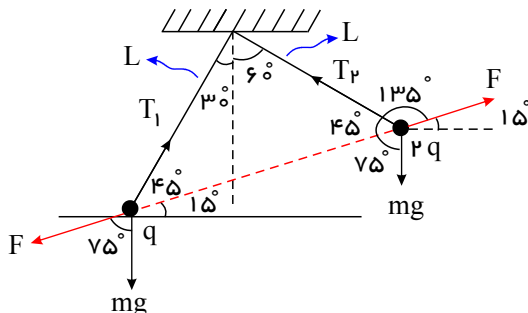


پاسخنامه تشریحی

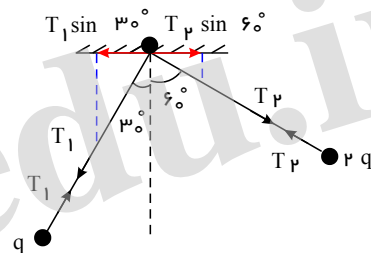
۱ - گزینه ۳ راه حل اول: با رسم نیروهای وارد بر هر یک از آونگ‌های باردار و با توجه به این که هر دو آونگ هم طول و در حال تعادل قرار دارند، با استفاده از قضیه سینوس‌ها داریم:



$$\begin{cases} \frac{T_1}{\sin 75^\circ} = \frac{F}{\sin 15^\circ} \\ \frac{T_2}{\sin 105^\circ} = \frac{F}{\sin 12^\circ} \end{cases} \xrightarrow{\sin 105^\circ = \sin 75^\circ} \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{\sin 6^\circ}{\sin 3^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

راه حل دوم: راه سریع‌تر استفاده از این نکته است که برایند نیروها در نقطه‌ی O محل اتصال نخ‌ها به سقف باید صفر باشد. در نتیجه داریم:

$$T_1 \sin 30^\circ = T_2 \sin 6^\circ \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin 6^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{3}$$



۲ - گزینه ۲

روش اول:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \rightarrow 4 = \frac{(9 \times 10^9) \times |q_1| \times |q_2| \times 10^{-12}}{(0.3)^2} \rightarrow |q_1||q_2| = 40$$

که فقط در گزینه‌ی (۲) حاصل ضرب اندازه‌ی بارها برابر ۴۰ می‌باشد.

روش دوم:

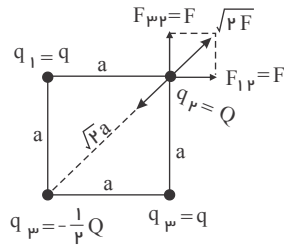
$$\text{قبل از تماس: } F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow 4 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1q_2| \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow |q_1q_2| = 40 \quad (1)$$

$$\text{بعد از تماس: } q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 3 \Rightarrow q_1 + q_2 = 6 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} q_1q_2 = 40 \\ q_1 + q_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow q_1(q_1 - 6) = 40 \Rightarrow q_1^2 - 6q_1 - 40 = 0$$

ریشه یا جواب این معادله برابر $10 \mu C$ و $-4 \mu C$ است.

۳ - گزینه ۲

اگر فرض کنیم $Q > 0$ آنگاه:

$$q_2 = Q > 0$$

$$q_3 = -\frac{1}{4}Q < 0$$

$$q_2 > 0, q_1 > 0 \Rightarrow q > 0$$

و برای خنثی شدن نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 می‌بایستی:

$$\begin{cases} \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{24} = \vec{0} \\ |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{23}| = F \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{23} = -(\vec{F}_{21} + \vec{F}_{24}) \Rightarrow |\vec{F}_{23}| = |-(\vec{F}_{21} + \vec{F}_{24})| \Rightarrow \frac{k|q_2|q_3}{(\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{2}F = \sqrt{2}\left(\frac{kqq_2}{a^2}\right) \Rightarrow \frac{k\frac{Q}{4}}{2a^2} = \frac{\sqrt{2}(kqQ)}{a^2}$$

$$\rightarrow \frac{Q}{4} = \sqrt{2}q \rightarrow \frac{Q}{q} = 4\sqrt{2}$$

۴ - گزینه ۴ بار الکتریکی یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار پایه (e) است و اندازه‌ی آن از رابطه‌ی $q = \pm ne$ به دست می‌آید. و داریم:

$$q = ne \rightarrow 1 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \rightarrow n = \frac{10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 6.25 \times 10^{12}$$

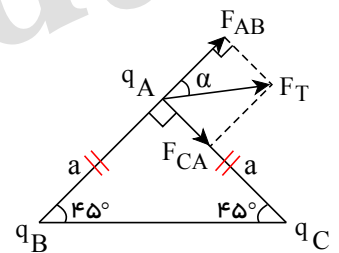
بنابراین باید تعداد 6.25×10^{12} الکترون از سکه خنثی خارج شود تا بار الکتریکی آن $+1 \mu C$ شود.

۵ - گزینه ۱

$$F_{CA} = \frac{\kappa q_A q_C}{r^2} = \frac{\kappa \times q \times q}{a^2} = \kappa \frac{q^2}{a^2} = F$$

$$F_{BA} = \kappa \frac{q_B q_A}{r^2} = \frac{\kappa \times \sqrt{3}q \times q}{a^2} = \sqrt{3} \times \kappa \frac{q^2}{a^2} = \sqrt{3}F$$

$$\tan \alpha = \frac{F}{F\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

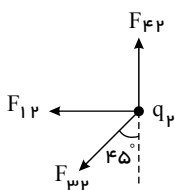


۶ - گزینه ۴

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{F}{2F} = \left(\frac{r_2}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{r_2}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{r_2}{r}$$

$$r_2 = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}r$$

۷ - گزینه ۴

با توجه به شکل، بار q_2 بار q_1 را جذب کرده، پس علامت آن مثبت است. چون نیروی خالص وارد بر q_1 در راستای محور x ها است، مؤلفه‌های قائم نیروها باید یکدیگر را خنثی کنند.

$$F_{21} \cos 45^\circ = F_{12} \Rightarrow \frac{\cancel{k} q_1 q_2}{(a\sqrt{2})^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\cancel{k} q_1 q_2}{a^2} \Rightarrow \frac{q_2}{2a^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{q_1}{a^2} \Rightarrow q_2 = +8\sqrt{2} \mu C$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{3 \times 3}{1 \times 1} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

۹ - گزینه ۴ پس از تماس دو کره فلزی هم اندازه و مشابه ، بارهای آن ها با هم برابر می شوند. پس:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{15 + 5}{2} = 10 \mu C$$

$$F = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r=r'} \frac{F'}{F} = \frac{10 \times 10}{5 \times 15} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \Delta F = F' - F = \frac{4}{3}F - F \Rightarrow \Delta F = \frac{1}{3}F \times 100\% \Rightarrow \Delta F = 33\%F$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{k q^2}{r^2}$$

$$F' = k \frac{(q - 0.25q)(q + 0.25q)}{r^2} = k \frac{(q^2 - \frac{1}{16}q^2)}{r^2} = \frac{15}{16} \frac{k q^2}{r^2} \Rightarrow F' = \frac{15}{16} F$$

راه حل دوم:

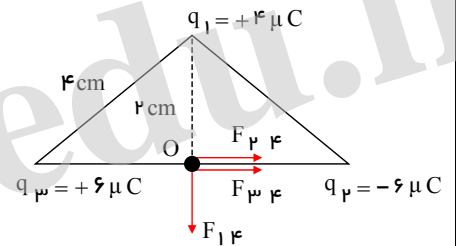
$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F' = \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4}\right) F = \frac{15}{16} F$$

۱۱ - گزینه ۴ ابتدا نیروی $F_{۲۳}$ و $F_{۳۲}$ که مساوی و هم جهت هستند را حساب کرده و برآیند می گیریم.

$$F_{۲۳} = F_{۳۲} = \frac{k q_2 q_3}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(\sqrt{12} \times 10^{-2})^2}$$

$$= \frac{54 \times 10^{-3}}{12 \times 10^{-4}} = 4.5 \times 10^1 = 45 N$$

$$F_{۲۱} = F_{۱۲} + F_{۲۳} = 45 + 45 = 90 N$$



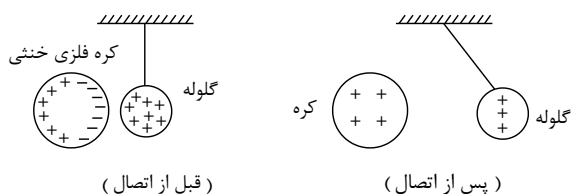
برای محاسبه ی $F_{۱۲}$ ، ابتدا فاصله ی q_1 و q_2 را حساب می کنیم و داریم :

$$r^2 = 2^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{12} \Rightarrow F_{۱۲} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = \frac{36 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} = 90 N$$

و در نهایت دو بردار عمود بر هم داریم ($F_{۱۲}$ و برآیند $F_{۲۳}$ ، $F_{۳۲}$) که برآیند آن ها برابر است با:

$$F_T = \sqrt{(90)^2 + (90)^2} \Rightarrow F_T = 90\sqrt{2} N$$

۱۲ - گزینه ۱ اگر کره ی فلزی به گلوله فلزی نزدیک شود بارهای کره ی فلزی به صورت تصویر زیر توزیع می شود و پس از آن بین بارهای مثبت گلوله آویزان و بارهای منفی القا شده در سمت راست کره نیروی جاذبه و بین بارهای مثبت گلوله و بارهای مثبت القا شده در سمت چپ کره نیروی دافعه به وجود می آید چون فاصله ی بین بارهای مثبت و منفی کمتر است پس نیروی جاذبه قوی تر می باشد. بنابراین گلوله جذب کره می شود. بعد از تماس بار مثبت گلوله بین کره و گلوله تقسیم شده و هر دو مثبت می شوند بنابراین بارهای هم نام به وجود آمده در کره فلزی و گلوله فلزی یکدیگر را دفع می نمایند.



$$F_2 = F_1 + 0.5 F_1 \Rightarrow F_2 = \frac{3}{2} F_1$$

$$k \frac{q_1' q_2'}{r^2} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \times \frac{3}{2} \Rightarrow (\lambda - 2) \times (q_2 + 2) = \lambda \times q_2 \times \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 6(q_2 + 2) = 12 q_2 \Rightarrow q_2 + 2 = 2 q_2 \Rightarrow q_2 = 2 \mu C$$

روش دوم: وقتی تغییرات پارامتری به صورت درصدی بیان می شود، می توانیم مقدار اولیه را ۱۰۰ فرض کنیم و به همان مقدار تغییرات درصدی، از ۱۰۰ کم یا اضافه کنیم. بنابراین داریم:

۲۵ درصد یعنی $\frac{1}{4}$ ، پس ۲۵ درصد q_1 می شود $\frac{1}{4} \times 8 = 2$. بنابراین $q_1 = 2 + q_r = q_r + 2$ و $q_1' = 6$ داریم:

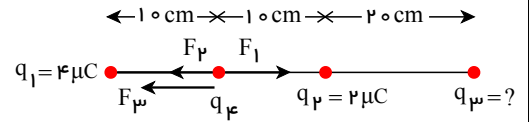
$$\frac{F'}{F} = \frac{q_1'}{q_1} \times \frac{q_r'}{q_r} \times \left(\frac{r'}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{150}{100} = \frac{6}{8} \times \frac{q_r + 2}{q_r} \Rightarrow q_r = 2 \mu C$$

۱۴ - گزینه ۱ اگر بار q_f را مثبت فرض کنیم در این صورت بارهای q_1 و q_r بار q_f را دفع می کنند و چون $q_1 > q_r$ ، پس $r_1 = r_r$ ، است و $F_1 > F_r$ است و q_r باید مثبت باشد. از طرفی نیروی بار q_1 باید برآیند نیروهای بارهای q_r و q_p را خنثی کند.

$$\Rightarrow F_r + F_p = F_1 \Rightarrow \frac{kq_r q_f}{(0.1)^2} + \frac{kq_p q_f}{(0.3)^2} = \frac{kq_1 q_f}{(0.1)^2}$$

$$= \frac{kq_1 q_f}{(0.1)^2} \times \frac{q_f \cdot k}{q_f \cdot k} \Rightarrow \frac{2}{0.01} + \frac{q_r}{0.09} = \frac{4}{0.01} \Rightarrow q_r = 1.8 \mu C$$

ساده شده اند



۱۵ - گزینه ۳

$$F_{1r} = \frac{q_1 q_r}{4L^2} \rightarrow \frac{q_r q_p}{L^2} - \frac{q_1 q_r}{4L^2} = \frac{q_1 q_r}{4L^2}$$

$$\frac{q_r \cancel{q_r}}{L^2} = \frac{q_1 \cancel{q_r}}{4L^2} \rightarrow q_r = \frac{q_1}{4} = \frac{4 \mu C}{4} = 1 \mu C$$

اما $q_p < 0$ است بنابراین $q_p = -2 \mu C$

۱۶ - گزینه ۴ اندازه برآیند نیروهای وارد بر q_1 برابر است با:

$$F_{r1} = \frac{kq_1 q_r}{d^2} = \frac{kq_1 q_1}{d^2}$$

$$F_{r2} = \frac{kq_1 q_p}{(2d)^2} = \frac{kq_1 q_p}{4d^2} \Rightarrow F_{\text{مخالص } q_1} = \frac{kq_1}{d^2} \left(q_1 - \frac{q_p}{4} \right)$$

برآیند نیروهای وارد بر q_p برابر است با:

$$F_{1p} = \frac{kq_1 q_p}{d^2} = \frac{kq_1 q_1}{d^2}$$

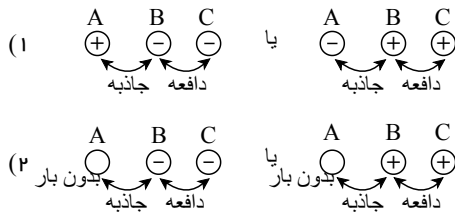
$$F_{r2} = \frac{kq_1 q_p}{(2d)^2} = \frac{kq_1 q_p}{4d^2} \Rightarrow F_{\text{مخالص } q_1} = \frac{kq_1}{d^2} \left(\frac{q_p}{4} - q_1 \right)$$

اندازه این نیروهای برآیند با یکدیگر برابر است، بنابراین داریم:

$$|\sum F_r| = |\sum F_1| \Rightarrow \frac{kq_1}{d^2} \left(q_1 - \frac{q_p}{4} \right) = \frac{kq_1}{d^2} \left(\frac{q_p}{4} - q_1 \right)$$

$$\Rightarrow q_1 - \frac{q_p}{4} + \frac{q_p}{4} - q_1 = 2q_1 - \frac{q_p}{4} + \frac{q_p}{9} \Rightarrow 2q_1 = \frac{13q_p}{36} \Rightarrow \frac{q_p}{q_1} = \frac{72}{13}$$

۱۷ - گزینه ۴ اگر B و C یکدیگر را دفع می کنند، قطعاً این دو گلوله باردار بوده و بار آن‌ها با یکدیگر هم نام است (رد گزینه ۲ و ۳). از طرفی گلوله B جذب گلوله A شده است. بنابراین گلوله A باردار و بار آن با B ناهمنام است و یا بدون بار می باشد (توجه شود که یک گلوله B باردار، همواره یک گلوله فلزی بدون بار را جذب می کند) و گزینه ۴ می تواند صحیح باشد. دقت شود که در مورد مقدار بار گلوله‌ها نمی توان اظهار نظر کرد.



⇒ حالت های ممکن

۱۸ - گزینه ۲ هرگاه مجموع دو کمیت ثابت باشد، حاصل ضرب آن‌ها زمانی بیشینه خواهد بود که دو مقدار باهم برابر باشند (این جا طبق پایستگی بار مجموع دو بار همواره ثابت است)

بنابراین نیروی کولنی بین دو بار با توجه به رابطه $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ زمانی بیشینه است که $q_1' = q_2'$ باشد، یعنی بار کل $q_1 + q_2 = q_1 + 2q_1 = 3q_1 = 3q_2$ به یک اندازه بین بارها تقسیم شود.

$$q'_1 = q'_r = \frac{3q_1}{2}$$

به عبارت دیگر بار جسم اول از q_1 به $\frac{3}{2}q_1$ افزایش یابد و به همین ترتیب بار جسم دوم از $2q_1$ به $\frac{3}{2}q_1$ کاهش یابد.

$$\text{درصد تغییرات بار جسم اول} \frac{\Delta q}{q_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{2}q_1 - q_1}{q_1} \times 100 = 50\%$$

$$\text{درصد تغییرات بار جسم دوم} \frac{\Delta q}{q_r} \times 100 = \frac{\frac{3}{2}q_1 - 2q_1}{2q_1} \times 100 = -\frac{1}{4} \times 100 = -25\%$$

۱۹ - گزینه ۴ اندازه‌ی نیروی بین بارهای الکتریکی هم نام q_1 و $q_r = 5q_1$ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{kq_1 q_r}{r^2}, k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m}{C^2}, r = 3m, F = 0.2N$$

$$0.2 = \frac{9 \times 10^9 \times 5q_1^2}{3^2} \Rightarrow q_1^2 = 4 \times 10^{-12} \Rightarrow q_1 = 2 \times 10^{-6} C = 2 \mu C$$

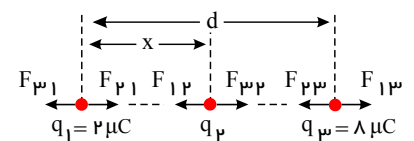
۲۰ - گزینه ۳ با توجه به این که برآیند نیروهای الکترواستاتیکی وارد بر هر یک از بارها برابر صفر است پس علامت بار q_r منفی می‌باشد.

$$F_{1r} = F_{rr} \Rightarrow k \frac{2 \times q_r}{x^2} = k \frac{\lambda \times q_r}{(d-x)^2} \Rightarrow 4x^2 = (d-x)^2 \quad (1)$$

$$F_{r1} = F_{r1} \Rightarrow k \frac{2 \times q_r}{x^2} = k \frac{2 \times \lambda}{d^2} \Rightarrow q_r = \lambda \frac{x^2}{d^2} \quad (2)$$

$$(1) \text{ رابطه‌ی } 2x = d - x \Rightarrow 3x = d \Rightarrow x = \frac{d}{3}$$

$$(2) \text{ رابطه‌ی } q_r = \lambda \frac{x^2}{d^2} = \lambda \frac{\frac{d^2}{9}}{d^2} = \frac{\lambda}{9} \mu C$$



چون بار q_r منفی است پس $q_r = -\frac{\lambda}{9} \mu C$ است.

۲۱ - گزینه ۳

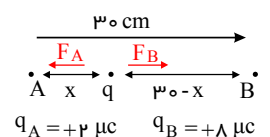
$$F = \frac{kq_1 q_r}{r^2} \Rightarrow \frac{F_r}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{F}{F} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$r_r = \sqrt{2} r_1 \Rightarrow r_r = \sqrt{2} r$$

۲۲ - گزینه ۱ ابتدا بار q را در نقطه‌ای قرار می‌دهیم که در حال تعادل باشد. (می‌دانیم که باید بین دو بار نزدیک بار کوچکتر باشد تا نیروها یکدیگر را خنثی کنند)

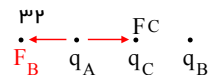
$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{k \times q \times 2}{x^2} = \frac{k \times q \times 8}{(30-x)^2} \rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(30-x)^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{30-x} \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$



حالا که محل q_c معلوم شد شرط تعادل q_A یا q_B را هم چک می‌کنیم: (F_C باید جاذبه باشد تا F_B را خنثی کند پس q منفی است)

$$F_B = F_C \Rightarrow \frac{k \times 8 \times 2}{30^2} = \frac{k \times 2 \times q}{10^2} \Rightarrow q = \frac{8}{9} \text{ منفی} \rightarrow q = -\frac{8}{9} \mu C$$



۲۳ - گزینه ۳

$$0.25q_1 = 2 \mu C \rightarrow \begin{cases} q'_1 = 80 - 20 = 60 \mu C \\ q'_r = (-50) + 20 = -30 \mu C \end{cases}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1 |q'_r|}{q_1 |q_r|} = \frac{60 \times 30}{80 \times 50} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} \rightarrow \frac{\Delta F}{F} = -\frac{11}{20} = -55\% \text{ کاهش}$$

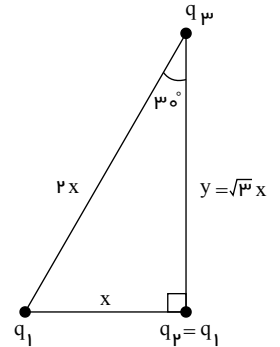
$$F_{1r} = F_{rr} \rightarrow k \frac{|q_1| |q'_r|}{r_{1r}^2} = k \frac{|q_r| |q_r|}{r_{rr}^2} \rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_r|}{3x^2}$$

$$\rightarrow |q_p| = 3|q_1| = 3|q_r| (q_1 = q_r)$$

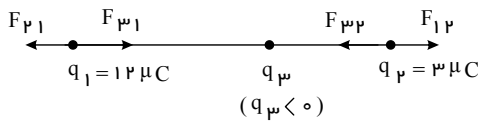
$$\frac{F_{1r}}{F_{1p}} = \left(\frac{|q_1| \times |q_r|}{|q_1| \times |q_p|} \right) \left(\frac{r_{1r}}{r_{1p}} \right)^2 = (3) \left(\frac{x}{2x} \right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{y} \rightarrow y = \sqrt{3}x$$

$$r_{1r} = \sqrt{x^2 + y^2} = 2x$$



۲۵ - گزینه ۳ چون برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر ذره صفر است. حتماً این سه ذره بر روی یک خط واقع اند. چون q_1 و q_p هم علامت اند بار q_p حتماً بین این دو بار و نزدیکتر به بار q_p ($q_p < q_1$) است.



چون برآیند نیروهای وارد بر هر ذره صفر است، (مثلاً بار q_1 را در نظر بگیریم) باید بار q_p مخالف علامت دوبار دیگر باشد یعنی: $q_p < 0$

$$r_{1r} = \sqrt{(4 - (-8))^2 + (3 - 12)^2} = \sqrt{144 + 81} = 15$$

$$r_{1r} = x, r_{1r} = 15 \text{ cm}, r_{rp} = (15 - x) \text{ cm}$$

$$\begin{cases} F_{r1} = F_{r1} \rightarrow \frac{kq_1|q_r|}{r^2} = \frac{kq_1q_r}{r_{1r}^2} & (1) \\ F_{rp} = F_{1r} \rightarrow \frac{k|q_p|q_r}{r_{rp}^2} = \frac{kq_1q_r}{r_{1r}^2} & (2) \end{cases}$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{kq_1|q_r|}{r_{1r}^2} = \frac{k|q_p|q_r}{r_{rp}^2} \rightarrow \frac{12}{x^2} = \frac{3}{(15-x)^2} \rightarrow \left(\frac{15-x}{x} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \frac{15-x}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow 30 - 2x = x \rightarrow 3x = 30 \rightarrow \boxed{x = 10 \text{ cm}}$$

$$(1) \rightarrow \frac{|q_r|}{r_{1r}^2} = \frac{q_r}{r_{1r}^2} \rightarrow |q_r| = \left(\frac{r_{1r}}{r_{1p}} \right)^2 q_r = \left(\frac{10}{15} \right)^2 \times 3 \mu\text{C} = \frac{4}{3} \mu\text{C}$$

$$q_r < 0 \rightarrow \boxed{q_r = -\frac{4}{3} \mu\text{C}}$$

۲۶ - گزینه ۲ اگر مثلاً بار q_1 را به اندازه $2 \mu\text{C}$ اضافه کنیم، تبدیل به $q_1' = q_1 + 2$ می شود حال برای مقایسه ی نیروی بین دو حالت داریم:

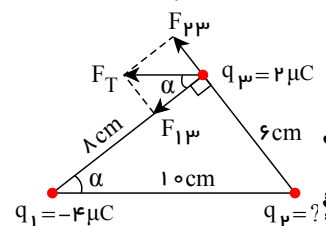
$$\frac{F'}{F} = \frac{q_1'}{q_1} \times \frac{q_r'}{q_r} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \xrightarrow[r_{F'=0,r}]{r=r', q_r'=q_r} \frac{3}{2} = \frac{q_1 + 2}{q_1} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{q_1 + 2}{q_1}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3q_1 = 2q_1 + 4 \rightarrow q_1 = 4 \mu\text{C}$$

۲۷ - گزینه ۴ با توجه به جهت نیروی برآیند، q_p و q_r همنام و نیروی بین آنها رانشی است.

$$\tan \alpha = \frac{6}{8} = \frac{F_{rp}}{F_{1r}} \Rightarrow F_{rp} = \frac{3}{4} F_{1r}$$

$$k \frac{q_p q_r}{r_{rp}^2} = \frac{3}{4} k \frac{q_1 q_r}{r_{1r}^2} \Rightarrow \frac{q_p}{6^2} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{8^2} \Rightarrow q_p = \frac{3 \times 36}{64} = \frac{27}{16} \mu\text{C}$$



$$\frac{F'}{F} = \frac{q_1'}{q_1} \times \frac{q_2'}{q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow[\text{نصف } r]{\text{نصف } q_1} \frac{F'}{F} = \frac{1}{2} \times 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

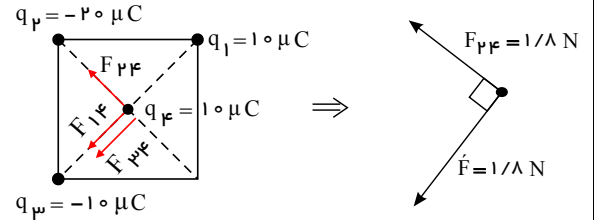
۲۹ - گزینه ۳ اگر ضلع مربع $a = \sqrt{2}m$ باشد، فاصله q_2 از هر کدام از بارها، نصف قطر مربع یعنی برابر با $\frac{1}{2}\sqrt{2}a$ خواهد شد. پس این فاصله برابر با

$r = \left(\frac{1}{2}\sqrt{2} \times \sqrt{2}\right)m = 1m$ خواهد شد. حال تک تک نیروها را حساب می کنیم:

$$F_{12} = F_{21} = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6} \times 10^{-6}}{1^2} = 0.9N$$

$$\text{برایند دو بردار هم جهت} \quad F' = F_{12} + F_{21} = 0.9 + 0.9 = 1.8N$$

$$F_{23} = \frac{k|q_2 q_3|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-6} \times 10^{-12}}{1^2} = 1.8N$$



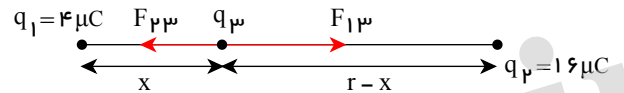
$$F_T = \sqrt{F'^2 + F_{23}^2} = \sqrt{(1.8)^2 + (1.8)^2} = 1.8\sqrt{2}N$$

۳۰ - گزینه ۲ نکته: برای دو بار هم نام q_1 و q_2 بار سوم q_3 تنها می تواند روی خط واصل دو بار در بین آن ها و نزدیک به بار کوچک تر قرار بگیرد تا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر شود. همانطور که در شکل پیداست در این نقطه نیروها خلاف جهت هستند و از طرفی هم باید برابر باشند، پس:

$$q_1 = 4\mu C, \quad q_2 = 16\mu C$$

$$F_{12} = F_{21} \Rightarrow \frac{k q_1 q_2}{x^2} = \frac{k q_2 q_3}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{16}{(r-x)^2}$$

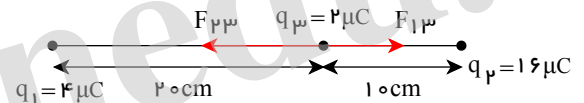
$$\Rightarrow x = \frac{r}{3} = \frac{30}{3} = 10cm$$



حال اگر بار q_3 جایجا شود فاصله اش تا q_1 برابر $20cm$ و تا q_2 برابر $10cm$ می شود در این حالت داریم:

$$F_{12} = \frac{k q_1 q_2}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 16 \times 10^{-6}}{(0.2)^2} = 1.8N$$

$$F_{23} = \frac{k q_2 q_3}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 16 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 28.8N$$



\vec{F}_{23} و \vec{F}_{12} در خلاف جهت هم اثر می کنند، پس بزرگی نیروی برآیند آن ها برابر است با:

$$F_T = (28.8 - 1.8) = 27N$$