پاسخنامه تشریحی

۱ ـ گزینه ۲ باتوجه به صورت سؤال مشخص است که α و β ریشه‌های معادلهٔ $p(x)=mx^{۲}-x+(m-۳)=۰$ هستند. باتوجه به آن‌که $x=۱$ بین دو ریشه و $x=۲$ خارج دو ریشه قرار دارد، پس علامت $p(۱)$ و $p(۲)$ متفاوت است:

$$\begin{cases} p(۱)=m-۱+(m-۳)=۲m-۴=۲(m-۲) \\ p(۲)=۴m-۲+(m-۳)=۵m-۵=۵(m-۱) \end{cases}$$

$$p(۱)p(۲)<۰ \to ۱۰(m-۱)(m-۲)<۰ \to (m-۱)(m-۲)<۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۱<m<۲$$

۲ ـ گزینه ۴ باتوجه به جدول تعیین علامت، $f(x)=۰$ دارای ۲ ریشه می‌باشد، بنابراین $\Delta>۰$ می‌باشد. ازطرفی، با رجوع کردن به جدول، مابین دو ریشه، علامت مثبت می‌باشد که طبق این مطلب باید ضریب $x^{۲}$، منفی باشد.

$$I)\ \Delta>۰ \Rightarrow b^{۲}-۴ac>۰ \Rightarrow (m-۱)^{۲}-۴(m^{۲}-m-۲)(\frac{۱}{۴})>۰$$

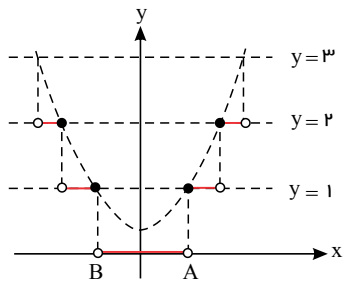
$$\Rightarrow m^{۲}-۲m+۱-m^{۲}+m+۲>۰ \Rightarrow -m+۳>۰ \Rightarrow m<۳ \quad (I)$$

$$II)\ a<۰ \Rightarrow m^{۲}-m-۲<۰ \Rightarrow (m-۲)(m+۱)<۰ \Rightarrow -۱<m<۲ \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $m\in(-۱,۲)$ می‌رسیم.

۳ ـ گزینه ۳ برای رسم تابع $y=[f(x)]$ ابتدا تابع $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم سپس خطوط افقی $y=k$ را به فاصله‌ی یک واحد از هم رسم می‌کنیم. هر کجا این خطوط، شکل را قطع کردند آنجا تو پر است و هر آنچه از شکل بین دو خط افقی قرار گرفت روی خط پایین تصویر می‌کنیم.

مطابق شکل، AB بلندترین پاره‌خط در نمودار تابع f است. برای محاسبه‌ی طول آن، باید طول نقاط تقاطع تابع $y=x^{۲}+\frac{۱}{۲}$ را با خط $y=۱$ به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} y=x^{۲}+\frac{۱}{۲} \\ y=۱ \end{cases} \Rightarrow x^{۲}+\frac{۱}{۲}=۱ \Rightarrow x^{۲}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x_B=-\frac{\sqrt{۲}}{۲} \\ x_A=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \end{cases}$$

پس : $|AB|=|x_B-x_A|=\sqrt{۲}$

۴ ـ گزینه ۲ در طرف چپ تساوی مخرج مشترک می گیریم:

$$\frac{m}{x-۲}+\frac{x}{x+۱}=\frac{۲x+۴}{x^{۲}-x-۲} \Rightarrow \frac{mx+m+x^{۲}-۲x}{x^{۲}-x-۲}=\frac{۲x+۴}{x^{۲}-x-۲}$$

$$\xrightarrow{x\neq -۱,۲} mx+m+x^{۲}-۲x=۲x+۴ \Rightarrow x^{۲}+(m-۴)x+(m-۴)=۰ \quad (*)$$

اگر ریشه‌های معادله را α و β درنظر بگیریم، با توجه به این‌که یک ریشهٔ معادله از قرینهٔ ریشهٔ دیگر یک واحد بیش‌تر است، داریم:

$$\alpha=-\beta+۱ \Rightarrow \alpha+\beta=۱ \quad (**)$$

با توجه به معادلهٔ $(*)$ جمع ریشه‌ها برابر است با:

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-\frac{m-۴}{۱} \xrightarrow{(**)} -\frac{m-۴}{۱}=۱ \Rightarrow m=۳$$

۵ ـ گزینه ۳ کل کار تکمیل پازل را ۱ واحد فرض می‌کنیم. حال اگر مدت‌زمانی را که در ابتدا طول می‌کشید تا نگین، پازل را به‌تنهایی تکمیل کند، t در نظر بگیریم، در این صورت میزان تکمیل پازل در یک ساعت توسط نگین و امیر به‌ترتیب، برابر $\frac{۱}{t}$ و $\frac{۱}{t+۶}$ بوده است. درنتیجه بنابر فرضیات مسئله در حال حاضر، خواهیم داشت:

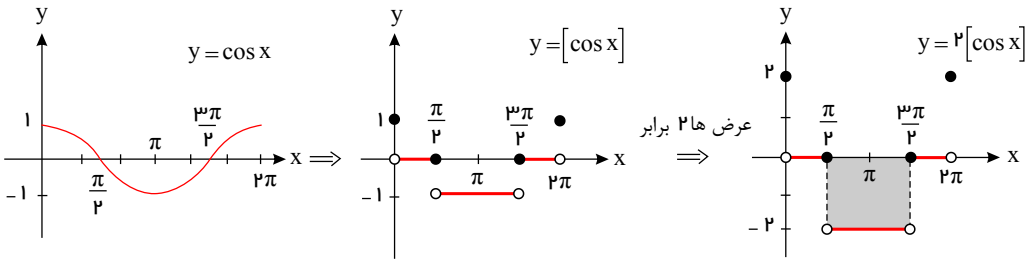
$$\frac{۳}{t}+\frac{۲}{t+۶}=\frac{۱}{۴} \xrightarrow{t\neq ۰,-۶} ۴t(t+۶)(\frac{۳}{t}+\frac{۲}{t+۶}=\frac{۱}{۴})$$

$$\Rightarrow t^۲-۱۴t-۷۲=۰ \Rightarrow (t-۱۸)(t+۴)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۱۸ \\ t=-۴ \text{ (غ‌ق‌ق)} \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} t'_{\text{نگین}}=\frac{t}{۳}=۶ \\ t'_{\text{امیر}}=\frac{t+۶}{۲}=۱۲ \end{array}\right\} \Rightarrow |t'_{\text{نگین}}-t'_{\text{امیر}}|=۶$$

۶ ـ گزینه ۳

۷ ـ گزینه ۲ ابتدا نمودار تابع $y=۲[\cos x]$ را در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ رسم می‌کنیم:



باتوجه به نمودار، مساحت محصور بین $y=۲[\cos x]$ و محور xها در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ برابر است با:

$$S=(\frac{۳\pi}{۲}-\frac{\pi}{۲})\times ۲=۲\pi$$

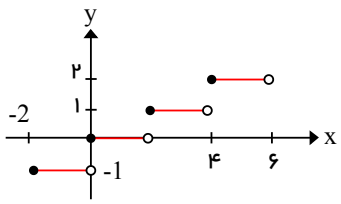
توجه کنید برای رسم تابع $y=[f(x)]$ ابتدا نمودار تابع $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم سپس خطوط افقی $y=k$ را به فاصله‌ی یک واحد از هم رسم می‌کنیم هر کجا این خطوط شکل را قطع کردند آنجا توپُر است سپس آن قسمت از شکل را که بین دو خط افقی قرار دارد روی خط پایین تصویر می‌کشیم.

۸ ـ گزینه ۲

$$y=۲[\frac{x}{۲}]+۱ \quad x\in[-۲,۶)$$

کافی است تعداد پاره‌خط‌های تابع $y=[\frac{x}{۲}]$ را در بازه $[-۲,۶)$ به‌دست آوریم زیرا ضریب پشت جزء صحیح و عدد ۱ تأثیری روی تعداد پاره‌خط‌ها ندارند برای این‌که ضریب، عرض‌ها را دو برابر کرده و عدد یک، شکل را یک واحد بالا می‌برد.

توجه کنید در تابع $y=[nx]$ اگر $n>۰$ باشد پلکان صعودی و طول هر پله $\frac{۱}{|n|}$ و ارتفاع پله‌ها یک واحد است.



۹ ـ گزینه ۲ ریشهٔ معادله در معادله صدق می‌کند.

$$x=-۲ \to ۴-۲+\frac{۴}{۴-۲+۲}+m=۰ \to ۲+۱+m=۰ \to m=-۳$$

پس: $x^۲+x+\frac{۴}{x^۲+x+۲}-۳=۰ \to x^۲+x+۲+\frac{۴}{x^۲+x+۲}-۵=۰$

$$\xrightarrow{x^۲+x+۲=t} t+\frac{۴}{t}-۵=۰ \xrightarrow{\times t} t^۲+۴-۵t=۰ \to t^۲-۵t+۴=۰$$

مجموع ضرایب معادله برابر صفر است پس:

$$\begin{cases} t=۱ \to x^۲+x+۲=۱ \to x^۲+x+۱=۰ \to \Delta=۱-۴<۰ \text{ ریشهٔ حقیقی ندارد.} \\ t=\frac{c}{a}=۴ \to x^۲+x+۲=۴ \to x^۲+x-۲=۰ \to (x+۲)(x-۱)=۰ \to x=-۲, x=۱ \end{cases}$$

بنابراین مجموع ریشه‌ها برابر ۱ − است.

۱۰ ـ گزینه ۳ می‌دانیم که $x=vt$ و از آنجا

ریاضی

$t=\frac{x}{v}$ است. اگر سرعت جریان آب را v در نظر بگیریم سرعت قایق در جهت حرکت آب $۱۰۰+v$ و در خلاف جهت حرکت آب $۱۰۰-v$ است.

$$\begin{cases} \text{مسیر رفت } t_۱=\frac{۱۲۰۰}{۱۰۰+v} \\ \text{مسیر برگشت } t_۲=\frac{۱۲۰۰}{۱۰۰-v} \end{cases} \longrightarrow t_۲-t_۱=۵ \longrightarrow \frac{۱۲۰۰}{۱۰۰-v}-\frac{۱۲۰۰}{۱۰۰+v}=۵$$

$$\longrightarrow \frac{۱۲۰۰(۱۰۰+v)-۱۲۰۰(۱۰۰-v)}{(۱۰۰-v)(۱۰۰+v)}=۵ \longrightarrow \frac{۱۲۰۰۰۰+۱۲۰۰v-۱۲۰۰۰۰+۱۲۰۰v}{۱۰۰۰۰-v^۲}=۵$$

$$\longrightarrow ۲۴۰۰v=۵(۱۰۰۰۰-v^۲) \longrightarrow ۴۸۰v=۱۰۰۰۰-v^۲$$

$$\longrightarrow v^۲+۴۸۰v-۱۰۰۰۰=۰ \longrightarrow (v-۲۰)(v+۵۰۰)=۰$$

$$\longrightarrow \begin{cases} v=۲۰ & \text{ق ق} \\ v=-۵۰۰ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

البته اصلاً نیازی به این همه محاسبات نمی‌باشد و می‌توانید گزینه‌ها را چک کنید و به‌راحتی به جواب $v=۲۰$ برسید.

۱۱ ـ گزینه ۴ می‌دانیم که $x=Vt$ و از آنجا $t=\frac{x}{V}$ است. اگر سرعت پرواز پرنده را V درنظر بگیریم در این صورت سرعت رفت $V+۵$ و سرعت برگشت $V-۵$ است.

$$\begin{cases} \text{مسیر رفت } t_۱=\frac{۱}{V+۵} \\ \text{مسیر برگشت } t_۲=\frac{۱}{V-۵} \end{cases} \rightarrow t_۱+t_۲=\underbrace{۹}_{\text{دقیقه}} \rightarrow \frac{۱}{V+۵}+\frac{۱}{V-۵}=\underbrace{\frac{۹}{۶۰}}_{\text{ساعت}}$$

$$\rightarrow \frac{V-۵+V+۵}{(V+۵)(V-۵)}=\frac{۳}{۲۰} \rightarrow \frac{۲V}{V^۲-۲۵}=\frac{۳}{۲۰} \rightarrow ۳V^۲-۷۵=۴۰V$$

$$\rightarrow ۳V^۲-۴۰V-۷۵=۰ \xrightarrow{\Delta=b^۲-۴ac=۱۶۰۰+۹۰۰=۲۵۰۰} \begin{cases} V_۱=\frac{۴۰+۵۰}{۶}=۱۵ & \text{ق ق} \\ V_۲=\frac{۴۰-۵۰}{۶}=\frac{-۵}{۳} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

البته اصلاً نیازی به این همه محاسبات نمی‌باشد و می‌توانید گزینه‌ها را چک کنید و به‌راحتی به جواب $V=۱۵$ برسید.

۱۲ ـ گزینه ۳ شیر A و B باهم استخری را در ۱۵ ساعت پر می‌کنند. یعنی در هر ساعت $\frac{۱}{۱۵}$ استخر را پر می‌کنند. پس بعد از ۶ ساعت که هردو شیر باز بوده‌اند $\frac{۶}{۱۵}$ استخر پر می‌شود و $\frac{۹}{۱۵}$ حجم آن باقی می‌ماند. شیر B در هر ساعت $\frac{۱}{۲۵}=\frac{۹}{۲۲۵}=\frac{\frac{۹}{۱۵}}{۱۵}$ استخر را پر می‌کند. بنابراین داریم:

$$\frac{۱}{۲۵}+\frac{۱}{x}=\frac{۱}{۱۵} \Rightarrow \frac{۱}{x}=\frac{۱}{۱۵}-\frac{۱}{۲۵} \Rightarrow \frac{۱}{x}=\frac{۵-۳}{۷۵} \Rightarrow \frac{۱}{x}=\frac{۲}{۷۵} \Rightarrow x=\frac{۷۵}{۲}$$

$x=۳۷/۵$ ساعت

۱۳ ـ گزینه ۱ اگر معادله را به این صورت بنویسیم:

$$x+\frac{۵}{x}+\frac{x}{x^۲+۵}=-۲ \xrightarrow{\text{مخرج مشترک بین دو کسر اول}} \frac{x^۲+۵}{x}+\frac{x}{x^۲+۵}=-۲$$

حالا چون $\frac{x}{x^۲+۵}$ و $\frac{x^۲+۵}{x}$ عکس یکدیگرند، پس معادله به‌صورت $a+\frac{۱}{a}=-۲$ است، بنابراین a باید -۱ باشد.

$$\frac{x}{x^۲+۵}=-۱ \Rightarrow x=-x^۲-۵ \Rightarrow x^۲+x+۵=۰ \Rightarrow \Delta=b^۲-۴ac=۱-۲۰=-۱۹<۰$$

ریشهٔ حقیقی ندارد.

۱۴ ـ گزینه ۳ $x=k$ جواب معادله است پس باید در معادله صدق کند:

$$\frac{k-۱}{k+۲}+\frac{۲}{k}=\frac{۴k-۴}{k^۲-k} \rightarrow \frac{k^۲-k+۲k+۴}{k(k+۲)}=\frac{۴(k-۱)}{k(k-۱)} \rightarrow \frac{k^۲+k+۴}{k(k+۲)}=\frac{۴}{k} \rightarrow \frac{k^۲+k+۴}{k+۲}=۴ \rightarrow k^۲+k+۴=۴k+۸ \rightarrow k^۲-۳k-۴=۰$$

ریاضی

$$\rightarrow (k-۴)(k+۱)=۰ \rightarrow \begin{cases} k_۱=-۱ \\ k_۲=۴ \end{cases} \rightarrow |k_۲-k_۱|=|۴-(-۱)|=۵$$

۱۵ ـ گزینه ۴

$$\frac{x+۱}{x-۱}-\frac{x-۱}{x+۱}=۳x\left(۱-\frac{x-۱}{x+۱}\right) \rightarrow \frac{(x+۱)^۲-(x-۱)^۲}{(x+۱)(x-۱)}=۳x\left(\frac{x+۱-x+۱}{x+۱}\right)$$

$$\rightarrow \frac{x^۲+۱+۲x-(x^۲+۱-۲x)}{(x+۱)(x-۱)}=\frac{۶x}{x+۱} \rightarrow \frac{۴x}{x-۱}=۶x$$

$$\rightarrow ۶x^۲-۶x=۴x \rightarrow ۶x^۲-۱۰x=۰ \rightarrow ۲x(۳x-۵)=۰ \rightarrow \begin{cases} x=۰ & \text{ق ق} \\ x=\frac{۵}{۳} & \text{ق ق} \end{cases}$$

۱۶ ـ گزینه ۲

$$\frac{۳x-۲}{x}+\frac{۲x+۵}{x+۳}=۵ \rightarrow \frac{(۳x-۲)(x+۳)+x(۲x+۵)}{x(x+۳)}=۵ \rightarrow \frac{۳x^۲+۹x-۲x-۶+۲x^۲+۵x}{x^۲+۳x}=۵ \rightarrow ۵x^۲+۱۲x-۶=۵x^۲+۱۵x$$

$$\rightarrow -۳x=۶ \rightarrow x=-۲$$

پس: $\sqrt{۷-x}=\sqrt{۷-(-۲)}=\sqrt{۹}=۳$

۱۷ ـ گزینه ۳ فرض می‌کنیم t مدت زمانی باشد که علیرضا به تنهایی قادر است کل کار را انجام دهد، در این حالت داریم:

	زمان انجام کار	مقداری از کار که در ۱ ساعت قابل انجام است
علیرضا	t	$\frac{۱}{t}$
امیرحسین	$۳t$	$\frac{۱}{۳t}$
علیرضا و امیرحسین باهم	۹	$\frac{۱}{۹}$

باتوجه به جدول فوق معادله زیر را می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{t}+\frac{۱}{۳t}=\frac{۱}{۹} \Rightarrow \frac{۳+۱}{۳t}=\frac{۱}{۹} \Rightarrow \frac{۴}{۳t}=\frac{۱}{۹} \Rightarrow ۳t=۳۶ \Rightarrow t=۱۲$$

پس علیرضا به تنهایی در ۱۲ ساعت و امیرحسین به تنهایی در $۳t=۳۶$ ساعت کل کار را انجام می‌دهد.

۱۸ ـ گزینه ۳ علی در یک دقیقه $\frac{۱}{۳۰}$ کار را انجام می‌دهد و اگر برای محمد x دقیقه طول بکشد او نیز در یک دقیقه $\frac{۱}{x}$ کار را انجام می‌دهد و باهم در یک دقیقه $\frac{۱}{۲۰}$ کار را انجام می‌دهند. پس داریم:

$$\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{x}=\frac{۱}{۲۰} \rightarrow ۲x+۶۰=۳x \Rightarrow x=۶۰$$

۱۹ ـ گزینه ۲ نقاش، ساختمان را در ۱۰ ساعت رنگ می‌کند، پس در یک ساعت $\frac{۱}{۱۰}$ کار را انجام می‌دهد. بنابراین در ۵ ساعت اول که فقط نقاش مشغول رنگ کردن است $۵ \times \frac{۱}{۱۰}=\frac{۱}{۲}$ ساختمان رنگ می‌شود.

حال همکارش به کمک او می‌آید. از این جا به بعد که فقط $\frac{۱}{۲}$ کار باقی‌مانده، نقاش و همکارش دو نفری باهم می‌خواهند کار کنند. آن‌ها باهم در یک ساعت $\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱۵}=\frac{۳+۲}{۳۰}=\frac{۵}{۳۰}=\frac{۱}{۶}$ ساختمان را رنگ می‌کنند. پس مقدار باقی‌مانده را در ۳ ساعت انجام می‌دهند زیرا سه تا $\frac{۱}{۶}$ برابر $\frac{۱}{۲}$ می‌شود (که $\frac{۱}{۲}$ همان قسمتی است که این دو باید با هم رنگ کنند).

۲۰ ـ گزینه ۲ فرض کنیم حسین در x روز تمام کند. پس علی در $x-۲۰$ روز کار را تمام کند. بنابراین در یک روز حسین $\frac{۱}{x}$ و علی $\frac{۱}{x-۲۰}$ از کار را انجام می‌دهند. چون طبق صورت سؤال باهم در ۲۴ روز تمام کرده‌اند. در هر روز $\frac{۱}{۲۴}$ کار انجام شده است. یعنی:

$$\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x-۲۰}=\frac{۱}{۲۴} \rightarrow ۲۴(x-۲۰)+۲۴x=x(x-۲۰)$$

$$\Rightarrow ۲۴x-۴۸۰+۲۴x=x^۲-۲۰x \Rightarrow x^۲-۶۸x+۴۸۰=۰$$

$(x-۸)(x-۶۰)=۰ \Rightarrow x=۸$ یا $x=۶۰$

دقت کنید که حسین نمی‌تواند ۸ روزه تمام کند چون ۲۰ روز زودتر از ۸ روز امکان ندارد. پس حسین به تنهایی ۶۰ روزه تمام می‌کند.

۲۱ ـ گزینه ۴

$$\frac{kt}{t^۲+t-۲}+\frac{۲t-۱}{t^۲+۳t+۲}=\frac{-۱}{t+۲}\longrightarrow\frac{kt}{(t+۲)(t-۱)}+\frac{۲t-۱}{(t+۱)(t+۲)}+\frac{۱}{t+۲}=۰$$

$$\xrightarrow{\times(t+۲)(t-۱)(t+۱)} kt(t+۱)+(۲t-۱)(t-۱)+(t+۱)(t-۱)=۰$$

$$\longrightarrow kt^۲+kt+۲t^۲-۲t-t+۱+t^۲-۱=۰$$

$$\longrightarrow (k+۳)t^۲+(k-۳)t=۰$$

$$\longrightarrow t\left((k+۳)t+(k-۳)\right)=۰\Rightarrow t=۰\ ,\ t=\frac{-(k-۳)}{k+۳}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} ۰+\frac{-(k-۳)}{k+۳}=۲\Rightarrow -k+۳=۲k+۶\Rightarrow -۳=۳k\Rightarrow k=-۱$$

۲۲ ـ گزینه ۳ با فرض آن‌که طول و عرض مستطیل به ترتیب x و y باشد داریم:

$$\frac{x+y}{x}=\frac{x}{y}\Rightarrow\frac{x}{x}+\frac{y}{x}=\frac{x}{y}\Rightarrow ۱+\frac{y}{x}=\frac{x}{y}\Rightarrow ۱+\frac{۱}{\frac{x}{y}}=\frac{x}{y}$$

$$\xrightarrow[\frac{x}{y}=t]{} ۱+\frac{۱}{t}=t\Rightarrow\frac{t+۱}{t}=t\Rightarrow t+۱=t^۲\Rightarrow t^۲-t-۱=۰$$

$$\Rightarrow t=\frac{۱\pm\sqrt{۱-۴(۱)(-۱)}}{۲}\Rightarrow t=\frac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲}\Rightarrow\frac{x}{y}=\frac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲}$$

نسبت طول به عرض نمی‌تواند منفی باشد داریم:

$$\frac{x}{\sqrt{۵}-۱}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\Rightarrow ۲x=\underbrace{\left(\sqrt{۵}-۱\right)\left(\sqrt{۵}+۱\right)}_{۵-۱}\Rightarrow ۲x=۴\Rightarrow x=۲$$

۲۳ ـ گزینه ۲

$$\frac{x-۲}{x+۲}+\frac{x}{x-۲}=\frac{۸}{x^۲-۴}\xrightarrow[\text{مخرج‌ها}]{\text{تجزیه}}\frac{x-۲}{x+۲}+\frac{x}{x-۲}=\frac{۸}{(x-۲)(x+۲)}$$

$$\xrightarrow[\text{چپ به یکدیگر}]{\text{تبدیل سمت}}\frac{(x-۲)^۲+x(x+۲)}{(x+۲)(x-۲)}=\frac{۸}{(x+۲)(x-۲)}$$

$$\Rightarrow\frac{x^۲-۴x+۴+x^۲+۲x}{(x+۲)(x-۲)}=\frac{۸}{(x+۲)(x-۲)}$$

$$\frac{۲x^۲-۲x+۴}{\cancel{(x+۲)}\cancel{(x-۲)}}=\frac{۸}{\cancel{(x+۲)}\cancel{(x-۲)}}\xrightarrow[\text{مشترک‌ها}]{\text{حذف}} ۲x^۲-۲x+۴=۸$$

نکته: می‌توانیم از مخرج‌های طرفین تساوی در یک معادله عبارت یکسانی را (با شرط ناصفر بودن) حذف کنیم.

$$\Rightarrow (x+۱)(x-۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۱ & \text{ق ق}\\ x=۲ & \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}\Rightarrow$$ چون مخرج را صفر می‌کند پس فقط یک ریشه دارد.

۲۴ ـ گزینه ۱ $x_۲$ و $x_۱$ ریشه‌های معادله‌ی $x^۲+x-۴=۰$ است پس در آن صدق می‌کنند یعنی:

$$x_۱^۲+x_۱-۴=۰\Rightarrow x_۱^۲+x_۱=۴\ \ (۱)$$

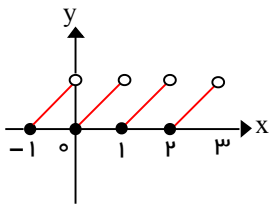
$x_۲^۲ + x_۲ - ۴ = ۰ \Rightarrow x_۲^۲ + x_۲ = ۴ \quad (۲)$

درنتیجه داریم:

$$(۱)\,,\,(۲) \Rightarrow \frac{x_۱^۲ + x_۱}{x_۲^۲ + x_۲} = \frac{۴}{۴} = ۱$$

۲۵ ـ گزینه ۳ شکل تابع $y = x - [x]$ را همواره به خاطر داشته باشید.

مطابق شکل نمودار از چهار پاره خط ساخته می‌شود:

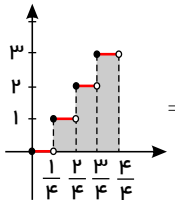


۲۶ ـ گزینه ۲ می‌دانیم: $[x] + [-x] = \begin{cases} ۰ & x \in \mathbb{Z} \\ -۱ & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$، پس ضابطه‌ی تابع f به صورت روبه‌رو می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} ۰ & x \in \mathbb{Z} \\ x & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

که نمودار (۲)، نمودار تابع f را نشان می‌دهد.

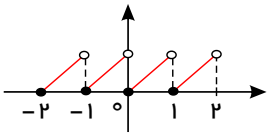
۲۷ ـ گزینه ۳ نمودار تابع $y = [nx]$ وقتی $n > ۰$ است یک پلکان صعودی است که طول هر پله $\frac{۱}{|n|}$ و ارتفاع پله‌ها یک واحد است. پس در این سوال طول هر پله $\frac{۱}{۴}$ است.



$$\left.\begin{array}{l} S_۱ = ۱ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴} \\ \Rightarrow S_۲ = ۲ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۲}{۴} \\ S_۳ = ۳ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴} \end{array}\right\} \rightarrow S_{\text{کل}} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

۲۸ ـ گزینه ۳

ابتدا نمودار تابع $f(x) = x - [x]$ را در بازه‌ی $(-۲, ۲)$ رسم می‌کنیم. (شکل این تابع را باید حفظ باشید)



برای رسم تابع $y = f(|x|)$ کافی است ابتدا $y = f(x)$ را رسم کرده سپس قسمت‌هایی از نمودار را که در سمت چپ محور x قرار دارند را حذف کرده و سپس قرینه‌ی شکل باقی‌مانده را نسبت به محور عرض رسم نمود. حال با این توضیحات به رسم تابع $f(x) = |x| - [|x|]$ می‌پردازیم.