

## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳

$$\underbrace{x^3 - 3x^2 + 8x - 24}_{\text{فاکتور از } x^3} = \underbrace{x^2(x-3) + 8(x-3)}_{\text{فاکتور از } (x-3)} = (x-3)\underbrace{(x^2+8)}_{\text{اتحاد چاق و لاغر}} = (x-3)(x+2)(x^2-2x+4)$$

پس باتوجه به گزینه‌ها تنها، عامل  $(x+2)$  وجود دارد.

۲ - گزینه ۴ روش اول:

هر عبارت را جداگانه ساده می‌کنیم.

$$\frac{4x^2 + 4x + 1}{2x^2 + x} = \frac{(2x+1)^2}{x(2x+1)} = \frac{2x+1}{x}$$

$$x-2 - \frac{x^2+1}{x} = \frac{x(x-2) - (x^2+1)}{x} = \frac{x^2-2x-x^2-1}{x} = \frac{-2x-1}{x} = \frac{-(2x+1)}{x}$$

$$\text{پس: } \frac{4x^2 + 4x + 1}{2x^2 + x} \div (x-2 - \frac{x^2+1}{x}) = \frac{2x+1}{x} \div \left(\frac{-(2x+1)}{x}\right) = \frac{2x+1}{x} \times \frac{x}{-(2x+1)} = -1$$

روش دوم: کافی است یک عدد دلخواه مثلاً  $x=2$  را در عبارت قرار دهیم.

$$x=2 \rightarrow \frac{16+8+1}{8+2} \div (2-2 - \frac{4+1}{2}) = \frac{25}{10} \div (-\frac{5}{2}) = \frac{25}{10} \times (-\frac{2}{5}) = -1$$

بنابراین گزینه‌ی چهارم صحیح است.

۳ - گزینه ۲ روش اول:

ابتدا هر یک از پرانتزها را ساده می‌کنیم:

$$1 - \frac{6}{x+2} = \frac{x+2-6}{x+2} = \frac{x-4}{x+2}$$

$$\frac{5x-2}{x-4} + x = \frac{5x-2+x(x-4)}{x-4} = \frac{5x-2+x^2-4x}{x-4} = \frac{x^2+x-2}{x-4}$$

$$\frac{(x+2)(x-1)}{x-4}$$

تجزیه‌ی صورت از طریق اتحاد جمله‌ی مشترک

$$\frac{x-4}{x+2} \times \frac{(x+2)(x-1)}{x-4} = \frac{x-1}{1} = x-1$$

حال دو عبارت ساده شده را در هم ضرب می‌کنیم:

روش دوم:

یک عدد دلخواه، مثلاً  $x=1$  را در عبارت جایگزین می‌کنیم.

$$x=1 \rightarrow (1 - \frac{6}{1+2})(\frac{5-2}{1-4} + 1) = (1-2)(-1+1) = (-1)(0) = 0$$

فقط گزینه‌ی دوم است که اگر به جای  $x$  آن یک قرار دهید حاصل برابر صفر می‌شود.

۴ - گزینه ۱ روش اول:

ابتدا در هر یک از پرانتزها مخرج مشترک می‌گیریم:

$$(x + \frac{2}{x-3}) \times (1 - \frac{1}{x-2}) = (\frac{x(x-3)+2}{x-3}) \times (\frac{x-2-1}{x-2})$$

اتحاد یک جمله‌ی مشترک

$$= \frac{x^2-3x+2}{x-3} \times \frac{x-3}{x-2} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)} \times \frac{x-3}{x-2} = x-1$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلاً  $x=1$  را در عبارت جایگزین می‌کنیم.

$$x=1 \rightarrow (1 + \frac{2}{1-3})(1 - \frac{1}{1-2}) = (1-1)(1+1) = 0$$

تنها در گزینه‌ی اول است که اگر به جای  $x$  عدد یک را قرار دهید حاصل صفر می‌شود.

۵ - گزینه ۳

$$a(a-3)(a-4) - 12a + 36$$

- فاکتور از ۱۲

$$= a(a-3)(a-4) - 12(a-3) \stackrel{\text{فاکتور از } a-3}{=} (a-3)[a(a-4) - 12] = (a-3)[a^2 - 4a - 12]$$

تجزیه از طریق اتحاد جمله مشترک

برای عبارت  $a^2 - 4a - 12$  که آن را از طریق اتحاد جمله ی مشترک تجزیه می کنیم باید دو عدد پیدا کنیم که ضرب آن ها ۱۲- و مجموع آنها ۴- باشد که این دو عدد، ۶- و ۲ می باشد پس داریم:

$$(a-3)(a-6)(a+2) \rightarrow a-2 \text{ جزو عوامل تجزیه نمی باشد.}$$

۶ - گزینه ۳

روش اول:

$$\text{عبارت اول: } \frac{x-5}{1} + \frac{6}{x+2} = \frac{(x+2)(x-5) + 6}{x+2} = \frac{x^2 - 5x + 2x - 10 + 6}{x+2}$$

$$= \frac{x^2 - 3x - 4}{x+2} = \frac{(x+1)(x-4)}{x+2}$$

$$\text{عبارت دوم: } 1 - \frac{1}{x+2} = \frac{x+2-1}{x+2} = \frac{x+1}{x+2}$$

برای محاسبه ی عبارت داده شده کافی است که عبارت اول را در عکس عبارت دوم ضرب کنیم.

$$\text{جواب} = \frac{(x+1)(x-4)}{x+2} \times \frac{x+2}{x+1} = x-4$$

روش دوم:

عددی دلخواه مانند  $x=0$  در عبارت جایگزین می کنیم.

$$x=0 \rightarrow (0-5 + \frac{6}{2}) \div (1 - \frac{1}{2}) = (-5 + 3) \div (\frac{1}{2}) = (-2) \times 2 = -4$$

فقط گزینه ی سوم است که اگر  $x=0$  را در آن جایگزین کنیم حاصل برابر ۴- می شود.

۷ - گزینه ۴

ابتدا در هر پرانتز، مخرج مشترک می گیریم.

روش اول:

$$(\frac{2x+1-\frac{3}{x}}{2+\frac{1}{x+1}}) \div (\frac{x(2x+1)-3}{x}) \div (\frac{2(x+1)+1}{x+1})$$

تجزیه به روش A

$$= \frac{2x^2+x-3}{x} \div \frac{2x+3}{x+1} = \frac{2x^2+x-3}{x} \times \frac{x+1}{2x+3}$$

$$\Rightarrow A = 2x^2 + x - 3 \xrightarrow{\times 2} 2A = 4x^2 + (2x) - 6 \Rightarrow 2A = (2x+3)(2x-2)$$

$$\Rightarrow 2A = (2x+3)2(x-1) \Rightarrow A = (2x+3)(x-1)$$

$$= \frac{(x-1)\cancel{(2x+3)}}{x} \times \frac{x+1}{\cancel{2x+3}} = \frac{(x-1)(x+1)}{x} = \frac{x^2-1}{x} \stackrel{\text{تفکیک}}{=} \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x}$$

روش دوم: کافی است یک عدد دلخواه مثلاً  $x=2$  را در عبارت جایگزین کنیم.

$$x=2 \rightarrow (4+1-\frac{3}{2}) \div (2+\frac{1}{3}) = \frac{5}{2} \div \frac{7}{3} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{14}$$

فقط گزینه ی چهارم می باشد که اگر  $x=2$  را جایگزین کنیم حاصل برابر  $\frac{15}{14}$  می شود.

۸ - گزینه ۱

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \text{ می دانیم:}$$

روش اول:

$$(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \left( \frac{x}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2} \right) = (x-2)^3 = \frac{x - (x-2)}{(x-2)^2}$$

$$= (x-2)^2 \times \frac{2}{(x-2)^2} = 2(x-2) = 2x - 4$$

روش دوم: کافی است یک عدد دلخواه مثلاً  $x = 1$  را در عبارت جایگزین کنیم.

$$x = 1 \rightarrow (1 - 6 + 12 - 8) \left( \frac{1}{1 - 4 + 4} - \frac{1}{1 - 2} \right) = (-1)(1 + 1) = -2$$

تنها گزینه‌ی اول است که اگر به جای  $x$  آن عدد یک قرار دهید حاصل برابر  $-2$  می‌شود.

۹ - گزینه ۱ عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x - 1}{2x + 1} - \frac{2x + 1}{2x - 1} = \frac{2x^2 - x + (x-1)(2x-1) - (2x+1)(2x+1)}{4x^2 - 1} = \frac{2x^2 - x + 2x^2 - x - 2x + 1 - 4x^2 - 4x - 1}{4x^2 - 1}$$

$$= \frac{-8x}{4x^2 - 1} = \frac{P(x)}{4x^2 - 1} \Rightarrow P(x) = -8x$$

۱۰ - گزینه ۴ هر دو جمله‌ای که هر دو مربع کامل (مجذور کامل) باشند و بین آن‌ها علامت منفی وجود داشته باشد، را می‌توان از طریق اتحاد مزدوج یعنی  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  تجزیه نمود.

$$(x^2 - 6x - 4)^2 - 144 = (x^2 - 6x - 4)^2 - (12)^2 = (x^2 - 6x - 4 + 12)(x^2 - 6x - 4 - 12)$$

$$= (x^2 - 6x + 8)(x^2 - 6x - 16)$$

$$= (x - 4)(x - 2)(x + 2)(x - 8)$$

حال هر یک از عبارات را از طریق اتحاد جمله‌ی مشترک به دو عامل تجزیه می‌کنیم:

مشاهده می‌کنیم عامل  $x + 4$  بین عوامل تجزیه وجود ندارد.

۱۱ - گزینه ۱

$$a(a+2) + 4b(b+1) + 4ab = a^2 + 2a + 4b^2 + 4b + 4ab$$

با توجه به فرض مسأله که مقدار  $a + 2b$  را داده است، بنابراین عبارت را باید طوری تجزیه کنیم که اتحادی حاصل شود که شامل عبارت  $a + 2b$  باشد:

$$\underbrace{a^2 + 4ab + 4b^2}_{\text{اتحاد مربع کامل}} + \underbrace{2a + 4b}_{\text{فاکتور از ۲}} = (a + 2b)^2 + 2(a + 2b) \stackrel{a+2b=3}{=} (3)^2 + 2(3) = 9 + 6 = 15$$

۱۲ - گزینه ۲ روش اول:

حاصل هر کسر را جداگانه محاسبه می‌کنیم. ابتدا عبارت اول:

$$x + 3 + \frac{4}{x-2} = \frac{(x+3)(x-2) + 4}{x-2} = \frac{x^2 + x - 6 + 4}{x-2} = \frac{x^2 + x - 2}{x-2}$$

$$= \frac{(x+2)(x-1)}{x-2}$$

حال عبارت دوم را ساده می‌کنیم:

$$2 + \frac{2}{x-2} = \frac{2(x-2) + 2}{x-2} = \frac{2x - 4 + 2}{x-2} = \frac{2x - 2}{x-2} = \frac{2(x-1)}{x-2}$$

برای تقسیم عبارت اول بر عبارت دوم، می‌توانیم عبارت اول را در معکوس عبارت دوم ضرب کنیم:

$$\frac{(x+2)(x-1)}{x-2} \times \frac{x-2}{2(x-1)} \stackrel{\text{ماده می‌کنیم}}{=} \frac{x+2}{2} \stackrel{\text{تفکیک می‌کنیم}}{=} \frac{x}{2} + \frac{2}{2} = \frac{1}{2}x + 1$$

روش دوم:

یک عدد دلخواه مثلاً  $x = 3$  را در عبارت جایگزین می‌کنیم:

$$\left( 3 + 3 + \frac{4}{1} \right) \div \left( 2 + \frac{2}{1} \right) = 10 \div 4 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5$$

تنها گزینه‌ی دوم است که اگر به جای  $x$  آن عدد ۳ قرار دهید حاصل برابر  $2,5$  می‌شود.

۱۳ - گزینه ۲

$$4x^3 - 6x^2 + 2x \stackrel{\text{فاکتور از ۲x}}{=} 2x(2x^2 - 3x + 1)$$

عبارت داخل پرانتز را از طریق روش  $A$  تجزیه می‌کنیم:

$$A = 2x^2 - 3x + 1 \xrightarrow{\times 2} 2A = 4x^2 - 3(2x) + 2 \Rightarrow 2A = (2x-1)(2x-2)$$

$$\Rightarrow 2A = (2x-1)2(x-1) \rightarrow A = (2x-1)(x-1)$$

پس عبارت تجزیه شده‌ی نهایی به صورت  $(x-1)2x(2x-1)$  است، که مشاهده می‌شود عامل  $2x-1$  در تجزیه‌ی عبارت وجود دارد.

۱۴ - گزینه ۱

روش اول:

حاصل هر پرانتز را جداگانه حساب می کنیم.

$$1 + \frac{3x}{x^2 - 4} = \frac{x^2 - 4 + 3x}{x^2 - 4} = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 4} = \frac{(x+4)(x-1)}{(x-2)(x+2)}$$

$$1 - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1-1}{x-1} = \frac{x-2}{x-1}$$

$$\text{پس داریم: } \frac{(x+4)(x-1)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{x-2}{x-1} = \frac{x+4}{x+2}$$

روش دوم:

یک عدد دلخواه مثلاً  $x = 3$  را در عبارت جایگزین می کنیم بنابراین داریم:

$$x = 3 \rightarrow (1 + \frac{9}{5}) \times (1 - \frac{1}{2}) = (\frac{14}{5}) \times (\frac{1}{2}) = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

فقط گزینه ی اول است که اگر به جای  $x$  آن ۳ قرار دهید حاصلش برابر  $\frac{7}{5}$  می شود.

۱۵ - گزینه ۲

$$(1 - \frac{2}{x^2 + x^2})(1 + \frac{2}{x^2 - 1}) - \frac{2}{x^2} = (\frac{x^2 + x^2 - 2}{x^2(x^2 + 1)})(\frac{x^2 - 1 + 2}{x^2 - 1}) - \frac{2}{x^2}$$

$$= (\frac{(x^2 + 2)(x^2 - 1)}{x^2(x^2 + 1)} \times \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}) - \frac{2}{x^2} = \frac{x^2 + 2 - 2}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} = 1$$

۱۶ - گزینه ۱

$$\text{عبارت اول: } \frac{4x^2 - 12x + 9}{4x - 6} = \frac{(2x - 3)^2}{2(2x - 3)} = \frac{2x - 3}{2}$$

$$\text{عبارت دوم: } 2 - \frac{4x - 3}{x} = \frac{2x - 4x + 3}{x} = \frac{-2x + 3}{x} = \frac{-(2x - 3)}{x}$$

$$\text{پس: } \frac{4x^2 - 12x + 9}{4x - 6} \div (\frac{4x - 3}{x}) = \frac{2x - 3}{2} \div \frac{-(2x - 3)}{x} = \frac{2x - 3}{2} \times \frac{-x}{2x - 3} = \frac{-x}{2}$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلاً  $x = 2$  را در عبارت قرار می دهیم:

$$x = 2 \Rightarrow \frac{16 - 24 + 9}{8 - 6} \div (\frac{8 - 3}{2}) = \frac{1}{2} \div (\frac{-1}{2}) = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

تنها گزینه ای که به ازای  $x = 2$  برابر  $-1$  می شود گزینه ی اول است.

۱۷ - گزینه ۴

روش اول:

ابتدا هر یک از عبارات را جداگانه ساده می کنیم.

$$\frac{x}{1} - \frac{x+6}{x-4} \quad \text{مخرج مشترک} \quad \frac{x(x-4) - (x+6)}{x-4} = \frac{x^2 - 4x - x - 6}{x-4} = \frac{x^2 - 5x - 6}{x-4}$$

تجزیه ی عبارت صورت از طریق اتحاد جمله ی مشترک

$$\frac{x^2 + 9}{x+1} - 5 \quad \text{مخرج مشترک} \quad \frac{x^2 + 9 - 5(x+1)}{x+1} = \frac{x^2 + 9 - 5x - 5}{x+1} = \frac{x^2 - 5x + 4}{x+1}$$

تجزیه ی عبارت صورت از طریق اتحاد جمله ی مشترک

حالا عبارات ساده شده را جایگزین می کنیم:

$$\Rightarrow (x - \frac{x+6}{x-4})(\frac{x^2+9}{x+1} - 5) = \frac{(x+1)(x-6)}{x-4} \times \frac{(x-1)(x-4)}{x+1} = (x-6)(x-1) = x^2 - x - 6x + 6 = x^2 - 7x + 6$$

روش دوم:

یک عدد دلخواه مثلاً  $x = 2$  را در عبارت جایگزین می کنیم.

$$x = 2 \rightarrow (2 - \frac{8}{-2})(\frac{13}{3} - 5) = (2 + 4)(\frac{13 - 15}{3}) = (6)(\frac{-2}{3}) = -4$$

فقط گزینه ی چهارم است که اگر به جای  $x$  آن عدد ۲ قرار دهید حاصل برابر  $-4$  می شود.

۱۸ - گزینه ۳ روش اول: مخرج کسر سوم یعنی  $x^2 - 1$  را طبق اتحاد مزدوج تجزیه می کنیم:

$$\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{x^2-1} = \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{(x+1)(x-1)}$$

بین این سه مخرج، مخرج مشترک (ک.م.م) می گیریم:

$$= \frac{x(x+1) + 3(x-1) - (4x-2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2 + x + 3x - 3 - 4x + 2}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 1$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلاً  $x = 2$  را در عبارت جایگزین می‌کنیم.

$$x = 2 \rightarrow \frac{2}{2-1} + \frac{3}{2+1} - \frac{6}{3} = 2 + 1 - 2 = 1$$

۱۹ - گزینه ۲ در هر پراونتز مخرج مشترک می‌گیریم:  
روش اول:

$$\left(2 + \frac{x^2}{x-4}\right) + \left(1 + \frac{8}{x-4}\right) = \frac{2(x-4) + x^2}{x-4} \div \frac{x-4+8}{x-4} = \frac{x^2 + 2x - 8}{x-4} \times \frac{x-4}{x+4}$$

$$= \frac{(x+4)(x-2)}{x-4} \times \frac{x-4}{x+4} = x-2$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلاً  $x = 1$  را در عبارت جایگزین می‌کنیم.

$$x = 1 \rightarrow \left(2 - \frac{1}{3}\right) \div \left(1 - \frac{8}{3}\right) = \frac{5}{3} \div \left(-\frac{5}{3}\right) = -1$$

تنها گزینه‌ی دوم است که اگر به جای  $x$  آن یک قرار دهید حاصل برابر  $(-1)$  می‌شود.

۲۰ - گزینه ۱

$$\frac{2a + a - 2b - (a + 2b)}{a^2 - 4b^2} = \frac{2a + a - 2b - a - 2b}{a^2 - 4b^2} = \frac{2a - 4b}{a^2 - 4b^2} = \frac{2 \cancel{(a-2b)}}{\cancel{(a-2b)}(a+2b)} = \frac{2}{a+2b}$$