

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ در هر پیرانتز مخرج مشترک می گیریم:

روش اول:

$$\left(2 + \frac{x^2}{x-4}\right) + \left(1 + \frac{8}{x-4}\right) = \frac{2(x-4) + x^2}{x-4} \div \frac{x-4+8}{x-4} = \frac{x^2 + 2x - 8}{x-4} \times \frac{x-4}{x+4}$$

$$= \frac{(x+4)(x-2)}{x-4} \times \frac{x-4}{x+4} = x-2$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلاً $x = 1$ را در عبارت جایگزین می کنیم.

$$x = 1 \rightarrow \left(2 - \frac{1}{3}\right) \div \left(1 - \frac{8}{3}\right) = \frac{5}{3} \div \left(-\frac{5}{3}\right) = -1$$

تنها گزینه‌ی دوم است که اگر به جای x آن یک قرار دهید حاصل برابر (-1) می شود.

۲ - گزینه ۴

روش اول:

ابتدا هر یک از عبارات را جداگانه ساده می کنیم.

$$\frac{x}{1} - \frac{x+6}{x-4} \quad \text{مخرج مشترک} \quad \frac{x(x-4) - (x+6)}{x-4} = \frac{x^2 - 4x - x - 6}{x-4} = \frac{x^2 - 5x - 6}{x-4}$$

تجزیه‌ی عبارت صورت از طریق اتحاد جمله‌ی مشترک

$$\frac{x^2 + 9}{x+1} - 5 \quad \text{مخرج مشترک} \quad \frac{x^2 + 9 - 5(x+1)}{x+1} = \frac{x^2 + 9 - 5x - 5}{x+1} = \frac{x^2 - 5x + 4}{x+1}$$

تجزیه‌ی عبارت صورت از طریق اتحاد جمله‌ی مشترک

حالا عبارات ساده شده را جایگزین می کنیم:

$$\Rightarrow \left(x - \frac{x+6}{x-4}\right) \left(\frac{x^2+9}{x+1} - 5\right) = \frac{(x+1)(x-6)}{x-4} \times \frac{(x-1)(x-4)}{x+1} = (x-6)(x-1) = x^2 - x - 6x + 6 = x^2 - 7x + 6$$

روش دوم:

یک عدد دلخواه مثلاً $x = 2$ را در عبارت جایگزین می کنیم.

$$x = 2 \rightarrow \left(2 - \frac{8}{-2}\right) \left(\frac{13}{3} - 5\right) = (2+4) \left(\frac{13-15}{3}\right) = (6) \left(\frac{-2}{3}\right) = -4$$

فقط گزینه‌ی چهارم است که اگر به جای x عدد ۲ قرار دهید حاصل برابر -4 می شود.

۳ - گزینه ۳ روش اول: مخرج کسر سوم یعنی $x^2 - 1$ را طبق اتحاد مزدوج تجزیه می کنیم:

$$\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{x^2-1} = \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{(x+1)(x-1)}$$

بین این سه مخرج، مخرج مشترک (ک.م.م) می گیریم:

$$= \frac{x(x+1) + 3(x-1) - (4x-2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2 + x + 3x - 3 - 4x + 2}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 1$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلاً $x = 2$ را در عبارت جایگزین می کنیم.

$$x = 2 \rightarrow \frac{2}{2-1} + \frac{3}{2+1} - \frac{6}{3} = 2 + 1 - 2 = 1$$

۴ - گزینه ۲

$$4x^3 - 6x^2 + 2x \stackrel{\text{فاکتور از } 2x}{=} 2x(2x^2 - 3x + 1)$$

عبارت داخل پیرانتز را از طریق روش A تجزیه می کنیم:

$$A = 2x^2 - 3x + 1 \xrightarrow{\times 2} 2A = 4x^2 - 3(2x) + 2 \Rightarrow 2A = (2x-1)(2x-2)$$

$$\Rightarrow 2A = (2x-1)2(x-1) \rightarrow A = (2x-1)(x-1)$$

پس عبارت تجزیه شده‌ی نهایی به صورت $(x-1)2x(2x-1)$ است، که مشاهده می شود عامل $2x-1$ در تجزیه‌ی عبارت وجود دارد.

۵ - گزینه ۱

روش اول:

حاصل هر پرانتز را جداگانه حساب می‌کنیم.

$$1 + \frac{3x}{x^2 - 4} = \frac{x^2 - 4 + 3x}{x^2 - 4} = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 4} = \frac{(x+4)(x-1)}{(x-2)(x+2)}$$

$$1 - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1-1}{x-1} = \frac{x-2}{x-1}$$

$$\text{پس داریم: } \frac{(x+4)(x-1)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{x-2}{x-1} = \frac{x+4}{x+2}$$

روش دوم:

یک عدد دلخواه مثلاً $x = 3$ را در عبارت جایگزین می‌کنیم بنابراین داریم:

$$x = 3 \rightarrow \left(1 + \frac{9}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{14}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

فقط گزینه‌ی اول است که اگر به جای x آن ۳ قرار دهید حاصلش برابر $\frac{7}{5}$ می‌شود.

۶ - گزینه ۲

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{2}{x^2 + x^2}\right) \left(1 + \frac{2}{x^2 - 1}\right) - \frac{2}{x^2} &= \left(\frac{x^2 + x^2 - 2}{x^2(x^2 + 1)}\right) \left(\frac{x^2 - 1 + 2}{x^2 - 1}\right) - \frac{2}{x^2} \\ &= \left(\frac{(x^2 + 2)(x^2 - 1)}{x^2(x^2 + 1)} \times \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right) - \frac{2}{x^2} = \frac{x^2 + 2 - 2}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} = 1 \end{aligned}$$

۷ - گزینه ۴ می‌دانیم: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$3x + \frac{1}{2x} = 5 \xrightarrow{\text{توان}} (3x + \frac{1}{2x})^2 = 5^2 \rightarrow (3x)^2 + 2(3x)\left(\frac{1}{2x}\right) + \left(\frac{1}{2x}\right)^2 = 25$$

$$\rightarrow 9x^2 + 3 + \frac{1}{4x^2} = 25 \rightarrow 9x^2 + \frac{1}{4x^2} = 25 - 3 \rightarrow 9x^2 + \frac{1}{4x^2} = 22$$

۸ - گزینه ۱

$$\text{عبارت اول: } \frac{4x^2 - 12x + 9}{4x - 6} = \frac{(2x - 3)^2}{2(2x - 3)} = \frac{2x - 3}{2}$$

$$\text{عبارت دوم: } 2 - \frac{4x - 3}{x} = \frac{2x - 4x + 3}{x} = \frac{-2x + 3}{x} = \frac{-(2x - 3)}{x}$$

$$\text{پس: } \frac{4x^2 - 12x + 9}{4x - 6} \div \left(2 - \frac{4x - 3}{x}\right) = \frac{2x - 3}{2} \div \frac{-(2x - 3)}{x} = \frac{2x - 3}{2} \times \frac{-x}{2x - 3} = \frac{-x}{2}$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلاً $x = 2$ را در عبارت قرار می‌دهیم:

$$x = 2 \rightarrow \frac{16 - 24 + 9}{8 - 6} \div \left(2 - \frac{8 - 3}{2}\right) = \frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

تنها گزینه‌ای که به ازای $x = 2$ برابر -1 می‌شود گزینه‌ی اول است.

۹ - گزینه ۱

$$\frac{2a + a - 2b - (a + 2b)}{a^2 - 4b^2} = \frac{2a + a - 2b - a - 2b}{a^2 - 4b^2} = \frac{2a - 4b}{a^2 - 4b^2} = \frac{2(a - 2b)}{(a - 2b)(a + 2b)} = \frac{2}{a + 2b}$$

۱۰ - گزینه ۱

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \quad \text{و} \quad 4x^2 - 6x + \frac{1}{4}$$

$$4x^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x$$

عبارت $6x$ برابر است با حاصل ضرب ۲ برابر جمله‌ی اول در جمله‌ی دوم. پس از عبارت اولی جذر می‌گیریم:

یعنی جمله‌ی اول اتحاد، $2x$ بوده است و حال اگر عبارت دوم را A در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$2(2x)(A) = 6x \xrightarrow{\text{حذف } x \text{ از طرفین}} 4A = 6 \Rightarrow A = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

یعنی جمله‌ی دوم اتحاد، $\frac{3}{2}$ بوده است. پس اتحاد دو جمله‌ای به صورت $(2x - \frac{3}{2})^2$ بوده است:

$$\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 = 4x^2 - 6x + \frac{9}{4}$$

حال باید دید به $\frac{1}{4}$ چه قدر اضافه کنیم تا برابر $\frac{9}{4}$ گردد:

$$\frac{9}{4} - \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

۱۱ - گزینه ۳

$$\underbrace{x^4 - 3x^2}_{\text{فاکتور از } x^2} + \underbrace{8x - 24}_{\text{فاکتور از 4}} = x^2(x-3) + 4(x-3) \xrightarrow{\text{فاکتور از } (x-3)} (x-3)(x^2+4) = (x-3)(x+2)(x^2-2x+4)$$

اتحاد چاق و لاغر

پس باتوجه به گزینه‌ها تنها، عامل $(x+2)$ وجود دارد.

۱۲ - گزینه ۴ روش اول:

هر عبارت را جداگانه ساده می‌کنیم.

$$\frac{4x^2 + 4x + 1}{2x^2 + x} = \frac{(2x+1)^2}{x(2x+1)} = \frac{2x+1}{x}$$

$$x-2 - \frac{x^2+1}{x} = \frac{x(x-2) - (x^2+1)}{x} = \frac{x^2-2x-x^2-1}{x} = \frac{-2x-1}{x} = \frac{-(2x+1)}{x}$$

$$\text{پس: } \frac{4x^2+4x+1}{2x^2+x} \div (x-2 - \frac{x^2+1}{x}) = \frac{2x+1}{x} \div (\frac{-(2x+1)}{x}) = \frac{2x+1}{x} \times \frac{x}{-(2x+1)} = -1$$

روش دوم: کافی است یک عدد دلخواه مثلاً $x=2$ را در عبارت قرار دهیم.

$$x=2 \rightarrow \frac{16+8+1}{8+2} \div (2-2 - \frac{4+1}{2}) = \frac{25}{10} \div (-\frac{5}{2}) = \frac{25}{10} \times (-\frac{2}{5}) = -1$$

بنابراین گزینه‌ی چهارم صحیح است.

۱۳ - گزینه ۲ روش اول:

ابتدا هر یک از پرانتزها را ساده می‌کنیم:

$$1 - \frac{6}{x+2} = \frac{x+2-6}{x+2} = \frac{x-4}{x+2}$$

$$\frac{5x-2}{x-4} + x = \frac{5x-2+x(x-4)}{x-4} = \frac{5x-2+x^2-4x}{x-4} = \frac{x^2+x-2}{x-4}$$

$$\frac{(x+2)(x-1)}{x-4}$$

اتحاد جمله‌ی مشترک

حال دو عبارت ساده شده را در هم ضرب می‌کنیم:

$$\frac{x-4}{x+2} \times \frac{(x+2)(x-1)}{x-4} = \frac{x-1}{1} = x-1$$

روش دوم:

یک عدد دلخواه، مثلاً $x=1$ را در عبارت جایگزین می‌کنیم.

$$x=1 \rightarrow (1 - \frac{6}{1+2})(\frac{5(1)-2}{1-4} + 1) = (1-2)(-1+1) = (-1)(0) = 0$$

فقط گزینه‌ی دوم است که اگر به جای x آن یک قرار دهید حاصل برابر صفر می‌شود.

۱۴ - گزینه ۱ روش اول:

ابتدا در هر یک از پرانتزها مخرج مشترک می‌گیریم:

$$(x + \frac{2}{x-3}) \times (1 - \frac{1}{x-2}) = (\frac{x(x-3)+2}{x-3}) \times (\frac{x-2-1}{x-2})$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد یک جمله‌ی مشترک}} \frac{x^2-3x+2}{x-3} \times \frac{x-3}{x-2} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)} \times \frac{x-3}{x-2} = x-1$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلاً $x=1$ را در عبارت جایگزین می‌کنیم.

$$x=1 \rightarrow (1 + \frac{2}{1-3})(1 - \frac{1}{1-2}) = (1-1)(1+1) = 0$$

تنها در گزینه‌ی اول است که اگر به جای x عدد یک را قرار دهید حاصل صفر می‌شود.

۱۵ - گزینه ۳

روش اول:

$$\begin{aligned} \text{عبارت اول: } \frac{x-5}{1} + \frac{6}{x+2} &= \frac{(x+2)(x-5)+6}{x+2} = \frac{x^2-5x+2x-10+6}{x+2} \\ &= \frac{x^2-3x-4}{x+2} = \frac{(x+1)(x-4)}{x+2} \end{aligned}$$

$$\text{عبارت دوم: } 1 - \frac{1}{x+2} = \frac{x+2-1}{x+2} = \frac{x+1}{x+2}$$

$$\text{جواب} = \frac{(x+1)(x-4)}{x+2} \times \frac{x+2}{x+1} = x-4$$

برای محاسبه ی عبارت داده شده کافی است که عبارت اول را در عکس عبارت دوم ضرب کنیم.

روش دوم:

عددی دلخواه مانند $x = 0$ در عبارت جایگزین می کنیم.

$$x = 0 \rightarrow (0 - 5 + \frac{6}{2}) \div (1 - \frac{1}{2}) = (-5 + 3) \div (\frac{1}{2}) = (-2) \times 2 = -4$$

فقط گزینه ی سوم است که اگر $x = 0$ را در آن جایگزین کنیم حاصل برابر -4 می شود.

۱۶ - گزینه ۴

ابتدا در هر پرانتز، مخرج مشترک می گیریم.

روش اول:

$$\begin{aligned} (2x+1 - \frac{3}{x}) \div (2 + \frac{1}{x+1}) &= (\frac{x(2x+1)-3}{x}) \div (\frac{2(x+1)+1}{x+1}) \\ &= \frac{2x^2+x-3}{x} \div \frac{2x+3}{x+1} = \frac{2x^2+x-3}{x} \times \frac{x+1}{2x+3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A = 2x^2 + x - 3 \xrightarrow{\times 2} 2A = 4x^2 + (2x) - 6 \Rightarrow 2A &= (2x+3)(2x-2) \\ \Rightarrow 2A = (2x+3)2(x-1) \Rightarrow A &= (2x+3)(x-1) \end{aligned}$$

$$= \frac{(x-1)(2x+3)}{x} \times \frac{x+1}{2x+3} = \frac{(x-1)(x+1)}{x} = \frac{x^2-1}{x} \xrightarrow{\text{تفکیک}} \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x}$$

روش دوم: کافی است یک عدد دلخواه مثلاً $x = 2$ را در عبارت جایگزین کنیم.

$$x = 2 \rightarrow (4 + 1 - \frac{3}{2}) \div (2 + \frac{1}{3}) = \frac{5}{2} \div \frac{7}{3} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{2}$$

فقط گزینه ی چهارم می باشد که اگر $x = 2$ را جایگزین کنیم حاصل برابر $\frac{15}{2}$ می شود.

$$17 - \text{گزینه ۳ می دانیم: } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned} 5x - \frac{3}{2x} = 4 \xrightarrow{\text{دو طرف را به توان ۲ می رسانیم}} (5x - \frac{3}{2x})^2 &= (4)^2 \rightarrow (5x)^2 - 2(5x)(\frac{3}{2x}) + (\frac{3}{2x})^2 = 16 \\ \rightarrow 25x^2 - 15 + \frac{9}{4x^2} = 16 \rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} &= 16 + 15 = 31 \end{aligned}$$

۱۸ - گزینه ۳

$$\begin{aligned} a(a-3)(a-4) - 12a + 36 \\ \text{فاکتور از } -12 \\ = a(a-3)(a-4) - 12(a-3) \xrightarrow{\text{فاکتور از } a-3} (a-3)[a(a-4) - 12] \\ = (a-3)[a^2 - 4a - 12] \end{aligned}$$

برای عبارت $a^2 - 4a - 12$ که آن را از طریق اتحاد جمله ی مشترک تجزیه می کنیم باید دو عدد پیدا کنیم که ضرب آن ها -12 و مجموع آنها -4 باشد که این دو عدد، -6 و 2 می باشند پس

داریم:

$$(a-3)(a-6)(a+2) \rightarrow a-2 \text{ جزو عوامل تجزیه نمی باشد.}$$

۱۹ - گزینه ۱

$$\text{می دانیم: } (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

روش اول:

$$(x^3 - 6x^2 + 12x - 8)\left(\frac{x}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2}\right) = (x-2)^3 = \frac{x - (x-2)}{(x-2)^2}$$

$$= (x-2)^3 \times \frac{2}{(x-2)^2} = 2(x-2) = 2x - 4$$

روش دوم: کافی است یک عدد دلخواه مثلاً $x = 1$ را در عبارت جایگزین کنیم.

$$x = 1 \rightarrow (1 - 6 + 12 - 8)\left(\frac{1}{1-4+4} - \frac{1}{1-2}\right) = (-1)(1+1) = -2$$

تنها گزینه‌ی اول است که اگر به جای x آن عدد یک قرار دهید حاصل برابر -2 می‌شود.

۲ - گزینه ۱ عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x-1}{2x+1} - \frac{2x+1}{2x-1} = \frac{2x^2 - x + (x-1)(2x-1) - (2x+1)(2x+1)}{4x^2 - 1} = \frac{2x^2 - x + 2x^2 - x - 2x + 1 - 4x^2 - 4x - 1}{4x^2 - 1}$$

$$= \frac{-8x}{4x^2 - 1} = \frac{P(x)}{4x^2 - 1} \Rightarrow P(x) = -8x$$

abadgaranedu.ir