

پاسخنامه تشریحی

- ۱

| حدس | □ × ۴ - ۹ | اختلاف با عدد ۳ | بررسی |
|-----|-------------------------|-----------------|---|
| ۵ | ۵ × ۴ - ۹ = ۲۰ - ۹ = ۱۱ | ۸ | چون اختلاف بیش‌تر شد پس از حدس اول یعنی عدد ۵ کم می‌کنیم. چون اختلاف کم‌تر شد پس به همین ترتیب ادامه می‌دهیم. به پاسخ مسئله رسیدیم (چون اختلاف صفر شد). |
| ۶ | ۶ × ۴ - ۹ = ۲۴ - ۹ = ۱۵ | ۱۲ | |
| ۴ | ۴ × ۴ - ۹ = ۱۶ - ۹ = ۷ | ۴ | |
| ۳ | ۳ × ۴ - ۹ = ۱۲ - ۹ = ۳ | ۰ | |

۲ - ابتدا فهرستی از زیر مسئله‌ها تهیه کرده و حاصل هر یک را به دست می‌آوریم:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| $112.5 \times 4000 = 450000$ | (۱) هزینه لوله در بار اول |
| $1380.45 \times 4200 = 581490$ | (۲) هزینه لوله در بار دوم |
| $980.25 \times 3900 = 383175$ | (۳) هزینه لوله در بار سوم |
| $450000 + 581490 + 383175 = 1414665$ | (۴) کل هزینه برای خرید لوله‌ها |
| $112.5 + 1380.45 + 980.25 = 3493.2$ | (۵) مجموع طول لوله‌هایی که خریداری شده است. |
| $3493.2 \div 580.2 = 6$ | (۶) تعداد واحدهایی که با این مقدار لوله، لوله‌کشی شده است. |
| $1414665 \div 6 = 235777.5$ | (۷) هزینه لوله‌ای که در یک واحد استفاده شده است. |
| $21000 \div 6 = 3500$ | (۸) هزینه حمل لوله برای هر واحد: |
| $235777.5 + 3500 + 75000 = 314277.5$ | (۹) هزینه تمام شده برای لوله‌کشی هر واحد این ساختمان |
- ۳ - الف) الگوسازی ب) الگویابی پ) زیر مسئله
- ۴ - ابتدا حاصل پرانتزها را به دست می‌آوریم:

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}, \quad 1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}, \quad 1 - \frac{1}{5} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}, \quad 1 - \frac{1}{1000} = \frac{1000-1}{1000} = \frac{999}{1000}$$

سپس عبارت بالا را می‌توان به صورت مقابل نوشت:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{999}{1000} = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

باتوجه به مسئله‌های ساده‌تر، مخرج هر کسر با صورت کسر بعدی ساده می‌شود و حاصل، کسری است که صورت آن، صورت کسر اول و مخرج آن، مخرج کسر آخر است. با راه حل فوق می‌توان حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورد:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{999}{1000} = \frac{2}{1000} = 0.002$$

۵ - تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی را برابر \bigcirc در نظر می‌گیریم پس باتوجه به صورت سؤال تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی نیز برابر \bigcirc می‌باشد.
مجموع سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی برابر ۱۵۰۰ تومان می‌باشد. حال با نوشتن یک رابطه‌ی نمادین مناسب خواهیم داشت:

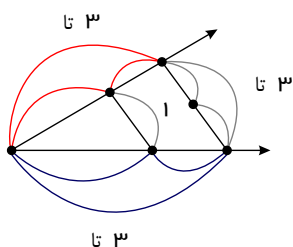
$\bigcirc \times 50 + \bigcirc \times 100 = 1500$

$\bigcirc \times (50 + 100) = 1500$

$\bigcirc \times 150 = 1500 \Rightarrow \bigcirc = 1500 \div 150 \Rightarrow \bigcirc = 10$

بنابراین نیکی ۱۰ سکه‌ی ۵۰ تومانی و ۱۰ سکه‌ی ۱۰۰ تومانی دارد.

- ۶

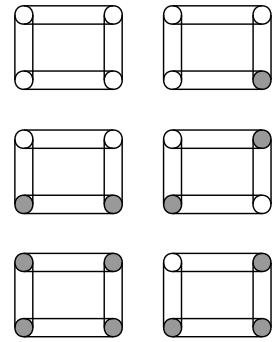


تعداد پاره‌خط‌ها = ۳ + ۳ + ۱ + ۳ = ۱۰

۷ - تمام حالت‌های ممکن برای چهار گلوله را می‌نویسیم.

توجه کنید که حالت‌های تکراری نوشته نشود. باتوجه به جدول امیرعلی به ۶ حالت می‌تواند کاردرستی درست کرد.

| تعداد سفید | تعداد سیاه | گلوله‌ی ۱ | گلوله‌ی ۲ | گلوله‌ی ۳ | گلوله‌ی ۴ |
|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ۴ | ۰ | سفید | سفید | سفید | سفید |
| ۳ | ۱ | سفید | سفید | سفید | سیاه |
| ۲ | ۲ | سفید | سفید | سیاه | سیاه |
| ۲ | ۲ | سفید | سیاه | سفید | سیاه |
| ۱ | ۳ | سفید | سیاه | سیاه | سیاه |
| ۰ | ۴ | سیاه | سیاه | سیاه | سیاه |



۸ - الف) با توجه به عددهای داده شده می‌بینیم که صورت و مخرج هر کسر، نسبت به کسر بعدی هر کدام یک واحد افزایش دارند بنابراین سه عدد بعدی الگوی (الف) به صورت مقابل خواهد بود.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \dots$$

ب) در الگوی داده شده (دو عدد، اول و دوم یک است)، هر عدد از حاصل جمع دو عدد قبلی به دست می‌آید به عبارت دیگر حاصل جمع هر دو عدد، عدد بعدی است. بدین ترتیب سه عدد بعدی الگوی (ب) به صورت زیر است. (الگوی فیبوناتچی)

$$1+1 \quad 2+3 \quad 5+8 \quad 13+21 \quad 34+55$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 8 \quad 13 \quad 21 \quad 34 \quad 55 \quad 89 \quad 144 \dots$$

$$1+2 \quad 3+5 \quad 8+13 \quad 21+34 \quad 55+89$$

پ) در الگوی داده شده هر عدد از حاصل جمع عدد قبلی با عدد ۲ به دست می‌آید. به عبارت دیگر، حاصل جمع هر عدد با ۲، عدد بعدی را به وجود می‌آورد. سپس سه عدد بعدی الگوی (ب) به صورت زیر است. به الگوی زیر اعداد طبیعی زوج می‌گویند.

$$2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow 14 \rightarrow 16$$

۹ - به جای A و B به دلخواه دو رقم حدس زده و در عبارت قرار می‌دهیم تا مجموع آن‌ها (در یکان) ۴ شود. سپس با آزمایش آن رقم‌ها عددهای مورد نظر را به دست می‌آوریم.

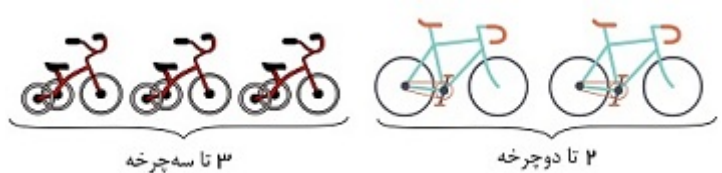
| بررسی | آزمایش | A + B | حدس B | حدس A |
|--|-----------------|--------------|-------|-------|
| خیلی کم است. | $31 + 13 = 44$ | $3 + 1 = 4$ | ۱ | ۳ |
| نادرست است (رقم دهگان حاصل جمع با B برابر نیست). | $68 + 86 = 154$ | $6 + 8 = 14$ | ۸ | ۶ |
| درست است. | $95 + 59 = 154$ | $9 + 5 = 14$ | ۵ | ۹ |

به این ترتیب $A = 9$ و $B = 5$ و $C = 1$ می‌باشد.

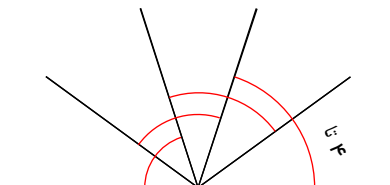
- ۱۰

$$5 \times 2 = 10$$

$$13 - 10 = 3$$



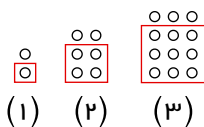
۱۱ - جمع این ۵ زاویه 180° است. پس هر زاویه برابر است با $180 \div 5 = 36^\circ$ و هر دو زاویه مجاور 72° هستند، ۴ زاویه 72° در شکل می‌بینیم.



- ۱۲

الف

الف) ابتدا مانند زیر، شکل را دسته بندی می‌کنیم:





$$\left. \begin{aligned} \text{شکل ۱} &= (1 \times 1) + 1 \\ \text{شکل ۲} &= (2 \times 2) + 2 \\ \text{شکل ۳} &= (3 \times 3) + 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{شکل } n \text{ ام} = (n \times n) + n = n^2 + n$$

ب

$$\text{شکل بیستم} = (20 \times 20) + 20 = 420$$

$$\text{شکل صدم} = (100 \times 100) + 100 = 10100$$

پ

$$(\square \times \square) + \square = 28$$

$$(1 \times 1) + 1 = 2, (2 \times 2) + 2 = 6, (3 \times 3) + 3 = 12, (4 \times 4) + 4 = 20, (5 \times 5) + 5 = 30$$

اگر شماره چنین شکلی را با \square نشان دهیم، بنا بر قسمت الف داریم:

پس چنین شکلی وجود ندارد.

abadgaranedu.ir