

پاسخنامه تشریحی

- ۱

$$\text{طول وتر} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \Rightarrow B = -\sqrt{10}$$

- ۲ - گزینه ۴

$$\frac{\frac{1}{12} - \frac{1}{18} - \frac{1}{24}}{\frac{5}{24} - \frac{7}{24} + \frac{1}{48}} = \frac{\frac{6-4-3}{72}}{\frac{20-28+3}{144}} = -\frac{2}{5}$$

- ۳ - گزینه ۴

۴ - الف) مجموعه A شامل تمام اعداد حقیقی بین -2 و 1 یعنی برابر بازه $(-2, 1)$ است، در حالی که مجموعه B برابر اعداد گویای موجود در این بازه است.

ب) مجموعه B شامل تمام اعداد حقیقی بین 0 و $\sqrt{3}$ و در واقع برابر بازه $[0, \sqrt{3}]$ است در حالی که مجموعه A فقط اعداد طبیعی این بازه را شامل می‌شود.

۵ - همانطور که مذکور شد هنگامی که عبارتی از رادیکال خارج می‌شود، داخل قدر مطلق قرار می‌گیرد.

$$\sqrt{(3 - \sqrt{8})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2} = |3 - \sqrt{8}| - |2\sqrt{2} - 3|$$

$$= \underbrace{|3 - \sqrt{8}|}_{\boxed{\oplus}} - \underbrace{|2\sqrt{2} - 3|}_{\boxed{\ominus}} = 3 - \sqrt{8} - (-2\sqrt{2} + 3) = 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 = 0$$

۶ - برای محاسبه، اولویت با ضرب و تقسیم و بعد جمع و تفریق است.

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{4} \div \frac{5}{8}}{1\frac{3}{10} \div 3 \times 5 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{11}{5} - \frac{1}{4} \times \frac{8}{5}}{\frac{13}{10} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{12}{6}} = \frac{9}{5} \times \frac{6}{12} = \frac{9}{10} \\ & \quad \overbrace{\frac{1}{5}}^{2} \quad \overbrace{\frac{1}{4}}^{2} \quad \overbrace{\frac{5}{8}}^{2} \quad \overbrace{\frac{1}{3}}^{2} \quad \overbrace{\frac{5}{2}}^{2} \end{aligned}$$

۷ - درست

۸ - درست

$$|3 - \sqrt{5}| + |-2 + \sqrt{5}| = 3 - \sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} = 1$$

۹ - گزینه ۲ اعداد اول کوچک‌تر از 48 را می‌نویسیم:

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47$

حالاتی که جمع دو عدد اول طبیعی، برابر 48 است:

$$43 + 5 = 41 + 7 = 37 + 11 = 31 + 17 = 29 + 19 = 48$$

تفاضل دو عدد در حالاتی بالا:

$$43 - 5 = 38, 41 - 7 = 34, 37 - 11 = 26, 31 - 17 = 14, 29 - 19 = 10$$

$$|x - 5| = |2x + 7| \quad 10$$

$$\rightarrow x - 5 = \pm(2x + 7) \rightarrow \begin{cases} x - 5 = 2x + 7 \rightarrow -x = +12 \rightarrow x = -12 \\ x - 5 = -2x - 7 \rightarrow 3x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

۱۱ - گزینه ۲ مثال نقض برای سایر گزینه‌ها

$$1: a = 2 + \sqrt{2}, b = 2 - \sqrt{2} \Rightarrow a + b = 2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4 \quad 4 \notin Q'$$

$$2: a = 2 + \sqrt{2}, b = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow a - b = 2 + \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} = 1 \quad 1 \notin Q'$$

$$\text{۴- گزینه‌ی } \sqrt[3]{3} \text{ است: } a = \sqrt[3]{3}, b = \sqrt[3]{3} \Rightarrow a^3 b = \sqrt[3]{3^3} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{27} = 3 \quad 3 \notin Q'$$

- گزینه‌ی ۳ نکته: اگر $ab < 0$ (هم علامت نباشد) می‌توان نوشت:

$$|a+b| < |a| + |b|$$

پس با توجه به نکته بالا گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۱۳ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} x &= 2,0\overline{29} \\ 1 \circ x &= 20,\overline{29} \\ 1000x &= 2029,\overline{29} \\ 1000x - 1 \circ x &= 2029,\overline{29} - 20,\overline{29} \\ 990x &= 2009 \Rightarrow x = \frac{2009}{990} \end{aligned}$$

- ۱۴ پس a عددی بین صفر و ۱ است پس منفی است و $2a$ عددی بین ۰ و ۲ است (-۲ < 2a < ۰)

$$\underbrace{|2a-1|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|2-a|}_{\text{مثبت}} = 1 - 2a + 2 - a = 3 - 3a = 3(1-a)$$

- ۱۵

نکته:

$$\frac{n-1}{n!} = \frac{1}{(n-1)!} - \frac{1}{n!}$$

نکته بالا بسیار ساده است در عبارت صورت سؤال همین کار را انجام می‌دهیم اما مرحله تا علت نکته بالا را بفهمید:

$$\frac{19}{20!} + \frac{20}{21!} + \frac{21}{22!} = \frac{20-1}{20!} + \frac{21-1}{21!} + \frac{22-1}{22!}$$

$$= \frac{20}{20!} - \frac{1}{20!} + \frac{21}{21!} - \frac{1}{21!} + \frac{22}{22!} - \frac{1}{22!}$$

$$= \frac{1}{19!} - \frac{1}{20!} + \frac{1}{20!} - \frac{1}{21!} + \frac{1}{21!} - \frac{1}{22!} = \frac{1}{19!} - \frac{1}{22!}$$

۱۶ - از ویژگی قدر مطلق استفاده می‌کیم:

$$|2x+8| < |2x-12| \rightarrow 2|x+4| < 2|x-6|$$

$$\rightarrow |x+4| < |x-6| \rightarrow (x+4)^2 < (x-6)^2$$

$$\rightarrow x^2 + 8x + 16 < x^2 - 12x + 36$$

$$\rightarrow 8x + 12x < 36 - 16 \rightarrow 20x < 20 \rightarrow x < 1$$