوم از ۴ ناحیه می گذرد. بنابراین باید: $m + 2 < 0$ یعنی $m < -2$

۲ ـ گزینه ۴

اگر x' و x'' ریشه‌های معادلهٔ $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$S = x' + x'' = -\frac{b}{a} \ , \ \ d = |x' - x''| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\begin{cases} x' = x'' + 2 \\ x' + x'' = -\frac{b}{a} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' - x'' = 2 \\ x' + x'' = 5 \end{cases} \Rightarrow x' = \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow 3(\frac{49}{4}) - 15(\frac{7}{2}) + m = 0 \Rightarrow 147 - 210 + 4m = 0 \Rightarrow -63 + 4m = 0 \Rightarrow m = \frac{63}{4}$$

راه حل دوم:

$$|x' - x''| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \frac{\sqrt{225 - 12m}}{3} = 2 \Rightarrow \sqrt{225 - 12m} = 6$$

$$\Rightarrow 225 - 12m = 36 \Rightarrow m = \frac{63}{4}$$

۳ ـ گزینه ۲

اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، داریم:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \ , \ \ P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

با مرتب کردن معادلهٔ داده شده به معادلهٔ $2x^2 - 3x - 1 = 0$ می‌رسیم. بنابراین:

$$S = \alpha + \beta = \frac{3}{2} \quad , \quad P = \alpha \cdot \beta = -\frac{1}{2}$$

هم چنین اگر S و P به ترتیب حاصل جمع و حاصل‌ضرب ریشه ها باشند، معادلهٔ مورد نظر را می‌توان به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ نوشت.

ریشه‌های معادلهٔ $8x^2 + kx - 1 = 0$ ، $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ هستند، داریم:

$$S' = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = P \cdot S = \tfrac{3}{2} \cdot (-\tfrac{1}{2}) = -\tfrac{3}{4}$$

$$P' = \alpha^2\beta \times \alpha\beta^2 = \alpha^3\beta^3 = (\alpha\beta)^3 = P^3 = (-\tfrac{1}{2})^3 = -\tfrac{1}{8}$$

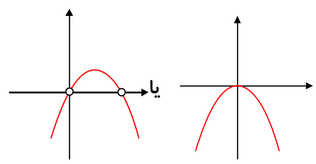
بنابراین معادلهٔ متناظر به صورت $x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} = 0$ می‌باشد. با ضرب طرفین معادله در عدد ۸، این معادله به صورت $8x^2 + 6x - 1 = 0$ درمی آید و لذا $k = 6$ است.

۴ ـ گزینه ۲ برای اینکه از ناحیه‌ی دوم عبور نکند باید این سهمی رو به پائین رسم شود یعنی $a < 0$ باشد و برای این تابع داریم:

$$y = ax^2 - (a + 2)x = 0 \rightarrow x \cdot (ax - a - 2) = 0$$

$$\boxed{x = 0} \ , \ \ ax = a + 2 \rightarrow \boxed{x = \frac{a + 2}{a}}$$

چون یکی از ریشه‌ها $x = 0$ است پس باید از مبدأ عبور کند و برای اینکه از ناحیه‌ی دوم عبور نکند ریشه‌ی بعدی باید نامنفی باشد یعنی شکل سهمی به یکی از این صورت‌ها باشد



$$x = \frac{a + 2}{a} \geq 0 \xrightarrow{a < 0} a + 2 \leq 0 \rightarrow a \leq -2$$

۵ ـ گزینه ۴ شرط وجود دو ریشه‌ی مثبت در معادله‌ی درجه دوم این است که:

abadgaranedu.ir

$$\begin{cases} \Delta > 0 \to 4(a-2)^2 - 4(14-a) > 0 \to a^2 - 3a - 10 > 0 \\ S = -\dfrac{b}{a} > 0 \to S = -\dfrac{-2(a-2)}{1} > 0 \to a > 2 \quad (II) \\ P = \dfrac{c}{a} > 0 \to P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{14-a}{1} > 0 \to a < 14 \quad (III) \end{cases}$$

(I)

	-2		5	
$+$		$-$		$+$
جواب				جواب

$I \cap II \cap III \Rightarrow 5 < a < 14$

توجه: در معادلهٔ درجهٔ دوم هرگاه $\frac{c}{a}$ منفی نباشد، باید شرط $\Delta > 0$ بررسی گردد و اگر $\frac{c}{a} < 0$ باشد، آنگاه معادله دو ریشهٔ حقیقی دارد و نیاز به بررسی $\Delta > 0$ نیست.

۶ ـ گزینه ۲ توجه: در معادلات درجهٔ دوم اگر ضریب $x(b)$ عددی زوج باشد می‌توان به جای Δ از Δ' استفاده نمود:

$$\Delta' = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - a \cdot c$$

برای این که عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت باشد، باید $a > 0$ و $\Delta < 0$ ($\Delta' < 0$) بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m - 1 > 0 \Rightarrow m > 1 \quad (I) \\ \Delta' < 0 \Rightarrow 9 - (m-1)(2m+1) < 0 \Rightarrow 9 - 2m^2 + m + 1 < 0 \Rightarrow 2m^2 - m - 10 > 0 \\ \Rightarrow (2m-5)(m+2) > 0 \Rightarrow m < -2 \;\; or \;\; m > \dfrac{5}{2} (II) \end{cases}$$

از اشتراک روابط (I) و (II)، $m > \frac{5}{2}$ یا $m > 2/5$ به دست می‌آید.

۷ ـ گزینه ۴ توجه: شرط اینکه نمودار تابع درجه‌ی ۲ همواره بالای محور xها قرار گیرد. (همواره مثبت باشد): $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$

$$y = (m+2)x^2 - 2mx + 1$$

$$\begin{cases} a = m + 2 > 0 \to m > -2 \quad I \\ \Delta = 4m^2 - 4(m+2) < 0 \to 4m^2 - 4m - 8 < 0 \end{cases}$$

$$m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = -1 \\ m_2 = -\dfrac{c}{a} = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

m		-1		2	
Δ	$+$		$-$		$+$

در معادلهٔ $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $a + c = b$ باشد، آنگاه: $x_1 = -1 \quad , \quad x_2 = -\frac{c}{a}$

$$\Rightarrow -1 < m < 2 \quad II$$
$$I \cap II \Rightarrow -1 < m < 2$$

۸ ـ گزینه ۲ توجه: چندجمله‌ای درجه‌ی دوم $y = ax^2 + bx + c$ همواره بالای محور xها قرار دارد. هرگاه $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ باشد.

$$\begin{cases} 1 - a > 0 \to a < 1 \quad (1) \\ \Delta < 0 \to 24 + 4a(1-a) < 0 \to 4a^2 - 4a - 24 > 0 \to a^2 - a - 6 > 0 \\ \to (a-3)(a+2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} a < -2 \quad \text{یا} \quad a > 3 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) = a < -2$$

۹ ـ گزینه ۳

عبارت درجه‌ی دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ همواره منفی است هرگاه $a < 0$ و $\Delta < 0$ باشد.

باید $\Delta < 0$ و ضریب x^2 منفی باشد.

$$a - 1 < 0 \to a < 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) < 0 \xrightarrow{a-1<0} a - 5 > 0$$
$$a > 5, a < 1 \Rightarrow a \in \varnothing$$

۱۰ ـ گزینه ۳

محور xها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند به این معنی است که معادله فقط یک ریشه دارد و از آنجا که $x = 1$ ریشهٔ معادله است پس عبارت درجهٔ دوم ریشه ندارد.

$$x^2 - ax + a = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0 \Rightarrow 0 < a < 4$$

توجه کنیم که $x = 1$ ریشهٔ عبارت درجهٔ دوم نیست.

حسابان کنکور

abadgranedu.ir

۱۱ ـ گزینه ۴

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی فوق باشند آنگاه $x_1, \frac{1}{8}, x_2$ سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی هستند. لذا:

$$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{1}{8}\Rightarrow x_1+x_2=\frac{1}{4}\xrightarrow{-\frac{b}{a}=\frac{1}{4}}\frac{3}{m^2-4}=\frac{1}{4}\Rightarrow m^2=16\Rightarrow m=\pm 4$$

باید $\Delta>0$ باشد(x_1, x_2 ریشه‌های حقیقی معادله‌اند.)

$$m=4\Rightarrow 12x^2-3x+4=0\Rightarrow \Delta=9-192<0\to \text{غ ق ق}$$
$$m=-4\Rightarrow 12x^2-3x-4=0\Rightarrow \frac{c}{a}<0\Rightarrow \Delta>0\to \text{ق ق}$$

۱۲ ـ گزینه ۳

هرگاه نمودار تابع $y=ax^2+bx+c$ رو به بالا است $a>0$ است و چون بر محور xها مماس است $\Delta=0$ است و معادله ریشهٔ مضاعف دارد.

$a>0\Rightarrow m-2>0\Rightarrow m>2$ شرط اول

$\Delta=0\Rightarrow 9-4(m-2)(m+2)=0$ شرط دوم

$$\Rightarrow\begin{cases}m>2\\9-4(m^2-4)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m>2\\-4m^2+25=0\Rightarrow m=\pm\frac{5}{2}\end{cases}\Rightarrow m=\frac{5}{2}$$

۱۳ ـ گزینه ۳ توجه: اگر ضریب $x(b)$ زوج باشد برای راحتی می‌توان بجای Δ از Δ' استفاده نمود.

باید معادلهٔ $2x^2-4x+m-3=0$ دارای دو ریشهٔ حقیقی مثبت باشد.

$$\Delta'=(\frac{b}{2})^2-a\cdot c$$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta'>0\Rightarrow 4-2(m-3)>0\Rightarrow 10>2m\Rightarrow m<5\\ \text{ضرب دو ریشه مثبت است}\quad\Rightarrow\frac{c}{a}>0\Rightarrow m-3>0\Rightarrow m>3\\ \text{جمع دو ریشه مثبت است}\quad\Rightarrow-\frac{b}{a}>0\Rightarrow 2>0\end{array}\right\}\xrightarrow{\cap}3<m<5$$

۱۴ ـ گزینه ۲

اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+bx+c=0$ باشند، آنگاه:

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}\quad,\quad\alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}$$

در اینگونه تست‌ها ابتدا با توجه به صورت سوال رابطه‌ای بین x_1 و x_2 می‌نویسیم و سپس یک رابطه‌ی دیگر بین x_1 و x_2 از خود معادله می‌یابیم:

$$x_1=3x_2+3\Rightarrow\begin{cases}x_1-3x_2=3\\x_1+x_2=\frac{17}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-x_1+3x_2=-3\\x_1+x_2=\frac{17}{3}\end{cases}$$
$$4x_2=\frac{8}{3}\Rightarrow x_2=\frac{2}{3}$$

$$f(\frac{2}{3})=0\Rightarrow 3\left(\frac{2}{3}\right)^2-17\left(\frac{2}{3}\right)+m=0\Rightarrow m=10$$

۱۵ ـ گزینه ۳ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+bx+c=0$ باشند، آنگاه:

$$\alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}\quad,\quad\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$$

می‌توانیم معادلهٔ داده شده را حل کنیم و ریشه‌های آن را به سادگی به دست آوریم:

$$5x^2+3x=2\Rightarrow 5x^2+3x-2=0\Rightarrow a+c=b\begin{cases}x_1=\alpha=-1\\x_2=\beta=\frac{-c}{a}=\frac{2}{5}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{\alpha^2}=1\\\frac{1}{\beta^2}=\frac{25}{4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}S=\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=1+\frac{25}{4}=\frac{29}{4}\\P=\frac{1}{\alpha^2}\times\frac{1}{\beta^2}=\frac{25}{4}\end{cases}\Rightarrow x^2-Sx+P=0$$

$$x^2-\frac{29}{4}x+\frac{25}{4}=0\xrightarrow{\times 4}4x^2-29x+25=0\Rightarrow k=29$$

۱۶ ـ گزینه ۴

معادله‌ی حاصل از تلاقی دو منحنی ریشه ندارد.

abadgaranedu.ir

$(۲x+۱)(x+۸)=mx \Rightarrow ۲x^۲+۱۶x+x+۸=mx \Rightarrow ۲x^۲+(۱۷-m)x+۸=۰$

$\Delta<۰ \Rightarrow (۱۷-m)^۲-۶۴<۰ \Rightarrow |m-۱۷|<۸ \Rightarrow -۸<m-۱۷<۸ \Rightarrow ۹<m<۲۵$

۱۷ ـ گزینه ۱

عبارت درجهٔ دوم $f(x)=ax^۲+bx+c$ همواره در زیر محور xها است هرگاه $a<۰$ و $\Delta<۰$ باشد.

$(۱)\ \ m-۱<۰ \to m<۱$

$\Delta<۰ \to -۴m^۲+۴m+۳<۰ \to ۴m^۲-۴m-۳>۰$

$\Delta=۱۶+۴۸=۶۴ \to m=\frac{۴\pm۸}{۸} \Rightarrow m_۱=\frac{۳}{۲}\ ,\ m_۲=-\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m<-\frac{۱}{۲}$ یا $m>\frac{۳}{۲}\ (۲)$

$\to (۱)\cap(۲) \Rightarrow m<\frac{-۱}{۲}$

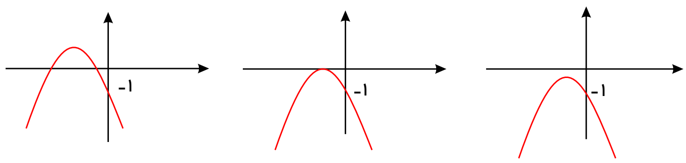
۱۸ ـ گزینه ۳ می‌دانیم تابع درجه دوم $y=ax^۲+bx+c$ همواره بالای محور xها قرار دارد، اگر $a>۰$ و $\Delta<۰$ باشد داریم:

$$\begin{cases} a-۱>۰ \Rightarrow a>۱ \quad (I) \\ \Delta<۰ \Rightarrow (۲\sqrt{۲})^۲-۴(a-۱)(a)<۰ \Rightarrow ۸-۴a^۲+۴a<۰ \Rightarrow a^۲-a-۲>۰ \\ \Rightarrow a>۲ \ \text{یا}\ a<-۱ \quad (II) \end{cases}$$

a		-۱		۲	
Δ	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$(I)\cap(II) \Rightarrow a>۲$

۱۹ ـ گزینه ۱ چون نمودار تابع از ناحیه‌ی اول نمی‌گذرد، نمودار تابع به سه حالت زیر می‌تواند باشد:



$x^۲$ ضریب $<۰ \Rightarrow a-۳<۰ \Rightarrow a<۳ \quad (۱)$

اگر دو ریشه داشته باشد باید هر دو منفی باشد که داریم:

$\Delta>۰ \Rightarrow a^۲+۴a-۱۲>۰ \Rightarrow (a-۲)(a+۶)>۰ \Rightarrow a>۲$ یا $a<-۶ \quad (۲)$

$P=\alpha\beta>۰ \Rightarrow P=\frac{c}{a}=\frac{-۱}{a-۳}>۰ \Rightarrow a-۳<۰ \to a<۳ \quad (۱)$

$S=\alpha+\beta<۰ \Rightarrow S=-\frac{b}{a}=\frac{-a}{\underbrace{a-۳}_{-}}<۰ \Rightarrow -a>۰ \Rightarrow a<۰ \quad (۳)$

که اشتراک (۱) و (۲) و (۳) برابر $a<-۶$ می‌شود.

حال فرض می کنیم فاقد ریشه یا ریشه مضاعف باشد داریم:

$\Delta\le۰ \Rightarrow a^۲+۴a-۱۲\le۰ \Rightarrow (a-۲)(a+۶)\le۰ \Rightarrow -۶\le a\le۲ \quad (۴)$

که اشتراک (۱) و (۴) برابر $-۶\le a\le۲$ است و اجتماع دو بازه برابر $a\le۲$ می باشد.

۲۰ ـ گزینه ۳

روش اول: ریشه‌های معادله‌ی جدید از معکوس ریشه‌های معادله‌ی قبلی یک واحد بیشتر است.

$۲x^۲-۳x-۴=۰ \xrightarrow{\text{ریشه ها معکوس شده}} -۴x^۲-۳x+۲=۰ \xrightarrow{\text{یک واحد به ریشه ها اضافه شده}} -۴(x-۱)^۲-۳(x-۱)+۲=۰$

$-۴x^۲+۸x-۴-۳x+۳+۲=۰ \to -۴x^۲+۵x+۱=۰ \to ۴x^۲-۵x-۱=۰$

روش دوم:

$\alpha+\beta=\frac{۳}{۲}, \alpha\beta=-۲\ \ ,\ \ \alpha'=\frac{۱}{\alpha}+۱\ \ ,\ \ \beta'=\frac{۱}{\beta}+۱$

$S'=\alpha'+\beta'=\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}+۲=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+۲=\frac{۵}{۴}$

$P'=\alpha'\beta'=\frac{۱}{\alpha\beta}+\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}+۱=-\frac{۱}{۴}$

$x^۲-S'x+P'=۰ \Rightarrow x^۲-\frac{۵}{۴}x-\frac{۱}{۴}=۰ \Rightarrow ۴x^۲-۵x-۱=۰$

۲۱ ـ گزینه ۲ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^۲+bx+c=۰$ باشند، آنگاه:

$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}\ \ ,\ \ \alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}$

با فرض این که x' و x'' ریشه‌های معادله باشند، رابطهٔ $x'=\frac{x''}{۲}+۵$ بین آنها برقرار است.

abadgaranedu.ir

$$x^2-8x+m=0\Rightarrow\begin{cases}S=x'+x''=8\Rightarrow\dfrac{3x''}{2}+5=8\Rightarrow\dfrac{3x''}{2}=3\Rightarrow x''=2\Rightarrow x'=\dfrac{2}{2}+5=6\\ P=x'x''=m\Rightarrow 6\times 2=m\Rightarrow m=12\end{cases}$$

۲۲ ـ گزینه ۱ معادله دو ریشه منفی دارد بنابراین $\Delta>0$, $\frac{c}{a}>0$ و $S<0$ است.

$$f(x)=ax^2+(a+3)x-1$$

$$\begin{cases}\Delta>0\Rightarrow(a+3)^2-4(-1)(a)=a^2+10a+9>0\Rightarrow a>-1\ \text{یا}\ a<-9\\ \dfrac{c}{a}>0\Rightarrow\dfrac{-1}{a}>0\Rightarrow a<0\\ S<0\Rightarrow-\dfrac{a+3}{a}<0\ \xrightarrow{a<0}\ a+3<0\Rightarrow a<-3\end{cases}$$

اشتراک جواب‌های سه شرط: $a<-9$

۲۳ ـ گزینه ۳

می‌دانیم: اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم باشد آنگاه:

$$\alpha^3+\beta^3=S^3-3P\cdot S$$

فرض کنیم x_1 و x_2 ریشه‌های معادلهٔ $8x^2-mx-8=0$ و α و β ریشه‌های معادلهٔ $2x^2-x-2=0$ باشند.

$$x_1=\alpha^3\quad,\quad x_2=\beta^3\qquad S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=\frac{1}{2}\quad,\quad P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=-1$$

$$x_1+x_2=\alpha^3+\beta^3=S^3-3PS=\frac{1}{8}+\frac{3}{2}=\frac{13}{8}$$

$$x_1x_2=\alpha^3\beta^3=(\alpha\beta)^3=-1$$

$$x^2-\frac{13}{8}x-1=0\rightarrow 8x^2-13x-8=0\rightarrow m=13$$

توجه: معادلهٔ درجهٔ دومی که جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد بصورت $x^2-Sx+P=0$ است.

۲۴ ـ گزینه ۳ برای اینکه یک معادلهٔ درجهٔ دوم دارای دو ریشهٔ حقیقی متمایز باشد باید $\Delta>0$ باشد بنابراین:

$$\Delta=(6)^2-4(2m-1)\cdot(m-2)>0\Rightarrow 2m^2-5m-7<0\Rightarrow(m+1)\cdot(2m-7)<0\Rightarrow-1<m<3/5$$

توجه داشته باشید که ضریب x^2 باید مخالف صفر باشد تا این تابع، درجهٔ دوم باقی بماند.

پس باید $m\neq\frac{1}{2}$ باشد.

$$\text{جواب}=-1<m<3/5-\left\{\frac{1}{2}\right\}$$

۲۵ ـ گزینه ۲

$$y=(1-m)x^2+2(m-3)x-1$$

شرط آنکه سهمی همواره پایین محور xها باشد، آن است که: $a<0$ و $\Delta<0$

$$a<0\Rightarrow 1-m<0\Rightarrow m>1\quad(1)$$

$$\Delta<0\Rightarrow 4(m-3)^2-4(1-m)(-1)<0\xrightarrow{\div 4}(m-3)^2+(1-m)<0$$

$$\Rightarrow m^2-6m+9+1-m<0\Rightarrow m^2-7m+10<0\Rightarrow(m-2)(m-5)<0$$

$$\Rightarrow 2<m<5\quad(2)$$

$$(1)\cap(2)\Rightarrow 2<m<5$$

۲۶ ـ گزینه ۳ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+bx+c=0$ باشند، آنگاه:

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}\ ,\ \alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}$$

با توجه به معادلهٔ داده شده داریم:

$$\begin{cases}S=\alpha+\beta=\dfrac{-b}{a}=3\\ P=\alpha\beta=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{4}\end{cases}$$

$$k=\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}\Rightarrow k^2=\beta+\alpha+2\sqrt{\alpha\beta}=3+2\times\frac{1}{2}=4\Rightarrow k=2$$

abadgaranedu.ir

$$A=\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=\frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}}=\frac{۲}{\sqrt{\frac{۱}{۴}}}=۴$$

۲۷ ـ گزینه ۴

مطابق صورت سؤال، چون گفته محور xها را در دو نقطه به طول منفی قطع می‌کند، یعنی معادله دو ریشه‌ی منفی دارد. پس باید سه شرط $\Delta>۰$ (زیرا دو ریشه دارد) و $\frac{c}{a}>۰$ (ضرب دو عدد منفی، مثبت است) و $-\frac{b}{a}<۰$ (جمع دو عدد منفی، منفی است) را لحاظ کنیم.

$$(m-۲)x^۲-۲(m+۱)x+۱۲=۰$$
$$\Delta>۰\to b^۲-۴ac>۰\to(-۲(m+۱))^۲-۴(m-۲)(۱۲)>۰$$
$$\to۴(m^۲+۲m+۱-۱۲m+۲۴)>۰\xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر ۴}}(m^۲-۱۰m+۲۵)>۰\to(m-۵)^۲>۰$$
$$\to m\in R-\{۵\}$$
$$\frac{c}{a}>۰\to\frac{۱۲}{m-۲}>۰\to m-۲>۰\to m>۲\quad(۱)$$
$$-\frac{b}{a}<۰\to\frac{۲(m+۱)}{m-۲}<۰\xrightarrow{m-۲>۰}m+۱<۰\to m<-۱\quad(۲)$$
$$۱\cap۲\to\varnothing$$

توجه کنید که چون $\frac{c}{a}>۰$ است باید شرط $\Delta>۰$ بررسی گردد و اگر $\frac{c}{a}<۰$ باشد، آنگاه معادله دو ریشه دارد و نیازی به بررسی $\Delta>۰$ نیست.

۲۸ ـ گزینه ۱

یعنی این معادله‌ی درجه دوم باید دو ریشه‌ی مختلف‌العلامت داشته باشد.

$$x_۱x_۲<۰\to\frac{c}{a}<۰\Rightarrow\frac{۱-m}{m+۲}<۰\Rightarrow m<-۲ \text{ یا } m>۱$$

توجه کنید که چون $\frac{c}{a}<۰$ است، معادله قطعاً دو ریشهٔ حقیقی دارد. پس $\Delta>۰$ بررسی نمی‌گردد.

۲۹ ـ گزینه ۴ **می‌دانیم که در معادله‌ی $ax^۲+bx+c=۰$ مجموع جذر هر دو ریشه برابر است با:**

$$\sqrt{x_۱}+\sqrt{x_۲}=\sqrt{s+۲\sqrt{p}}\quad,\quad s=x_۱+x_۲=-\frac{b}{a}\quad,\quad p=x_۱\cdot x_۲=\frac{c}{a}$$

پس:

$$۲x^۲-(m+۱)x+\frac{۱}{۸}=۰\Rightarrow s=-\frac{b}{a}=\frac{m+۱}{۲}\quad,\quad p=\frac{c}{a}=\frac{۱}{۱۶}$$
$$\sqrt{x_۱}+\sqrt{x_۲}=\sqrt{\frac{m+۱}{۲}+۲\sqrt{\frac{۱}{۱۶}}}=۲\xrightarrow{\text{به توان دو می‌رسانیم}}\frac{m+۱}{۲}+\frac{۱}{۲}=۴\to m=۶$$

۳۰ ـ گزینه ۲ **توجه: شرط اینکه تابع $y=ax^۲+bx+c$ همواره بالای محور xها قرار گیرد $\Delta<۰$ و $a>۰$ است.**

می‌دانیم وقتی $y_۱=۲x^۲+۳x$ بالای $y_۲=mx^۲+m+۲$ قرار دارد که $۲x^۲+۳x>mx^۲+m+۲$ و در نتیجه $(۲-m)x^۲+۳x-(m+۲)>۰$ باید برقرار باشد. پس کافی است در این عبارت باید $\Delta<۰$ و ضریب $x^۲$ مثبت باشد:

$$\left\{\begin{array}{l}\Delta=۹-۴(m^۲-۴)=-۴m^۲+۲۵<۰\Rightarrow m^۲>\frac{۲۵}{۴}\Rightarrow|m|>\frac{۵}{۲}\Rightarrow m<\frac{-۵}{۲}\quad\text{یا}\quad m>\frac{۵}{۲}\\ a>۰\Rightarrow۲-m>۰\Rightarrow m<۲\end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک می‌گیریم}}m<\frac{-۵}{۲}$$

abadgaranedu.ir