پاسخنامه تشریحی

۱ ـ گزینه ۳ مجموعه حالاتی که اعضاء از ۴ بیشتر نباشد $\{۱,۲,۳,۴\}$ و حالاتی که مضرب ۳ باشند مجموعه $\{۳,۶,۹\}$ است.
اجتماع این دو مجموعه $\{۱,۲,۳,۴,۶,۹\}$ همان اعضاء پیشامد A می‌باشد.

$$S=\{۱,۲,۳,\cdots,۹\}$$

$$A=\text{ پلاک مضرب ۳ یا بیشتر از ۴نیست }=\{۱,۲,۳,۴,۶,۹\}\Rightarrow P(A)=\frac{۶}{۹}=\frac{۲}{۳}$$

۲ ـ گزینه ۳ A پیشامد حالات مطلوب است.

ابتدا ۳ رقم از ۵ رقم را انتخاب، سپس به $!۳$ حالت با آن ها عدد سه رقمی می سازیم.

$$n(S)=\binom{۵}{۳}\times ۳!$$

$$n(A)=\underbrace{\binom{۲}{۲}}_{\text{انتخاب دو رقم فرد}}\times\underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\text{انتخاب یک رقم زوج}}\times\underbrace{۳!}_{\text{جابجایی سه رقم انتخابی}}$$

پس $P(A)=\dfrac{\binom{۲}{۲}\times\binom{۳}{۱}\times ۳!}{\binom{۵}{۳}\times ۳!}=۰/۳$ است.

۳ ـ گزینه ۱

پیشامد مضارب ۶: B پیشامد مضارب ۵: A

$$P(A-B)+P(B-A)=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)$$

$$=\frac{[\frac{۶۰۰}{۶}]-[\frac{۱۰۰}{۶}]+[\frac{۶۰۰}{۵}]-[\frac{۱۰۰}{۵}]-۲\times([\frac{۶۰۰}{۳۰}]-[\frac{۱۰۰}{۳۰}])}{۶۰۰-۱۰۰}$$

$$=\frac{۱۰۰-۱۶+۱۲۰-۲۰-۲(۲۰-۳)}{۵۰۰}=۰/۳$$

روش دوم: نمودار ون را رسم می‌کنیم و تعداد عضوهای ناحیه مطلوب را تعیین می‌نماییم:

$$|A\cap B|=\left[\frac{۵۰۰}{۳۰}\right]=۱۶$$

$$|A|=\left[\frac{۵۰۰}{۵}\right]=۱۰۰\qquad\Rightarrow|A-B|+|B-A|=۸۴+۶۷=۱۵۳$$

$$|B|=\left[\frac{۵۰۰}{۶}\right]=۸۳$$

۴ ـ گزینه ۲

همه حالاتی که مجموع دو کارت برابر ۱۱ باشد، عبارتند از:

$$A=\{(۲,۹),(۳,۸),(۴,۷),(۵,۶)\}$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{\binom{۹}{۲}}=\frac{۴}{۳۶}=\frac{۱}{۹}$$

۵ ـ گزینه ۳ A پیشامد حالت مطلوب است.

کافی است از کل حالات ، حالاتی که تعداد افراد انتخابی از هر دو گروه یکسان می باشند را کم کنیم. (دو ریاضی و دو تجربی)

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۶}{۲}}{\binom{۱۰}{۴}}=۱-\frac{۹۰}{۲۱۰}=۱-\frac{۳}{۷}=\frac{۴}{۷}$$

abadgaranedu.ir

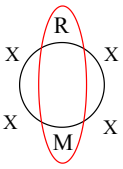
۶ ـ گزینه ۴

احتمال اینکه ۳ سکه از ۴ سکه پشت بیاید یا احتمال اینکه ۳ سکه از ۴ سکه رو بیاید $=$ (مطلوب) P

$$P(\text{مطلوب}) = \frac{\binom{۴}{۳}}{۲^۴} + \frac{\binom{۴}{۳}}{۲^۴} = \frac{۴}{۱۶} + \frac{۴}{۱۶} = \frac{۸}{۱۶} = \frac{۱}{۲}$$

۷ ـ گزینه ۳ ۶ نفر به $!(۱-۶)$ طریق دور میز گرد می نشینند اگر رئیس و منشی روبروی هم باشند ۴ کارمند دیگر در محل به $!۴$ طریق جایگشت دارند پس:

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{!۴}{!(۶-۱)} = \frac{۲۴}{۱۲۰} = \frac{۱}{۵}$$



روش دوم: رئیس روی یک صندلی قرار می‌گیرد، ۵ صندلی خالی می‌ماند که یکی از آن‌ها روبروی رئیس است پس احتمال اینکه منشی روبه‌روی رئیس باشد $\frac{۱}{۵}$ است.

۸ ـ گزینه ۴

به‌ترتیب تعداد اعضای فضای نمونه‌ای و پیشامد خواسته را محاسبه می‌کنیم:

$$n(S) = \binom{۶}{۵} \times ۵!$$

ابتدا ۵ خانه از ۶ خانه را انتخاب می‌کنیم سپس ۵ عدد مورد نظر به حالت $!۵$ با هم جابه‌جا می‌شوند.

۶ خانه را در نظر می گیریم ۵ رقم به دو حالت می‌توانند به صورت متوالی در خانه‌ها قرار بگیرند. (یعنی خانه ۱ تا ۵ یا خانه ۲ تا ۶)

۲, ۴ با هم $!۲$ جابه‌جا می‌شوند سپس ۲, ۴ را یک رقم گرفته با ۳ رقم دیگر $!۴$ حالت جابه‌جا می‌شوند. در نتیجه: $n(A) = ۲ \times ۲! \times ۴!$

$$P(A) = \frac{۲ \times ۲! \times ۴!}{\binom{۶}{۵} \times ۵!} = \frac{۲}{۱۵}$$

۹ ـ گزینه ۲

احتمال قبولی در هر دو درس یعنی $P(A \cap B)$ خواسته شده است:

قبولی در درس فیزیک: A

قبولی در درس شیمی: B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{۷۵}{۱۰۰} = \frac{۵۵}{۱۰۰} + \frac{۶۰}{۱۰۰} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۴۰}{۱۰۰} = ۰/۴۰$$

۱۰ ـ گزینه ۲

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow ۰/۲ = ۰/۶ - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۴$$
$$P(A' \cap B) = P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(B \cap A) = ۰/۷ - ۰/۴ \Rightarrow P(A' \cap B) = ۰/۳$$

۱۱ ـ گزینه ۱ یعنی باید مجموع دو تاس یکی از اعداد ۲ یا ۳ یا ۵ یا ۷ یا ۱۱ شود. طبق جدول رو به رو برای پیشامد مطلوب A ۱۴ حالت وجود دارد .

تاس اول	تاس دوم			
۱	۱	۲	۴	۶
۲	۱	۳	۵	
۳	۲	۴		
۴	۱	۳		
۵	۲	۶		
۶	۱	۵		

ضمناً $n(S) = ۳۶$ می باشد پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۵}{۱۲}$$

۱۲ ـ گزینه ۲

ظرف A	ظرف B
۵ سفید ۳ سیاه	۴ سفید ۲ سیاه

هندسه گسسته

abadgaranedu.ir

$$\frac{\overbrace{\binom{۵}{۲}}^{\text{دو سفید از ظرف } A}}{\binom{۸}{۲}} \times \frac{\overbrace{\binom{۴}{۲}}^{\text{دو سفید از ظرف } B}}{\binom{۶}{۲}} + \frac{\overbrace{\binom{۳}{۲}}^{\text{دو سیاه از ظرف } A}}{\binom{۸}{۲}} \times \frac{\overbrace{\binom{۲}{۲}}^{\text{دو سیاه از ظرف } B}}{\binom{۶}{۲}}$$

$$= (\frac{۱۰}{۲۸} \times \frac{۶}{۱۵}) + (\frac{۳}{۲۸} \times \frac{۱}{۱۵}) = \frac{۲۱}{۱۴۰} = \frac{۳}{۲۰} = ۰/۱۵$$

۱۳ - گزینه ۲

B : پیشامد آنکه عدد انتخابی مضارب ۷ باشد A : پیشامد آنکه عدد انتخابی مضارب ۶ باشد

$$\text{جواب} = P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - ۲P(A \cap B)$$

$$= \frac{\left(\left[\frac{۳۰۰}{۶}\right] - \left[\frac{۵۰}{۶}\right]\right) + \left(\left[\frac{۳۰۰}{۷}\right] - \left[\frac{۵۰}{۷}\right]\right) - ۲\left(\left[\frac{۳۰۰}{۴۲}\right] - \left[\frac{۵۰}{۴۲}\right]\right)}{۲۵۰}$$

$$= \frac{۵۰ - ۸ + ۴۲ - ۷ - ۱۴ + ۲}{۲۵۰} = \frac{۲۶}{۱۰۰}$$

۱۴ - گزینه ۴

۵ سفید
۴ سیاه
۳ قرمز

P (هر ۳ هم رنگ) $= ۱ -$ P (حداکثر ۲ مهره هم رنگ)

$$= ۱ - \frac{\overbrace{\binom{۵}{۳}}^{\text{۳ مهره سفید}} + \overbrace{\binom{۴}{۳}}^{\text{۳ مهره سیاه}} + \overbrace{\binom{۳}{۳}}^{\text{۳ مهره قرمز}}}{\binom{۱۲}{۳}} = ۱ - \frac{۱۵}{۲۲۰} = ۱ - \frac{۳}{۴۴} = \frac{۴۱}{۴۴}$$

۱۵ - گزینه ۳ یعنی باید از هر رنگ، یک مهره خارج نمائیم. بنابراین:

۵ سفید
۷ سیاه

$$(\text{حالت مطلوب}) = \frac{\binom{۵}{۱}\binom{۷}{۱}}{\binom{۱۲}{۲}} = \frac{۳۵}{۶۶}$$

۱۶ - گزینه ۲

A پیشامد حالات مطلوب است.

$$n(S) = \binom{۹}{۴} = \frac{۹!}{۴!۵!} = ۱۲۶$$

$$n(A) = \binom{۱}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۳}{۱}\binom{۳}{۱} = ۱۸$$

پس $P(A) = \frac{۱۸}{۱۲۶} = \frac{۱}{۷}$ است.

۱۷ - گزینه ۴

A : پیشامد عدد سه رقمی زوج $n(A) = \begin{cases} \text{یکان ۰} : \boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۱} = ۱۲ \\ \text{یکان ۲ یا ۴} : \boxed{۳}\boxed{۳}\boxed{۲} = ۱۸ \end{cases} \Rightarrow n(A) = ۳۰$

$$n(S) = \underline{۴} \times \underline{۴} \times \underline{۳} = ۴۸$$

$$P(A) = \frac{۳۰}{۴۸} = \frac{۵}{۸}$$

هندسه گسسته

abadgaranedu.ir

۱۸ ـ گزینه ۳

$$n(S)=\binom{۵+۶}{۶}=\binom{۹}{۳}=\frac{۹\times ۸\times ۷}{۳\times ۲\times ۱}=۸۴$$

$$n(A)=\underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{۲ نفر سال اول}}\times\underbrace{\binom{۵}{۴}}_{\text{۴ نفر سال اول}}=۶\times ۵=۳۰$$

پس $P(A)=\frac{۳۰}{۸۴}=\frac{۵}{۱۴}$ است.

۱۹ ـ گزینه ۲

ـ نکته: اگر $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ و $|A|\neq ۰$ آهنگ وارون ماتریس A از دستور $A^{-۱}=\frac{۱}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$ حاصل می‌گردد.

ـ نکته: اگر A وارون‌پذیر باشد، آنگاه $AA^{-۱}=A^{-۱}A=I$

$$AX=A-۲I\xrightarrow[\text{از چپ}]{A^{-۱}\times\text{طرفین}}A^{-۱}AX=A^{-۱}(A-۲I)\Rightarrow IX=A^{-۱}A-۲A^{-۱}I$$

$$\Rightarrow X=I-۲A^{-۱}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}-۲\times\frac{۱}{۶-۴}\begin{bmatrix}۳ & -۱\\ -۴ & ۲\end{bmatrix}\Rightarrow X=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۳ & -۱\\ -۴ & ۲\end{bmatrix}\Rightarrow X=\begin{bmatrix}-۲ & ۱\\ ۴ & -۱\end{bmatrix}$$

۲۰ ـ گزینه ۴

A پیشامد حالات مطلوب است.

تعداد کل اعداد ۳ رقمی $=n(S)=$ | ۹ | ۱۰ | ۱۰ | $=۹\times ۱۰\times ۱۰=۹۰۰$

تعداد اعداد ۳ رقمی فاقد ۲ $=n(A')=$ | ۸ | ۹ | ۹ | $=۸\times ۹\times ۹$

به جز ۲ و ۰ | به جز ۲ | به جز ۲

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۹\times ۱۰\times ۱۰-۸\times ۹\times ۹}{۹\times ۱۰\times ۱۰}=۱-\frac{۸\times ۹\times ۹}{۹\times ۱۰\times ۱۰}=۱-۰/۷۲=۰/۲۸$$

abadgaranedu.ir