



فارسی ۱ و ۳

۱-

(مسن و سگری - ساری)

انابت: بازگشت به سوی خدا، توبه، پشیمانی

(فارسی ۳، لغت، واژه‌نامه)

۲-

(سیدجمال طباطبایی نژاد)

معنی واژگان «ب» و «د» کاملاً درست است.

الف) درهم: مسکوک نقره که ارزش آن کسری از دینار بوده است.

ج) وجه: ذات، وجود

(فارسی ۳، لغت، واژه‌نامه)

۳-

(مسن اصغری)

غلط‌های املائی و شکل درست آن‌ها:

الف) زُلّ ← ذُلّ (واژه‌نامه ستایش، معنای مقابل عزّ)

ج) متاع ← مطاع

(فارسی ۳، املا، ترکیبی)

۴-

(مسن و سگری - ساری)

تشبیه: موی کمر / اغراق: با تشبیه کمر معشوق به مو، در باریک بودن کمر او اغراق شده است. / کنایه: «سراپا چشم شدن»: کنایه از «به دقت نگرستن و توجه کردن» / حسن تعلیل: دلیل سراپا چشم گردیدن زلف رسا تعلیم گرفتن پیچ و تاب از کمر معشوق است.

(فارسی ۳، آرایه، ترکیبی)

۵-

(مسن اصغری)

تشبیه‌های بیت: عشق، بحر موج است - صبر، کشتی نوح است (دو مورد)

در سایر ابیات سه تشبیه به کار رفته است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۱: «۱»: تو مس قلب (تقلبی) هستی / تو زر شوی / اکسیر سعادت (۳ مورد)

گزینه ۲: «۲»: مهد زمین / خواب غفلت / گهواره زندان است (۳ مورد)

گزینه ۳: «۳»: مرا همچون شمع / مرغ جان / جان را چون پروانه (۳ مورد)

(فارسی ۳، آرایه، ترکیبی)

۶-

(سیدجمال طباطبایی نژاد)

در گزینه «۴»، هر دو ضمیر «م» نقش مفعول دارند.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: پیش از آن که کارم به دیوانگی انجامد (م مضاف‌الیه برای کار)

گزینه «۲»: اگر سرم در سر کار تو شود = (م مضاف‌الیه برای سر)

گزینه «۳»: بختِ بیدار من در خلوت بزد (م مضاف‌الیه برای بخت)

(فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه ۱۵)

۷-

(طنین زاهدی‌کیا)

«شدن» در گزینه «۴» به معنای «گشتن و گردیدن» است اما در سایر گزینه‌ها به معنای «گذشتن و سپری شدن» است.

(فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه ۲۰)

۸-

(مسن و سگری - ساری)

مفهوم مشترک عبارت صورت سؤال و بیت گزینه «۴» تأثیر گریه و زاری در پذیرش توبه و راز و نیاز با خداوند است.

(فارسی ۳، مقوّم، صفحه ۱۳)

۹-

(مسن اصغری)

مفهوم مشترک ابیات مرتبط با «تزویر و دورویی زاهدان و واعظان» است.

مفهوم بیت گزینه «۲»: توصیف زیبایی چشم معشوق

(فارسی ۳، مقوّم، مشابه صفحه ۱۹)

۱۰-

(سیدجمال طباطبایی نژاد)

مفهوم بیت پرسش و سه بیت «الف، هـ، و»: عشق، کمال بخش وجود است.

بیت «ب»: تحمل سختی‌های عشق / بیت «ج»: عظمت عشق / بیت «د»: تسلیم در برابر معشوق

(فارسی ۳، مقوّم، صفحه ۲۲)



<p>۱۶- (مریم شمیرانی)</p> <p>نقش واژه «مطرب»، «هنادا» است.</p> <p>(فارسی، زبان فارسی، صفحه ۴۱)</p>	<p>۱۱- (طنین زاهدی/کیا)</p> <p>غارب: میان دو کتف / آخره: جنبه گردن، قوس زیر گردن / تسلأ: آرامش یافتن / مرقه: راحت و آسوده</p> <p>(فارسی، لغت، واژه نامه)</p>
<p>۱۷- (اسماعیل تشیعی)</p> <p>هزار دشمنم ار می کنند قصد هلاک: قصد هلاک من</p> <p>مضاف الیه</p> <p>گرم تو دوستی: گر تو دوست من هستی</p> <p>مضاف الیه</p> <p>تشریح گزینه های دیگر</p> <p>گزینه «۱»: بکاری ام: من را بکاری</p> <p>مفعول</p> <p>گزینه «۲»: بردت: تو را برد</p> <p>مفعول</p> <p>گزینه «۴»: کشدم: من را بکشد</p> <p>مفعول</p> <p>(فارسی، زبان فارسی، صفحه ۵۱)</p>	<p>۱۲- (طنین زاهدی/کیا)</p> <p>املاي درست کلمه:</p> <p>عظم ← عزم</p> <p>(فارسی، املا، ترکیبی)</p>
<p>۱۸- (مریم شمیرانی)</p> <p>گزینه «۲» شاعر از ستم زیبارویان لنت می برد و جفا را وفا می انگارد اما پیام مشترک گزینه های دیگر گله از بی وفایی محبوب است.</p> <p>(فارسی، مفهوم، مشابه صفحه ۵۰)</p>	<p>۱۳- (مریم شمیرانی)</p> <p>املاي درست واژه نادرست:</p> <p>خوار ← خار</p> <p>(فارسی، املا، ترکیبی)</p>
<p>۱۹- (اسماعیل تشیعی)</p> <p>ابیات گزینه های «۱»، «۲» و «۴» بر مفهوم «ناپایداری دنیا» و «تغییرپذیری و بی ثباتی جهان» تأکید دارند. بیت گزینه «۳»، مفهوم «غنیمت دانستن جوانی» را می رساند.</p> <p>(فارسی، مفهوم، مشابه صفحه ۵۲)</p>	<p>۱۴- (اسماعیل تشیعی)</p> <p>اگر با تلمیح شروع کنید گزینه های «۱»، «۲» حذف می شوند. با پارادوکس هم گزینه «۴» حذف می شود.</p> <p>برای آرایه های ابیات الف: حسن تعلیل ← علت این که کین کسی در دلم نمی گنجد این است که دلم خانه مهر یار است.</p> <p>ب: تلمیح ← اشاره به صدای خوب داود (ع) پیامبر بنی اسرائیل</p> <p>ج: [مرغی] که هم اهریمنی باشد و هم ایزدی ← پارادوکس دارد.</p> <p>د: تو همچون بچه آهوان ... ← تشبیه دارد.</p> <p>ه: «روی» و «موی» جناس ناقص اختلافی دارند.</p> <p>(فارسی، املا، ترکیبی)</p>
<p>۲۰- (کاظم کاظمی)</p> <p>مفهوم بیت گزینه «۳»: یکسان بودن ظاهر و باطن مردان خدا و انسان های بی ریا</p> <p>مفهوم مشترک ابیات مرتبط: ترجیح باطن و سیرت نیکو بر صورت و ظاهر آراسته</p> <p>(فارسی، مفهوم، مشابه صفحه ۵۸)</p>	<p>۱۵- (کاظم کاظمی)</p> <p>تشریح آرایه های ابیات</p> <p>گزینه «۱»: حسن تعلیل: اجل به این دلیل چشم همه مردم جهان را می بندد که پدیده های جهان برای آن ها جاذبه ای ندارند یا ارزش دیدن ندارند. / مجاز: جهان ← مردم جهان</p> <p>گزینه «۲»: استعاره: جام لاجورد ← آسمان و روزگار / خون دل برای «شفق» ← استعاره / ایهام تناسب: مدام: ۱- همواره (معنای مورد نظر) ۲- شراب (با جام تناسب دارد)</p> <p>گزینه «۳»: حس آمیزی: افغان رنگین (در آمیختن دو حس شنوایی و بینایی) / جناس: ندارد</p> <p>گزینه «۴»: تلمیح: «آب حیوان» اشاره ای است به داستان حضرت خضر و برخورداری او از چشمه آب حیات / تشبیه: عقیق صبر (اضافه تشبیهی)</p> <p>(فارسی، آرایه، ترکیبی)</p>

عربی، زبان قرآن ۱ و ۳

۲۱-

(فرشته کیانی)
«أ: آیا / «يَحْسَبُ»: گمان می‌کند، می‌پندارد / «الإنسان»: انسان / «أَنْ يُتْرَكَ»: که
رها می‌شود (فعل مضارع مجهول) / «سُدِّي»: بیهوده و پوچ (ترجمه)

۲۲-

(فامد مقدس زاره - مشهور)
«كان ... يُلاحِظُونَ»: می‌دیدند (ماضی استمراری) / «التَّاسُ»: مردم / «عِظِمَةُ» سوزان
عظيمة: یک ابر سیاه بزرگ / «رِياحاً قَوِيَّةً»: بادهای نیرومندی / «أربع مرآتٍ»: چهار
بار (مرتبه) / «في السنة»: در سال

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «برای چهارمین بار»، «بود که» و «نیرومند» نادرست‌اند.
گزینه «۲»: «برها» و «می‌بینند» نادرست‌اند و «عظيمة» ترجمه نشده است.
گزینه «۴»: «برها»، «نیرومند» و «دیدند» نادرست‌اند. (ترجمه)

۲۳-

(ممد رضا سوری - نواویر)
تشریح گزینه‌های دیگر
گزینه «۲»: متحیر نمود ← متحیر نموده است / «چنین» اضافی است. / فیلمی
خیالی ← از فیلم‌های خیالی
گزینه «۳»: چنین ماهیان ← این ماهیان / گمان کردند ← گمان می‌کردند
گزینه «۴»: ماهیانی که ← این ماهیان / گمان کردند ← گمان می‌کردند /
فیلم‌هایی ← فیلم‌ها / متحیر نمود ← متحیر نموده است / «آن‌ها» اضافی است. /
«حینما» ترجمه نشده است. (ترجمه)

۲۴-

(ممد رضا سوری - نواویر)
تشریح گزینه‌های دیگر
گزینه «۱»: دشمنان خائن ← دشمنان خائن ما / سعی کردند ← سعی کرده‌اند /
مستحکم ← به هم پیوسته
گزینه «۳»: «این است» اضافی است. / تلاششان این است ← تلاش کرده‌اند /
مستحکم ← به هم پیوسته
گزینه «۴»: خواست ← تلاش کرده‌اند / «بذر دشمنی» معادلی در عبارت عربی داده
شده ندارد. / «بپراکنند» نادرست است. / امت مسلمان ← مسلمانان (ترجمه)

۲۵-

(ابوالفضل تائبیک)
تشریح گزینه‌های دیگر
گزینه «۱»: «الحضارات»: تمدن‌ها
گزینه «۲»: ترجمه صحیح: «خداوند پیامبران را به سوی مردم فرستاد تا برای آن‌ها
راه مستقیم و دین درست را آشکار کنند!»
گزینه «۴»: «الْهَيْتِنَا»: خدایان ما (ترجمه)

۲۶-

(ممد رضا غفوری - کرکان)
فعل «أَنْ يُنْقِذَ» به معنای «نجات دهد»، از باب افعال و متعدی (دارای مفعول) است.
ترجمه درست عبارت: «چون که ابراهیم می‌خواست قوم خود را از عبادت این
خرافه‌ها نجات بدهد!» (ترجمه)

۲۷-

(فاطمه منصورفالی)
«مردان ناشناس»: الرّجال المجهولان، الرّجال المجهولون (موصوف و صفت معرفة) / «وارد
شدند»: دَخَلُوا (فعل ماضی) / «جنگل»: الغابة (مفرد) / «با تبرهایشان»: بِفُؤوسِهِمْ،
مع فُؤوسِهِمْ / «شاخه‌های درختان»: أغصان (عُصون الأشجار) / «شکستند»: كَسَرُوا، كَسَرُوا
تشریح گزینه‌های دیگر
گزینه «۱»: «کسر» نادرست است.
گزینه «۲»: «یدخلون»، «یکسرون» و «فأسهيم» نادرست‌اند.
گزینه «۳»: «رجال مجهولون» و «الغابات» نادرست‌اند. (تعریب)

۲۸-

(درویشعلی ابراهیمی)
مفهوم آیات شریفه در گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» و صورت سؤال این است که هر کار
خوبی انجام بدهیم در آخرت خداوند پاداش آن را به ما می‌دهد، اما گزینه «۲»
می‌فرماید: خوبی کن همانطور که خداوند به تو خوبی کرده است؛ توصیه به نیکی
کردن مفهوم این آیه است که با سایر آیات داده شده تفاوت دارد. (مفهومی)

۲۹-

(درویشعلی ابراهیمی)
ترجمه همه گزینه‌ها
گزینه «۱»: جشن: مناسبتی است که در آن خانواده‌ای که مرد یا زن عزیزی از آنان
مرده است در آن شرکت می‌کنند! (نادرست)
گزینه «۲»: سردرد: دردی است در سر و انواع گوناگونی دارد! (درست)
گزینه «۳»: کنده‌کاری: مجسمه‌ای است که انسان آن را از چوب برای پرستش
می‌سازد! (نادرست)
گزینه «۴»: رستاخیز: گرد هم آمدن مردم در جایی خاص برای بررسی مشکلاتشان!
(نادرست) (مفهومی)

۳۰-

(فاطمه منصورفالی)
با توجه به ترجمه گفت و گوها درمی‌یابیم گزینه «۳» نادرست است.
ترجمه همه گزینه‌ها
گزینه «۱»: ای برادرم، آیا بلیت وارد شدن داری؟! / بله، بلیتم در دستم است!
گزینه «۲»: لطفاً کیفیت را باز کن! / بفرما، کیفم باز است ای برادرم!
گزینه «۳»: در کیفیت چیست؟! / نه، من واقعاً به آن‌ها نیاز دارم!
گزینه «۴»: این داروها برای کیست؟! / برای پدر و مادرم. آن‌ها سردرد شدیدی دارند!
(مفهومی)



(فاطمه منصورفانکی)

۳۵-

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۲: «حروفه الأصلية: أ ث ر» است.

گزینه ۳: «للعائبة» و «علی وزن يُفعلُ» نادرست‌اند.

گزینه ۴: «فاعله «النشاط»» نادرست است. (تفلیل صرفی و ممل اعرابی)

(فاطمه منصورفانکی)

۳۶-

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۱: «فعله «تمارس» علی وزن «تفاعل» و «مبتدأ»» نادرست‌اند.

گزینه ۲: «جمع مکسر أو تکسیر» نادرست است.

گزینه ۴: «جمع مکسر أو تکسیر» و «مبتدأ» نادرست‌اند.

(تفلیل صرفی و ممل اعرابی)

(مصدر علی کاطمی - کاشان)

۳۷-

در این گزینه «الطَّلاب، حقائق، قرون» جمع مکسر هستند.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۱: «وظائف» جمع مکسر است.

گزینه ۳: «المصاعب» و «الآلام» جمع مکسر هستند.

گزینه ۴: «وآلاد» جمع مکسر است. (قواعد اسم)

(فامه مقدس‌زاده - مشهد)

۳۸-

در فعل «بِقَطْع» حروف اصلی «ق ط ع» هستند که «نون» جزء این حروف نیست.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۱: در فعل «انتبهوا» حروف اصلی «ن ب ه» است.

گزینه ۳: در فعل «انتظروا» حروف اصلی «ن ظ ر» است.

گزینه ۴: در فعل «انتشرت» حروف اصلی «ن ش ر» است. (قواعد فعل)

(فامه مقدس‌زاده - مشهد)

۳۹-

در گزینه ۲ «هیچ فعلی از مصدر «إفعال» وجود ندارد.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۱: فعل «أُنزل» از مصدر إفعال است.

گزینه ۳: دو فعل «أحسن» و «أحسن» از مصدر إفعال هستند.

گزینه ۴: دو فعل «أمنوا» و «یُخرج» از مصدر إفعال هستند. (قواعد فعل)

(مصدر علی کاطمی - کاشان)

۴۰-

فقط در گزینه ۱، «لا» نفی جنس به کار رفته است (هیچ چیزی مضرت از نادانی نیست).

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۲: «لا» در «لا تطلبوا»، «نهی» است (نخواهید).

گزینه ۳: «لا» در «لا یُرید»، «نهی» است (نمی‌خواهد).

گزینه ۴: «لا» در «لا نذهب»، «نهی» است (نمی‌رویم). (انواع جملات)

(فاطمه منصورفانکی)

۳۱-

عبارت: «مردم ایران هر ساله عید نوروز را با شادی جشن می‌گیرند!» بر اساس واقعیت صحیح است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۱: بر اساس واقعیت، پدیده باران ماهی‌ها نمی‌تواند در هر کشوری روی دهد.

گزینه ۲: بر اساس واقعیت، زردآلو میوه‌ای زرد رنگ است که مردم آن را در تابستان به صورت تازه می‌خورند.

گزینه ۳: بر اساس واقعیت، ماهی‌ها در رودخانه‌ها، دریاها و اقیانوس‌های مختلف زندگی می‌کنند، نه فقط در اقیانوس اطلس و اقیانوس آرام. (مفعول)

ترجمه متن درک مطلب

تنبلی از پدیده‌های شایع میان مردم به صورتی فراوان (بزرگ) است به طوری که انسان احساس حالتی از سستی و ناتوانی می‌کند و به خاطر آن به شکلی خوب بر انجام کارها و مسئولیت‌هایش توانا نیست و گاهی انسان برای ساعت‌هایی طولانی در خلال روز علاقه به خوابیدن و استراحت کردن در رختخواب دارد. شایان ذکر است تأثیر تنبلی تنها به جسم و توانایی‌هایش محدود نمی‌شود بلکه بر فعالیت ذهنی انسان که باعث ضعف تمرکز او و پراکندگی‌اش و غیره می‌باشد اثر می‌گذارد و در این حالت ناگزیر است (از استفاده کردن) از وجود تعدادی از راه‌هایی که به افزایش نیرو برای جسم انسان به صورتی طبیعی کمک کنند.

گروهی از خوراکی‌ها وجود دارند که خوردنشان در افزودن به قدرت در جسم نقش دارند از جمله آن‌ها: توت و چای سبز و تنقلات و آب و موز و شکلات تلخ است. برای زیاد شدن نیرو در جسم بر ما دو کار لازم است: ۱- تمرین ورزشی به صورتی روزانه برای مدت نیم ساعت در روز ۲- فراهم آوردن نیاز جسم به ویتامین‌ها از طریق در معرض قرار دادن جسم در برابر پرتوهای خورشید

(فاطمه منصورفانکی)

۳۲-

در متن داده شده، در مورد فایده‌های خوابیدن و استراحت کردن چیزی بیان نشده است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۱: «ورزش روزانه!» در متن آمده است.

گزینه ۲: «راه‌هایی برای افزایش توان!» در متن آمده است.

گزینه ۴: «تأثیر تنبلی بر فعالیت عقلی!» در متن آمده است. (درک مطلب)

(فاطمه منصورفانکی)

۳۳-

در خط آخر متن، آمده است که شعاع‌های خورشید می‌تواند ویتامین د را در جسم تأمین کند.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۱: «خواب زیاد برای انسان ضروری است!» نادرست است.

گزینه ۲: «تمرین ورزشی تنها راه، برای افزایش نیروی جسم است!» نادرست است.

گزینه ۳: «عدم تمرکز ذهن یکی از نشانه‌های انجام کارهای دشوار است!» نادرست است. (درک مطلب)

(فاطمه منصورفانکی)

۳۴-

«انواعی از شکلات در بالا بردن نیروی انسان سودمندند!» نادرست است، زیرا تنها شکلات تلخ مؤثر است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه ۱: خوردن برخی خوراکی‌ها در افزایش طاقت در انسان مؤثرند!» صحیح است.

گزینه ۲: «شعاع خورشید برای جسم انسان مفید است!» صحیح است.

گزینه ۴: «تنبلی از پدیده‌های رایج میان مردم است!» صحیح است. (درک مطلب)

دین و زندگی ۳ و ۱

۴۱-

(مفسر بیاتی)

اندیشه، بهار جوانی را پرطراوت و زیبا می‌سازد، استعدادها را شکوفا می‌کند و امید به آینده‌ای زیباتر را نوید می‌بخشد. علاوه بر آن می‌تواند برترین عبادت‌ها باشد. پیامبر اکرم (ص) می‌فرماید: «برترین عبادت، اندیشیدن مداوم درباره خدا و قدرت اوست (شناخت هستی و صفات خدا).»

(دین و زندگی ۳، قبل از درس ۱، صفحه ۲)

۴۲-

(فردین سماقی - لریستان)

چون خداوند غنی و ستوده است، موجودات منحصرأ برای رفع نیازهای خود به وی مراجعه می‌کنند: «و الله هو الغنی الحمید». نیازمندی تمام موجودات به خداوند امری ذاتی است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه‌های ۷ و ۱۰)

۴۳-

(مهمرضا فرهنگیان)

هنگامی که از خود بپرسیم که: «ایا هرگز درباره آغاز و پایان این هستی پهنوار فکر کرده‌اید.» به سؤال «موجودات جهان، هستی خود را وامدار چه کسی هستند؟» خواهیم رسید.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۶)

۴۴-

(مهمربقیاری)

هرچه معرفت انسان به خود (خودشناسی) و رابطه‌اش با خدا بیشتر شود، نیاز به او را بیشتر احساس و ناتوانی و بندگی خود را بیشتر ابراز می‌کند و برای همین است که پیامبر عزیزمان با آن مقام و منزلت، عاجزانه از خدا می‌خواهد که: «خدایا هیچ‌گاه مرا چشم به هم زدن به خودم و مگذار: (اللهم لا تکلنی الی نفسی طرفة عین ابدأ).»

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴۵-

(مهمربقیاری)

خداوند نور هستی است. یعنی تمام موجودات، وجود خود را از او می‌گیرند، به سبب او پیدا و آشکار شده و پا به عرصه هستی می‌گذارند و وجودشان به وجود او وابسته است. به همین جهت، هر چیزی در این جهان، بیانگر وجود خالق و آیه‌ای از آیات الهی محسوب می‌شود. پس موجودات جهان، جلوه‌گاه وجود خدایند. در نتیجه استدلال نیازمندی جهان در پیدایش خود به خدا می‌خوانیم: ما و همه پدیده‌های جهان، در پدید آمدن (پیدایش) و هست شدن خود به آفریننده‌ای نیازمندیم که خودش پدیده نباشد و سرچشمه هستی باشد.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه‌های ۷ و ۱۱)

۴۶-

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

طبق آیه شریفه «ام جعلوا لله شرکاء خلقوا کخلقه فتشابه الخلق علیهم». در صورتی جا داشت که مردم در اعتقاد به توحید در شک بیفتند که غیر خدا، مثل خداوند آفرینشی داشت و از آن جا که خداوند، بی‌نیاز مطلق است، لذا به فرزند یا والدین نیاز ندارد و این موضوع در آیات شریفه «الله الصمد لم یلد و لم یولد» در سوره توحید، مورد تأکید قرار گرفته است.

(دین و زندگی ۳، درس ۲، صفحه ۲۲)

۴۷-

(مهمربقیاری)

توحید به معنای اعتقاد به خدای یگانه است؛ یعنی خدا بی‌همتاست و شریکی ندارد و این بیانگر اصل و حقیقت توحید است که در عبارت «و هو الواحد القهار» و او یکتای مقتدر است» تبیین شده است. حضرت علی (ع) می‌فرماید: «خدای من! مرا این عزت بس که بنده تو باشم...»

(دین و زندگی ۳، درس ۲، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۳)

۴۸-

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

باید دقت کنیم عبارت قرآنی «و لله ما فی السموات و ما فی الأرض» درباره توحید در مالکیت است و عبارت قرآنی «لا یشرک فی حکمه احداً» درباره توحید در ولایت است و از آن جایی که هر کس مالک چیزی باشد (علت) حق تصرف و تغییر در آن چیز را دارد (معلول). لذا رابطه علیت مالکیت خداوند و معلولیت ولایت خداوند را نتیجه می‌گیریم.

(دین و زندگی ۳، درس ۲، صفحه ۱۹)

۴۹-

(ابوالفضل امیرزاده)

عقیده به توانایی پیامبر اکرم (ص) و اولیای دین (صلوات الله علیهم) در برآوردن حاجات انسان (مانند شفادادن) وقتی موجب شرک است که این توانایی را از خود آن‌ها و مستقل از خدا بدانیم. اما اگر این توانایی را صرفاً از خدا و انجام آن را با درخواست اولیا از خداوند و به اذن خدا بدانیم، عین توحید است و از این جهت مانند اثر شفابخشی داروست که خداوند به آن بخشیده است. شرک در ولایت عبارت است از اعتقاد به این که علاوه بر خداوند و در کنار او، دیگری نیز هستند که سرپرستی جهان را بر عهده دارند و خودشان حق تصرف در جهان را دارا می‌باشند. آیه «قل أفأتخذتم من دونه اولیاء» بیانگر شرک در ولایت است.

(دین و زندگی ۳، درس ۲، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۵۰-

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

عبارت قرآنی «کلّ یوم هو فی شأن» او همواره دائمی و پیوسته) دست‌اندرکار امری است» نشانگر تدبیرگری دائمی خداوند است و این خود مؤید «ربوبیت» خداوند است که از خالقیت خدا سرچشمه گرفته است.

دقت شود که دائمی و پیوسته بودن تدبیر جهان، در عبارت «و هو زبّ کلّ شیء» تأکید نشده است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱ و ۲، صفحه‌های ۱۰ و ۲۰)

۵۱-

(فردین سماقی - لریستان)

یکی از پیامدهای دیدگاه اعتقاد به معاد، باز شدن پنجره امید و روشنایی به روی انسان و فراگیر شدن شور و نشاط و انگیزه فعالیت و کار در زندگی است. این شور و نشاط «و لا هم یحزنون»، به این دلیل است که انسان می‌داند هیچ کار نیکی از او بی‌یاداشی نمی‌ماند و اگر در مسیر انجام وظایف ظلمی به او صورت گیرد، قطعاً خداوند داد آن را از ظالمان می‌ستاند و در جهان دیگر خداوند آنان را به سزای اعمالشان می‌رساند. مفهوم آیه «من آمن بالله و الیوم الآخر و عمل صالحاً و فلا خوف علیهم و لا هم یحزنون» اشاره به این امر دارد.

(دین و زندگی ۳، درس ۳، صفحه ۳۰)

۵۲-

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

آثار و پیامدهای انکار معاد، گریبان‌کنایی را نیز که معاد را قبول دارند، اما این قبول داشتن به ایمان و باور قلبی تبدیل نشده است، می‌گیرد: زیرا این افراد به دلیل فرو رفتن در هوس‌ها، دنیا را معبود و هدف خود قرار می‌دهند و از یاد آخرت غافل می‌شوند و از این رو، زندگی و رفتار آنان به گونه‌ای است که تفاوتی با منکران معاد ندارند.

(دین و زندگی ۳، درس ۳، صفحه ۴۳)

۵۳-

(مفسر بیاتی)

خداپرستان حقیقی گرچه در دنیا زندگی می‌کنند و زیبا هم زندگی می‌کنند، اما به آن دل نمی‌سپزند. از طرف دیگر، همین عامل سبب می‌شود که دفاع از حق و مظلوم و فداکاری در راه خدا آسان‌تر شود. امام حسین (ع) خطاب به یاران خود فرمود: «هرگ چیزی نیست مگر پلی که شما را از ساحل سختی‌ها به ساحل سعادت و کرامت و بهشت‌های پهنوار و نعمت‌های جاوید عبور می‌دهد. پس کدام‌یک از شما کراهت دارد که از زندان به قصر منتقل شود؟»

(دین و زندگی ۳، درس ۳، صفحه ۴۱)



زبان انگلیسی ۱ و ۳

۶۱- (علی عاشوری)
ترجمه جمله: «روز تولد مادرم فردا است. قصد دارم هدیه ارزشمندی برایش بخرم.»
نکته مهم درسی
برای کارهای از قبل برنامه‌ریزی شده در زمان حال از "be going to" استفاده می‌شود. (گرامر)

۶۲- (فریبا توکلی)
ترجمه جمله: «به این بچه‌های کوچک در این جا، در سمت چپ نگاه کنید. تماشای بازی آن‌ها مرا واقعاً خوشحال می‌کند!»
نکته مهم درسی
با توجه به "here" اشاره به "children" از نزدیک انجام شده است، پس گزینه‌های «۱» و «۳» حذف می‌شوند و پس از فعل "makes" به یک ضمیر مفعولی نیاز داریم، پس گزینه «۴» صحیح است. (گرامر)

۶۳- (علی عاشوری)
ترجمه جمله: «کدام جمله از نظر گرامری نادرست است؟»
«تو می‌دانی که موش‌ها حیوانات کثیفی هستند.»
نکته مهم درسی
جمع "mouse" می‌شود "mice"، زیرا این اسم جزو جمع‌های استثناست. (گرامر)

۶۴- (آناهیتا اصغری)
ترجمه جمله: «اگر ما به کودکانمان این ارزش‌ها را یاد ندهیم، حقیقتاً چگونه می‌توانیم از آن‌ها انتظار داشته باشیم تا اعضای ارزشمند و قابل احترام در جامعه شوند؟»
۱) با دقت
۲) مؤدب
۳) قابل احترام، محترم
۴) مراقب، دلسوز
(واژگان)

۶۵- (آناهیتا اصغری)
ترجمه جمله: «دادن یک هدیه [مالی] سودمند به‌عنوان یک دوست، راه دیگری برای پرهیز از دادن کادوهای نامطلوب است.»
۱) آزمایش
۲) اهدا، هدیه
۳) الهام
۴) عبارت، بیان
(واژگان)

۶۶- (علی عاشوری)
ترجمه جمله: «پدر دل شکسته از فهمیدن این که کیسه هوا نتوانسته بود از دخترش در هنگام تصادف اتومبیل محافظت کند، اندوهگین بود.»
۱) گزارش دادن
۲) محافظت کردن
۳) موجب شدن
۴) گرفتن
(واژگان)

۶۷- (میرفین زاهدی)
ترجمه جمله: «آن‌ها طرح‌هایی دارند تا در این جا مرکز خریدی بسازند، اما بیشتر مردم محلی در این باره خوشحال نیستند. آن‌ها می‌گویند چنین مکانی ترافیک را در منطقه افزایش خواهد داد.»
۱) گیاه
۲) دشت
۳) طرح، نقشه
۴) هواپیما
(واژگان)

ترجمه متن کلوزتست:

اسم من لیشالی است و من یک دانش آموز دبیرستانی میهمان [در طرح] AFS از ژاپن هستم. امسال توسط خانواده اربرت میزبانی می‌شوم. وقتی که در مورد رفتن به خانه در ماه ژوئن فکر می‌کنم، می‌خواهم از همه اعضای خانواده میزبان مخصوصاً از مادر میزبانم، سارا، تشکر کنم. سال من بدون مادر میزبانم این قدر لذت‌بخش و پر از ماجرا نمی‌بود، چرا که او تجارب آمریکایی و دست اول خیلی زیادی را در اختیار من گذاشته است. در طول تعطیلات بهار، ما برای تعطیلات به فلوریدا رفتیم. فلوریدا جایی است که از قبل از این که به این جا بیایم، می‌خواستیم ببینیم. ما تقریباً ۲۱ ساعت تا ساحل مادیرا رانندگی کردیم و از پنج ایالت عبور کردیم. من نه تنها به فلوریدا رفتم و اقیانوس را دیدم، بلکه فرصت دیدن چیزهای گوناگون زیادی در شهرهای متفاوت را نیز داشتم. آن دقیقاً بهترین تعطیلی بهار تاکنون بود. من از مادر میزبانم به خاطر بردن من به آن سفر و این که رویاها را به حقیقت درآورد، بسیار سپاسگزارم. روز مادر مبارک، ماما!

۵۴- (ممد رضا فرهنگیان)
خداوند در آیه ۵ سوره قیامت علت انکار معاد را این‌گونه بیان می‌فرماید: «انسان شک در وجود معاد ندارد) بلکه [علت انکارش این است که] او می‌خواهد بدون ترس از دادگاه قیامت، در تمام عمر گناه کند.» با توجه به آیات شریفه ۴۵ تا ۴۸ سوره واقعه: «آنان (دوزخیان) پیش از این (در عالم دنیا) مست و مغرور نعمت بودند و بر گناهان بزرگ اصرار می‌کردند و می‌گفتند: هنگامی که ما مردیم و استخوان شدیم، آیا برانگیخته خواهیم شد؟!»

(دین و زندگی، ۱، درس ۴، صفحه ۵۴)

۵۵- (ممد بقیاری)
این جهان ظرفیت جزا و پاداش کامل انسان‌ها را ندارد به‌عنوان مثال اعدام کسی چون صدام و حامیان وی به هیچ عنوان با جرم شهید کردن صدها هزار انسان بی‌گناه برابری نمی‌کند و عدل الهی ایجاب می‌کند جهان دیگری باشد تا ظالم به مجازات واقعی‌اش برسد (عدل الهی) و این موضوع با آیه «ام نجعل الّذین آمنوا ...» هماهنگ است. (دین و زندگی، ۱، درس ۴، صفحه ۵۳)

۵۶- (ممنون بیاتر)
پیامبران با قاطعیت کامل از وقوع معاد خبر و نسبت به آن هشدار داده‌اند. «الله لا اله الا هو»: خداوند کسی است که هیچ خدایی جز او نیست. «لیجمعنکم الی یوم القیامة»: او قطعاً شما را در روز قیامت جمع می‌کند. (حدوث قطعی معاد) «لا ریب فیه»: که شکی در وقوع آن نیست. «و من اصدق من الله حدیثاً»: چه کسی در سخن از خدا راست‌گوتر است؟ (علت نبودن شک در قیامت) (دین و زندگی، ۱، درس ۴، صفحه ۳۹)

۵۷- (ممنون بیاتر)
قرآن کریم در آیه ۷۸ و ۷۹ سوره یس توجه منکران معاد را به پیدایش نخستین انسان جلب می‌کند و می‌فرماید: «و برای ما مثلی زده در حالی که آفرینش نخستین خود را فراموش کرده بود، گفت: کیست که این استخوان‌های پوسیده را دربار زنده کند؟ بگو همان خدایی که آن‌ها را برای نخستین بار آفرید و او به هر خلقی داناست.»

(دین و زندگی، ۱، درس ۴، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۵۸- (ممد رضایی‌با)
دلایلی که امکان معاد را ثابت می‌کنند، آن را از حالت امری بعید و غیر ممکن خارج می‌سازند. در بیت «به گفت طفل جستی راه پرهیز / به گفت انبیا از خواب برخیز»، طبق قانون عقلی «دفع خطر احتمالی، لازم است»، هوشیاری در مورد خیر انبیا همانند توجه به اعلام خطر احتمالی یک طفل بنا بر دستور عقل تذکر داده شده است. (دین و زندگی، ۱، درس ۴، صفحه‌های ۳۹ و ۵۰)

۵۹- (سکینه کلشن)
«کافران گفتند: زندگی و حیاتی جز همین زندگی و حیات دنیایی ما نیست. همواره گروهی از ما می‌میریم و گروهی زنده می‌شویم و ما را فقط گذشت روزگار نابود می‌کند (و ما پهلکنا الا الدهر: این سخن را از روی علم نمی‌گویند (ما لهم بذلک من علم ان هم الا یظنون)» (دین و زندگی، ۱، درس ۳، صفحه ۳۲)

۶۰- (مرتضی مفسنی‌کبیر)
دلایل اثبات امکان معاد، به دنبال اثبات «قدرت نامحدود الهی»، هستند که عبارت‌اند از:
۱- اشاره به پیدایش نخستین انسان ۲- اشاره به نمونه‌هایی از زنده شدن مردگان ۳- اشاره به نظام مرگ و زندگی در طبیعت
موارد «عدم ظرفیت دنیا برای پاداش و جزای کامل» و «پاسخ‌گویی به تمایلات و نیازها» درباره ضرورت معاد است، نه امکان معاد.

(دین و زندگی، ۱، درس ۴، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)



۷۴- (مهم رهیمنی نصر آباری)
ترجمه جمله: «طبق متن، شما نباید در حین مسواک زدن شیر آب را باز بگذارید. این راهی برای جلوگیری از به هدر رفتن آب است.» (درک مطلب)

۷۵- (مهم رهیمنی نصر آباری)
ترجمه جمله: «عبارت "cut down on" (کم کردن) در پاراگراف سوم از لحاظ معنی به "decrease" (کاهش دادن) نزدیک ترین است.» (درک مطلب)

۷۶- (مهم رهیمنی نصر آباری)
ترجمه جمله: «طبق متن، کدامیک از موارد زیر درست نیست؟»
«شما می توانید با ساخت جاده‌ها به نجات طبیعت کمک کنید.» (درک مطلب)

ترجمه متن درک مطلب دوم:

خانواده‌ها تقریباً در هر کشوری در حال تغییر هستند. در آفریقای شمالی در گذشته بسیاری از مردم در خانواده‌های گسترده (بزرگ) زندگی می‌کردند. ۵۰ تا ۱۰۰ آدم در یک گروه از خانه‌ها با هم زندگی می‌کردند. این‌ها همه اعضای خانواده بودند- پدربزرگ‌ها و مادربزرگ‌ها، عمه‌ها، عموها، پسرعموها، بچه‌ها و نوه‌ها. اما در حال حاضر، این خانواده سنتی دارد به گروه‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شود. اکنون خانواده‌های تک‌والدی بیشتری وجود دارد.

خانواده ژاپنی سنتی، همچنین خانواده گسترده‌ای بود- یک پسر، والدینش، همسرش، بچه‌هایش، برادران و خواهران مجردش. آن‌ها با هم در خانه والدینش زندگی می‌کردند. اما این رسم در حال تغییر است. الان بیشتر خانواده‌ها، خانواده‌های هسته‌ای هستند. آن‌ها مشکلات جدیدی دارند. بیشتر مردان زمان زیادی را صرف شغل [خود] می‌کنند. آن‌ها خانواده‌هایشان را اغلب نمی‌بینند. این [کار] سختی است. بسیاری از زنان متأهل احساس تنهایی می‌کنند. شوهرانشان تقریباً هرگز خانه نیستند. بچه‌هایشان در مدرسه هستند. گاهی اوقات این زنان یا شغل پیدا می‌کنند، یا در گروه‌های فرهنگی عضو می‌شوند.

در اروپا، در خانواده‌های هسته‌ای سنتی، همسر به همراه بچه‌ها در خانه می‌ماند. شوهر شغلی داشت. اما بسیاری از اروپایی‌ها از این نوع خانواده راضی نیستند و سنت‌ها در حال تغییر هستند. تعداد طلاق‌ها در حال افزایش است. تعداد خانواده‌های تک‌والدی نیز در حال افزایش است. در سوئد بیشتر از ۴۵ درصد همه بچه‌ها، مادران مجرد دارند. در بیشتر اروپا بسیاری از مردم تنها زندگی می‌کنند. در فرانسه بیشتر از ۲۶ درصد زنان بین سن ۳۰ تا ۳۴ سال و بیشتر از ۲۷ درصد از مردان تنها زندگی می‌کنند. بعضی از مردم درباره این تغییرات ناراحت هستند. اما آن‌ها باید یک چیز را بفهمند. ما نمی‌توانیم واقعاً بگوییم «این خانواده‌های جدید بد هستند.» و یا «این خانواده‌های جدید خوب هستند». آن‌ها فقط متفاوت هستند. جهان در حال تغییر است و خانواده‌ها هم در حال تغییرند.

۷۷- (ساسان عزیز نژاد)
ترجمه جمله: «موضوع اصلی متن چیست؟»
«خانواده‌ها در بسیاری از کشورها در حال تغییر هستند.» (درک مطلب)

۷۸- (ساسان عزیز نژاد)
ترجمه جمله: «کلمه "extended" (گسترده) در پاراگراف یک از لحاظ معنی به "large" (بزرگ) نزدیک ترین است.» (درک مطلب)

۷۹- (ساسان عزیز نژاد)
ترجمه جمله: «کلمه "Their" در پاراگراف دو به بسیاری از زنان متأهل اشاره می‌کند.» (درک مطلب)

۸۰- (ساسان عزیز نژاد)
ترجمه جمله: «بر اساس متن، همه جملات زیر درست هستند، به جز این که نویسنده فکر می‌کند که این خانواده‌های جدید بد هستند، زیرا آن‌ها با هم زندگی نمی‌کنند.» (درک مطلب)

۶۸- (میرسین زاهری)
نکته مهم درسی
با توجه به معنای جمله، فعل بیانگر عملی در آینده است که از قبل برنامه‌ریزی شده است، پس به ساختار «فعل + be going to» نیاز داریم.

(کلوز تست)
۶۹- (میرسین زاهری)
۱) لذت‌بخش
۲) ترسناک
۳) شوکه‌کننده
۴) گیج‌کننده
(کلوز تست)

۷۰- (میرسین زاهری)
۱) آینده
۲) میزبان
۳) شکار
۴) توجه
(کلوز تست)

۷۱- (میرسین زاهری)
۱) بالای
۲) بدون
۳) حوالی
۴) هنگام
(کلوز تست)

۷۲- (میرسین زاهری)
۱) دانستن
۲) ساختن
۳) داشتن، گرفتن
۴) مضایقه کردن
نکته مهم درسی
ساختار "get to do sth" به معنی «فرصت انجام کاری را داشتن» توجه کنید.

(کلوز تست)

ترجمه متن درک مطلب اول:

آیا می‌خواهی کاری را که می‌توانی، انجام دهی تا طبیعت را نجات دهی؟ با اخبار بد درباره گرمایش زمین، مرگ اقیانوس‌ها و حیوانات در معرض خطر انقراض، سخت است بدانیم از کجا باید شروع کنیم. در واقع راه‌های زیادی وجود دارد که می‌توانی کمک کنی.

هدر دادن آب یکی از بزرگ‌ترین راه‌هایی است که مردم [یا آن] سلامت سیاره را به‌خطر می‌اندازد. بستن شیر آب در هنگام مسواک زدن یک نمونه از کارهایی است که می‌توانی از همین حالا انجام دهی. استفاده کمتر از آب حتی خیلی مهم‌تر است، اگر در منطقه‌ای کم‌آب زندگی می‌کنی.

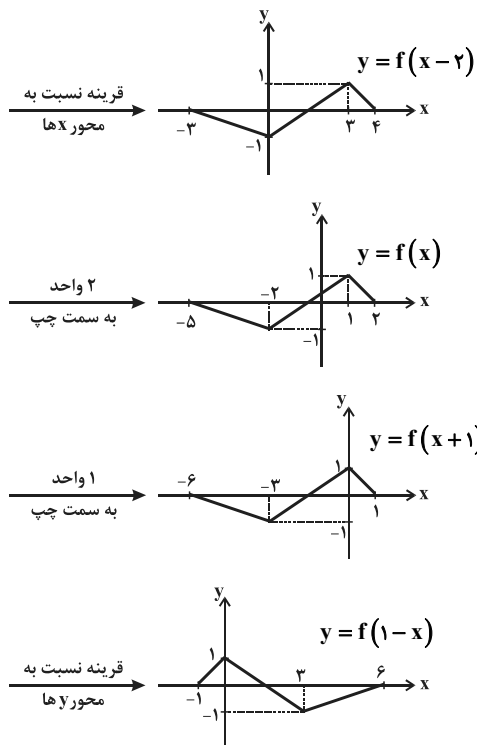
مواد شیمیایی که برای شستن بدنمان، خانه‌هایمان، ماشین‌هایمان و تمام چیزهای دیگر استفاده می‌شود، آسیبی جدی به سیاره و حیات حیوانات وارد می‌کند. مواد شیمیایی برای انسان‌ها هم خوب نیستند، پس تمام سعی‌ات را بکن تا از آن‌ها کمتر استفاده کنی.

زغال‌سنگ و گاز طبیعی از رایج‌ترین منابع انرژی هستند که به برق تبدیل می‌شوند. سوختن این مواد یک عامل مهم در آلودگی هوای جهان است. ذخیره برق راه خوبی برای ایفای نقش در کمک به سیاره است.

یک منبع بزرگ آلودگی هوای دیگر که به گرمایش زمین منجر می‌شود، گازهای خروجی از ماشین‌ها، کامیون‌ها، هواپیماها و دیگر وسایل نقلیه است. گازی که برای راندن آن‌ها استفاده می‌شود، مواد شیمیایی‌ای که می‌سوزانند و ساخت جاده‌ها، همه نقش ایفا می‌کنند. اگر می‌توانی کمتر برانی یا کمتر مسافرت هوایی داشته باشی و در عوض رانندگی راه بروی و دوچرخه‌سواری کنی، کمک بزرگی به نجات سیاره خواهی کرد.

۷۳- (مهم رهیمنی نصر آباری)
ترجمه جمله: «متن اساساً به بحث درباره چه چیزی می‌پردازد؟»
«روش‌های نجات طبیعت» (درک مطلب)

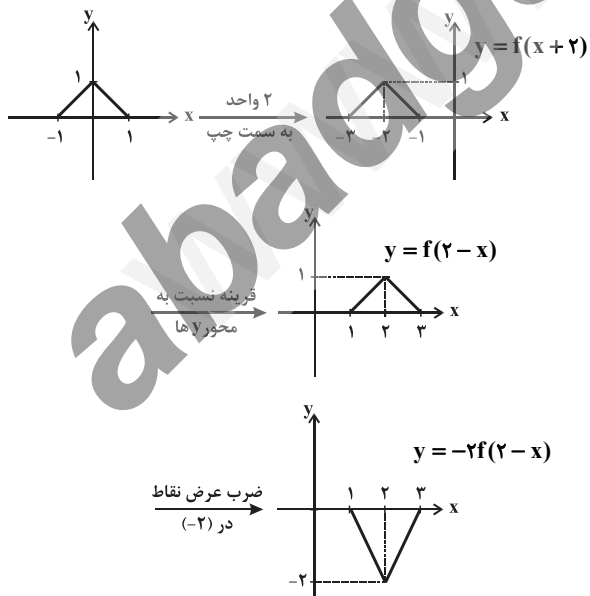
حسابان ۲



(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(ممد مصطفی ابراهیمی)

سعی می‌کنیم نمودار تابع $y = -2f(2-x)$ را از روی نمودار $y = f(x)$ رسم کنیم:



بنابراین نمودار تابع $y = -2f(2-x)$ در بازه $[2, 3]$ صعودی است.

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲ و ۱۵ تا ۱۸)

(کلاطم ابلالی)

۸۱-

یک واحد به چپ $\rightarrow y = f(x+1)$

قرینه نسبت به محور عرض‌ها $\rightarrow y = f(-x+1)$

دو برابر کردن عرض نقاط $\rightarrow y = 2f(-x+1)$

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(کلاطم ابلالی)

۸۲-

ابتدا دامنه توابع $y_1 = f(x+2)$ و $y_2 = f(2x)$ را به دست می‌آوریم:

$$-4 \leq x+2 \leq 1 \Rightarrow -6 \leq x \leq -1 \Rightarrow D_{y_1} = [-6, -1]$$

$$-4 \leq 2x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow D_{y_2} = \left[-2, \frac{1}{2}\right]$$

دامنه تابع g اشتراک دامنه توابع بالاست. پس $D_g = [-2, -1]$ خواهد بود.

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(سعید علی‌پور)

۸۳-

با توجه به نمودار تابع f ، دامنه آن بازه $\{0\} - [-1, 2]$ و برد آن بازه $[0, 2]$ است.

$$D_g : \begin{cases} -1 < 1 - \frac{x}{3} \leq 2 \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{3} < 2 \Rightarrow -3 \leq x < 6 \\ 1 - \frac{x}{3} \neq 0 \Rightarrow x \neq 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_g = [-3, 6] - \{3\}$$

$$R_g : 0 < f \leq 2 \Rightarrow -1 < 4f - 1 \leq 7 \Rightarrow R_g = (-1, 7]$$

حال برای اشتراک دامنه و برد g داریم:

$$D_g \cap R_g = (-1, 6] - \{3\}$$

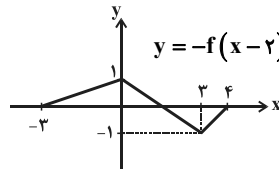
این بازه شامل اعداد صحیح صفر، ۱، ۲، ۴ و ۵ است.

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(یاسین سپهر)

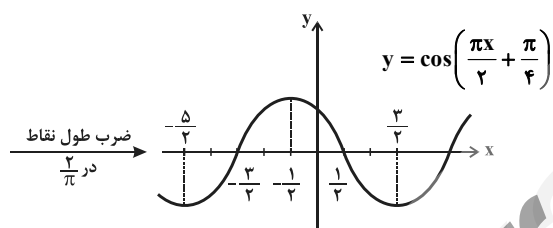
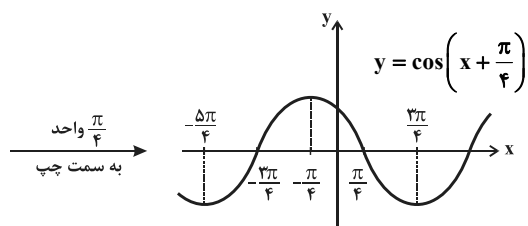
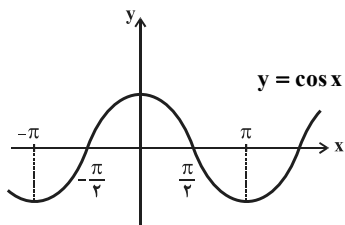
۸۴-

ابتدا نمودار $y = f(x)$ را به دست می‌آوریم:



$$y = \cos x \xrightarrow{\text{واحد به چپ } \frac{\pi}{4}} y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{طول نقاط ضرب در } \frac{2}{\pi}} y = \cos\left(\frac{\pi x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$



واضح است که تابع f روی بازه $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ اکیداً نزولی است، پس حداکثر

مقدار k برابر $\frac{3}{2}$ است.

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵ و ۱۸ تا ۱۸)

(میانفیش نیکنام)

۹۰-

چون تابع f اکیداً صعودی است، تابع $y = f(-2x)$ اکیداً نزولی است و محور x ها را در نقطه $x = -1$ قطع می‌کند. حال داریم:

x	-1	2
$f(x)$	-	+
$f(-2x)$	+	-
$f(x)f(-2x)$	-	-

دامنه تابع g ، شامل x هایی است که به ازای آن‌ها تابع $f(x)f(-2x)$ مقادیری نامنفی داشته باشد. بنابراین با توجه به جدول تعیین علامت فوق،

$$D_g = [-1, 2]$$

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(میلاد سبازی لاریجانی)

۸۶-

با ساختن تابع $f \circ g$ داریم:

$$f \circ g = \{(2, a), (3, 3), (4, 5), (2a, 6)\}$$

برای اینکه این تابع اکیداً صعودی باشد، کافی است شروط زیر برقرار باشند:

$$(1) \quad a < 3$$

$$(2) \quad 2a > 4 \Rightarrow a > 2$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} a \in (2, 3)$$

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(علی شهرابی)

۸۷-

ترکیب دو تابع اکیداً صعودی یا ترکیب دو تابع اکیداً نزولی، تابعی اکیداً صعودی است، پس f چه اکیداً صعودی و چه اکیداً نزولی باشد، تابع $f \circ f$ اکیداً صعودی است. برای سایر گزینه‌ها $f(x) = x$ مثال نقض است.

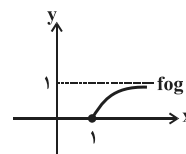
(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(میانفیش نیکنام)

۸۸-

با توجه به تعریف دامنه ترکیب توابع، دامنه تابع $f \circ g$ بازه $[1, +\infty)$ است. همچنین ضابطه آن نیز به صورت زیر است:

$$(f \circ g)(x) = \frac{x-1}{x-1+1} = 1 - \frac{1}{x}$$



نمودار تابع $f \circ g$ ، از قرینه کردن نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ نسبت به محور x ها و سپس انتقال ۱ واحد به سمت بالا به دست می‌آید. با توجه به نمودار، واضح است که $f \circ g$ اکیداً صعودی است.

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(کامظم اجلائی)

۸۹-

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



ریاضی پایه

۹۱

(کلاطم ایلامی)

در توابع گزینه «۲» داریم:

$$D_f = D_g = [-2, 2]$$

$$g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x}} = \frac{2x(\sqrt{x+2} - \sqrt{2-x})}{(x+2) - (2-x)}$$

$$= \frac{2x(\sqrt{x+2} - \sqrt{2-x})}{2x} = \sqrt{x+2} - \sqrt{2-x} = f(x)$$

بنابراین $f(x) = g(x)$ است.

در سایر گزینه‌ها دامنه‌ها یکسان نیستند، بنابراین توابع نیز مساوی نخواهند بود.

(مسابان ۱- تابع، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳ و ۴۶ تا ۴۸)

۹۲

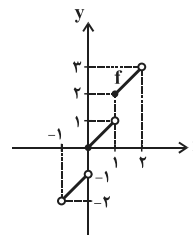
(معموررضا اسلامی)

نمودار تابع f به صورت زیر است:

$$-1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow f(x) = x - 1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = x$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = x + 1$$



با توجه به نمودار تابع f ، خط $y = \frac{5}{4}$ آن را قطع می‌کند.

(مسابان ۱- تابع، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳)

۹۳

(سیرعادل مسینی)

در ابتدا، مجموعه داده شده باید تابع باشد؛ بنابراین:

$$m^2 - m = 6 \Rightarrow m = -2 \text{ یا } m = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -2 \Rightarrow (1, 6), (0, 6) \in f \\ m = 3 \Rightarrow (3, 4), (5, 4) \in f \end{cases}$$

بنابراین در هر دو صورت تابع یک‌به‌یک و وارون‌پذیر نخواهد بود.

در نتیجه هیچ مقدار از m ، f را وارون‌پذیر نخواهد کرد.

(مسابان ۱- تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

۹۴ (معموررضا اسلامی)

$$f(-2) = \sqrt{2+2} - \sqrt{-2+2} \Rightarrow f(-2) = 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(1) = -2$$

$$\Rightarrow f(-2) + f^{-1}(1) = 1 - 2 = -1$$

(مسابان ۱- تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۹۵ (معموررضا اسلامی)

$$(-1, -2) \in f \Rightarrow f(-1) = -2 \Rightarrow -a - b = -2 \Rightarrow a + b = 2 \quad (1)$$

$$(-1, -2) \in f^{-1} \Rightarrow f^{-1}(-1) = -2 \Rightarrow f(-2) = -1$$

$$\Rightarrow -2a - b = -1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} -7a = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{7}$$

(مسابان ۱- تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۹۶ (کلاطم ایلامی)

راه حل اول:

چون $D_f = [1, +\infty)$ است، داریم $f(x) = x + \sqrt{x-1}$. اکنون وارون این

تابع را به دست می‌آوریم:

$$y = x + \sqrt{x-1} = \left(\sqrt{x-1} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

$$y - \frac{3}{4} = \left(\sqrt{x-1} + \frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \left|\sqrt{x-1} + \frac{1}{2}\right| = \sqrt{y - \frac{3}{4}}$$

$$\sqrt{x-1} + \frac{1}{2} = \sqrt{y - \frac{3}{4}} \Rightarrow \sqrt{x-1} = \sqrt{y - \frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$$

$$x = \left(\sqrt{y - \frac{3}{4}} - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{1}{4}(\sqrt{4y-3}-1)^2 + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}(\sqrt{4x-3}-1)^2 + 1$$



راه حل دوم:

مقدار $f(5)$ را به دست می آوریم:

$$f(5) = |5| + \sqrt{5-1} = 7$$

بنابراین باید $f^{-1}(7) = 5$ باشد.

$$\text{گزینه «۱» : } f^{-1}(7) = \frac{1}{4}(\sqrt{25}-1) + 1 = 5$$

$$\text{گزینه «۲» : } f^{-1}(7) = \frac{1}{4}(\sqrt{25}+1) + 1 = 10$$

$$\text{گزینه «۳» : } f^{-1}(7) = \frac{1}{4}(\sqrt{11}-1) + 1 \neq 5$$

$$\text{گزینه «۴» : } f^{-1}(7) = \frac{1}{4}(\sqrt{11}+1) + 1 \neq 5$$

(مسئله ۱- تابع، صفحه های ۵۷ تا ۶۲)

۹۷-

(علی شهبازی)

تابع g را به صورت دو ضابطه ای می نویسیم:

$$g(x) = x - 2 + |x - 2| = \begin{cases} 2x - 4 & ; x > 2 \\ 0 & ; x \leq 2 \end{cases}$$

دامنه تابع f برابر \mathbb{R} است و دامنه تابع $\frac{f}{g}$ ، بازه $(2, +\infty)$ است.

تابع $\frac{f}{g}$ را با شرط $x > 2$ تشکیل می دهیم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{8 - 2x^2}{2x - 4} = \frac{-2(x-2)(x+2)}{2(x-2)} = -(x+2)$$

حال داریم:

$$x > 2 \Rightarrow x + 2 > 4 \Rightarrow -(x + 2) < -4 \Rightarrow R_{\frac{f}{g}} = (-\infty, -4)$$

(مسئله ۱- تابع، صفحه های ۶۳ تا ۶۶)

۹۸-

(سید عادل حسینی)

$$f^{-1} = \{(0, 2), (1, 0), (2, 4), (3, 1)\}$$

$$g = \{(1, 3), (2, 2), (3, 0), (4, 1)\}$$

$$\Rightarrow f^{-1} \circ g = \{(1, 1), (2, 4), (3, 2), (4, 0)\}$$

حال برای دامنه تابع $\frac{g}{f^{-1} \circ g}$ داریم:

$$D = D_g \cap D_{f^{-1} \circ g} - \{x \mid f^{-1} \circ g(x) = 0\}$$

$$\Rightarrow D = \{1, 2, 3\}$$

$$\Rightarrow \frac{g}{f^{-1} \circ g} = \left\{ (1, 3), \left(2, \frac{1}{2}\right), (3, 0) \right\}$$

بنابراین مجموعه برد تابع $\frac{g}{f^{-1} \circ g}$ است که مجموع اعضای آن

برابر $\frac{7}{2}$ است.

(مسئله ۱- تابع، صفحه های ۶۳ تا ۷۰)

(میانفش نیکلام)

۹۹-

با توجه به تعریف g ، دامنه g شامل مقادیری است که به ازای آن ها تابع

f نامثبت شود یعنی بازه $[1, 3]$. پس داریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$= \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in [1, 3]\} = [-1, 0] \cup \{4\}$$

این بازه شامل اعداد صحیح -1 ، صفر و 4 است.

(مسئله ۱- تابع، صفحه های ۶۶ تا ۷۰)

(کاتم ابلالی)

۱۰۰-

ابتدا دامنه و ضابطه $f \circ f$ را به دست می آوریم:

$$D_{f \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_f\}$$

$$= \{x \mid -2 \leq x \leq 1, -2 \leq 2x - 3 \leq 1\}$$

$$= \left\{x \mid -2 \leq x \leq 1, \frac{1}{2} \leq x \leq 2\right\} = \left[\frac{1}{2}, 1\right]$$

$$(f \circ f)(x) = f(2x - 3) = 4x - 9$$

حال برای برد $f \circ f$ داریم:

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \Rightarrow 2 \leq 4x \leq 4 \Rightarrow -7 \leq 4x - 9 \leq -5$$

$$\Rightarrow R_{f \circ f} = [-7, -5]$$

(مسئله ۱- تابع، صفحه های ۶۶ تا ۷۰)



هندسه ۳

(بوار ماتی)

۱۰۳-

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I \xrightarrow{\times A} A^3 = -A$$

$$(A^3 + A^2 + A - I)^{-1} = (-A - I + A - I)^{-1} = (-2I)^{-1}$$

$$-2I = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow (-2I)^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} I$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(امیر حسین ایومپوب)

۱۰۴-

ماتریس A مربعی و دارای n سطر و n ستون است. داریم:

$$\text{مجموع درایه‌های ستون سوم} = 2(1+2+\dots+n) + \underbrace{(3+\dots+3)}_{\text{سطر } n}$$

$$= 2 \times \frac{n(n+1)}{2} + 3n = n^2 + n + 3n$$

$$\Rightarrow n^2 + 4n = 45 \Rightarrow n^2 + 4n - 45 = 0$$

$$\Rightarrow (n+9)(n-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -9 & \text{غ.ق.ق} \\ n = 5 \end{cases}$$

$$\text{مجموع درایه‌های سطر دوم} = 2(\underbrace{2+\dots+2}_{\text{ستون ۵}}) + (1+2+3+4+5)$$

$$= 2 \times 5 + 15 = 20 + 15 = 35$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

(مهمر قدران)

۱۰۵-

با توجه به رابطه $\frac{1}{2}A^2B = I$ ، ماتریس B وارون ماتریس $\frac{1}{2}A^2$ است.

بنابراین داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -6 \\ -8 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2}A^2 = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}A^2\right)^{-1} = \frac{1}{6 \times 8 - (-3)(-4)} \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{36} \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = B$$

$$B = \frac{1}{36} (8+3+4+6) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(علی یومرمنبرور)

۱۰۱-

$$A = \begin{bmatrix} 2x & x \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{6x - 5x} \begin{bmatrix} 3 & -x \\ -5 & 2x \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{x} \begin{bmatrix} 3 & -x \\ -5 & 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{x} & -1 \\ -\frac{5}{x} & 2 \end{bmatrix}$$

$$2A^{-1} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{6}{x} & -2 \\ -\frac{10}{x} & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2y \\ -5 & z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{6}{x} = 3 \Rightarrow x = 2 \\ -\frac{10}{x} = -5 \Rightarrow x = 2 \\ 2y = -2 \Rightarrow y = -1 \\ z = 4 \end{cases}$$

$$x + y + z = 2 - 1 + 4 = 5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

بنابراین داریم:

(مهمر مهمری ابوتراپی)

۱۰۲-

$$A^{-1} = \frac{1}{3 \times 7 - 6 \times 4} \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 3A^{-1} = \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 3A^{-1} + B = \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4a-1 & -14 \\ 5 & a-10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4a-8 & -8 \\ 9 & a-13 \end{bmatrix}$$

شرط اینکه ماتریس $3A^{-1} + B$ وارون پذیر نباشد، آن است که دترمینان

آن برابر صفر شود، بنابراین داریم:

$$|3A^{-1} + B| = 0 \Rightarrow (4a-8)(a-13) - (-8) \times 9 = 0$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 52a - 8a + 104 + 72 = 0 \Rightarrow 4a^2 - 60a + 176 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 4} a^2 - 15a + 44 = 0 \Rightarrow (a-4)(a-11) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = 11 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)



(معمد هبری)

-۱۰۹

دو ماتریس A و B که وارون یکدیگرند، تعویض پذیرند و در نتیجه اتحادهای جبری برای آنها برقرار است. در نتیجه داریم:

$$(A+B)^2 - (A-B)^2 = (A^2 + B^2 + 2AB) - (A^2 + B^2 - 2AB)$$

$$= 4AB = 4I$$

$$\Rightarrow (A+B)^2 - (2I)^2 = 4I \Rightarrow (A+B)^2 = 4I + 4I = 8I$$

$$(A+B)(A^2 - B^2) = (A+B)(A+B)(A-B)$$

$$= (A+B)^2 (A-B) = 8I \times 2I = 16I = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس، برابر ۳۲ است.

(هنر سه -۳ ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

(امیرمسین ابومصوب)

-۱۱۰

$$A^2 = AA = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = AA^2 = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

ماتریس A وارون پذیر است، بنابراین اگر طرفین رابطه $A^3 = I$ را در

A^{-1} ضرب کنیم، داریم:

$$A^{-1} \times A^3 = A^{-1} \times I \Rightarrow \underbrace{A^{-1} \times A}_I \times A^2 = A^{-1} \Rightarrow A^2 = A^{-1}$$

در نتیجه ماتریس A^n به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A^n = \begin{cases} A & : n = 3k + 1 \\ A^{-1} & : n = 3k + 2 \\ I & : n = 3k \end{cases}$$

با توجه به اینکه باقی‌مانده تقسیم عدد ۲۰۰ بر ۳، برابر ۲ است، پس

$$A^{200} = A^{-1} \text{ می‌باشد.}$$

(هنر سه -۳ ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(معمد هبری ابوترابی)

-۱۰۶

$$B = 4A + 3I \Rightarrow 4A = B - 3I \Rightarrow A = \frac{B - 3I}{4}$$

دو ماتریس A و I تعویض پذیرند، بنابراین داریم:

$$B = 4A + 3I \Rightarrow B^2 = (4A + 3I)^2 = 16A^2 + 24A + 9I$$

$$= 16(2A - I) + 24A + 9I = 56A - 7I$$

$$= 56 \left(\frac{B - 3I}{4} \right) - 7I = 14B - 42I - 7I$$

$$\Rightarrow B^2 = 14B - 49I$$

(هنر سه -۳ ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(امیرمسین ابومصوب)

-۱۰۷

$$(A+I)^2 = I \Rightarrow A^2 + 2AI + I^2 = I \Rightarrow A^2 + 2A + I = I$$

$$\Rightarrow A^2 = -2A \xrightarrow{\text{به توان } 2} A^4 = (-2A)^2 = 4A^2$$

$$\xrightarrow{\times A^2} A^6 = 4A^4 = 4(4A^2)$$

$$\Rightarrow A^6 = 16A^2 = 16(-2A) = -32A$$

$$A^6 \text{ مجموع درایه‌های } = -32 \times (-2) = 64$$

(هنر سه -۳ ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(معمد فندان)

-۱۰۸

اتحادهای جبری زمانی برای دو ماتریس مربعی برقرار هستند که آن دو

ماتریس خاصیت جابه‌جایی نسبت به عمل ضرب داشته باشند (تعویض پذیر

باشند)، بنابراین داریم:

$$AB = BA \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & x \\ y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x & x \\ y+2 & x+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2 & x \\ y+z & z \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x+2=2 \Rightarrow x=0 \\ x=x \\ y+2=y+z \Rightarrow z=2 \\ x+z=z \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

همان طور که مشاهده می‌شود، این دو ماتریس به ازای تمامی مقادیر y

تعویض پذیر هستند و مقدار y به طور منحصر به فرد مشخص نمی‌شود.

(هنر سه -۳ ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)



هندسه ۳ (آزمون گواه)

همین درایه‌ها در ماتریس AB باشد که در بین گزینه‌ها، تنها ماتریس

دارای این ویژگی است. $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۲)

-۱۱۴

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^4 = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(سراسری ریاضی - ۸۴)

-۱۱۵

روش اول:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \alpha A + \beta I \Rightarrow \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha + \beta & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha + \beta \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ -2\alpha + \beta = 9 \Rightarrow -4 + \beta = 9 \Rightarrow \beta = 13 \end{cases}$$

روش دوم: در هر ماتریس 2×2 مانند $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، همواره داریم:

$$A^2 - (a+d)A + (ad-bc)I = \bar{O}$$

با توجه به رابطه $A^2 - \alpha A - \beta I = \bar{O}$ داریم:

$$\begin{cases} a+d = \alpha \Rightarrow \alpha = -2+4 = 2 \\ ad-bc = -\beta \Rightarrow \beta = bc-ad = 1 \times 5 - (-2) \times 4 = 13 \end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(سؤال ۷ کتاب آبی هندسه ۳)

-۱۱۱

برای نشان دادن نادرستی گزینه‌های «۱» تا «۳»، می‌توان از مثال نقض استفاده کرد.

گزینه «۱»: طبق تعریف درایه a_{ij} ، $a_{12} = 1-2 = -1$ است. در حالی که این درایه در ماتریس A برابر ۱ است.

گزینه «۲»: طبق تعریف درایه a_{ij} ، $a_{33} = 3+1 = 4$ است. در حالی که این درایه در ماتریس A برابر ۵ است.

گزینه «۳»: طبق تعریف درایه a_{ij} ، $a_{13} = 1-1 = 0$ است. در حالی که این درایه در ماتریس A برابر ۱ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

(سؤال ۱۹ کتاب آبی هندسه ۳)

-۱۱۲

خاصیت شرکت‌پذیری برای جمع سه ماتریس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(سؤال ۳۹ کتاب آبی هندسه ۳)

-۱۱۳

اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} m & n \\ p & q \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} am+bp & an+bq \\ cm+dp & cn+dq \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} am+cn & bm+dn \\ ap+cq & bp+dq \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های روی قطر اصلی در هر دو ماتریس AB و BA یکسان و

برابر $am + bp + cn + dq$ است. بنابراین ماتریسی می‌تواند برابر ماتریس

BA باشد که مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن، دقیقاً برابر مجموع



$$A^{-1}(A+2I) = A^{-1}A + 2A^{-1}I = I + 2A^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -14 & 10 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 & 10 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(سراسری ریاضی - ۹۳ با تغییر)

-۱۱۹

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2(-4) - (-1) \times 3} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha A + \beta I = A^{-1} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha & -\alpha \\ 2\alpha & -4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha + \beta & -\alpha \\ 2\alpha & -4\alpha + \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\alpha = -\frac{1}{5} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{5} \\ 2\alpha + \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{2}{5} + \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \beta = \frac{2}{5} \end{cases}$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۲ تا ۲۳)

(سؤال ۱۰۰ کتاب آبی هنرسه ۳)

-۱۲۰

$$(A-2I)(A-2I)^{-1} = I$$

$$\Rightarrow A(A-2I)^{-1} - 2I(A-2I)^{-1} = I$$

$$\Rightarrow A(A-2I)^{-1} = I + 2(A-2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A(A-2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های ستون دوم} = 2 + 3 = 5$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

(سؤال ۷۷ کتاب آبی هنرسه ۳)

-۱۱۶

راه حل اول:

$$A^2 = 4A - 3I \Rightarrow A^2 - 4A = -3I \Rightarrow A(A - 4I) = -3I$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}A(A - 4I) = I \Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{3}(A - 4I)$$

$$A^{-1} = mA + nI \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{3} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow m + n = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = 1$$

طبق فرض: $m + n = 1$

راه حل دوم:

$$A^{-1} = mA + nI \xrightarrow{\times A} A^{-1}A = mA^2 + nIA$$

$$\Rightarrow I = mA^2 + nA$$

$$A^2 = 4A - 3I \Rightarrow 3I = 4A - A^2 \Rightarrow I = -\frac{1}{3}A^2 + \frac{4}{3}A$$

$$\Rightarrow m = -\frac{1}{3}, n = \frac{4}{3} \Rightarrow m + n = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = 1$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(سؤال ۷۹ کتاب آبی هنرسه ۳)

-۱۱۷

ماتریس‌های A و I تعویض‌پذیر هستند، بنابراین داریم:

$$A^2 = 2I \Rightarrow 9A^2 = 18I \Rightarrow 9A^2 - 16I = 2I$$

$$\Rightarrow (3A + 4I)(3A - 4I) = 2I \Rightarrow (3A + 4I) \times \frac{1}{2}(3A - 4I) = I$$

$$\Rightarrow (3A + 4I)^{-1} = \frac{1}{2}(3A - 4I)$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(سراسری تهرانی خارج از کشور - ۹۷)

-۱۱۸

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2 \times 7 - 5 \times 3} \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= -\begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$



ریاضیات گسسته

$$\left. \begin{aligned} a &= 7q + 2 \xrightarrow{\times 8} 8a = 56q + 16 \\ a &= 4q' + 3 \xrightarrow{\times 7} 7a = 28q' + 21 \end{aligned} \right\}$$

تفاضل $\rightarrow a = 28(2q - q') - 5$

$$\Rightarrow a = 28 \underbrace{(2q - q' - 1)}_k + 28 - 5$$

$$\Rightarrow a = 28k + 23 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم عدد a بر 28 برابر 23 است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

(مهم‌مهری ابوترابی)

-۱۲۵

$$\left. \begin{aligned} d \mid n^2 - 4n \xrightarrow{\times 5} d \mid 5n^2 - 20n \\ d \mid 5n + 6 \xrightarrow{\times n} d \mid 5n^2 + 6n \end{aligned} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow d \mid 26n$$

$$\left. \begin{aligned} d \mid 26n \xrightarrow{\times 5} d \mid 130n \\ d \mid 5n + 6 \xrightarrow{\times 26} d \mid 130n + 156 \end{aligned} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow d \mid 156$$

$$\Rightarrow d \mid 2^2 \times 3 \times 13$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای d به شرط آنکه عدد اول باشد، برابر 13 است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

(عزیزاله علی‌اصغری)

-۱۲۶

$$7 \mid 3k + 2 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 49 \mid (3k + 2)^2$$

$$\Rightarrow 49 \mid 9k^2 + 12k + 4 \quad (1)$$

$$7 \mid 3k + 2 \xrightarrow{\text{طرفین ضرب در ۷}} 49 \mid 7(3k + 2)$$

$$\Rightarrow 49 \mid 21k + 14 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 49 \mid (9k^2 + 12k + 4) + (21k + 14)$$

$$\Rightarrow 49 \mid 9k^2 + 33k + 18$$

بنابراین در بین گزینه‌های داده شده، به ازای $a = 18$ ، رابطه برقرار است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، مشابه تمرین ۴ صفحه ۱۶)

(بوار فاطمی)

-۱۲۱

اگر قضیه تقسیم را به صورت $a = 17q + 9 \quad (q \in \mathbb{Z})$ بنویسیم، آنگاه داریم:

$$a + 50 = 17q + 59 = 17q + 51 + 8 = 17(q + 3) + 8$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم 3 واحد افزایش یافته و باقی‌مانده آن به اندازه

$$9 - 8 = 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(عزیزاله علی‌اصغری)

-۱۲۲

a عددی زوج است و در نتیجه $a + 3$ عددی فرد است، پس با توجه به

رابطه $a + 3 \mid b$ ، لزوماً عددی فرد است. با فرض $k, k' \in \mathbb{Z}$ داریم:

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 - 3 &= (2k)^3 + (8k' + 1) - 3 = 8k^3 + 8k' - 2 \\ &= 8 \underbrace{(k^3 + k' - 1)}_q + 6 = 8q + 6 \quad (q \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، مشابه تمرین ۱۰ صفحه ۱۶)

(امیرمسین ابومبوب)

-۱۲۳

$$\frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{a-b} = \frac{b-a}{ab} \Rightarrow \frac{1}{a-b} = \frac{a-b}{-ab}$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 = -ab \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = -ab$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - ab = 0 \xrightarrow{(a-b)^2 = -ab} a^2 + b^2 + (a-b)^2 = 0$$

رابطه اخیر به‌ازای هیچ دو عدد حقیقی غیرصفر و نابرابر a و b برقرار

نیست، پس هیچ زوج مرتبی مانند (a, b) وجود ندارد که در رابطه داده

شده صدق کند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، مشابه تمرین ۵ صفحه ۸)

(امیرمسین ابومبوب)

-۱۲۴

طبق قضیه تقسیم داریم: $(q, q' \in \mathbb{Z})$



(مهمبر هیری)

-۱۲۹

اگر n عددی زوج باشد، آنگاه n^2 و an هر دو زوج هستند که با توجه به زوج بودن عدد A ، b^2 نیز لزوماً زوج است و در نتیجه b زوج می‌باشد.
اگر n عددی فرد باشد، آنگاه n^2 فرد و در نتیجه با توجه به زوج بودن اعداد A و b^2 ، an باید فرد باشد و در نتیجه a نیز عددی فرد است.
بنابراین حاصل ضرب ab عددی زوج است. اگر $a=7$ و $b=2$ باشد، حاصل ضرب ab برابر ۱۴ می‌شود. دقت کنید که عدد ۱۶ بر هیچ عدد فردی غیر از یک، بخش پذیر نیست، پس نمی‌تواند به صورت حاصل ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد مخالف یک نوشته شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۴ و ۵)

(امیرحسین ابومصوب)

-۱۳۰

اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 6k + 1$ یا $p = 6k + 5$ نوشته می‌شود (باقی‌مانده تقسیم p بر عدد ۶، برابر ۱ یا ۵ است). با توجه به اینکه هر عدد به صورت $6k + 5$ معادل عددی به صورت $6k - 1$ است، داریم:

$$p^2 = (6k \pm 1)^2 = 36k^2 \pm 12k + 1 = 12k(3k \pm 1) + 1$$

اگر k عددی زوج باشد، آنگاه $12k$ و در نتیجه $12k(3k \pm 1)$ مضرب ۲۴ است. اگر k عددی فرد باشد، آنگاه $3k \pm 1$ قطعاً زوج و در نتیجه $12k(3k \pm 1)$ مضرب ۲۴ است. بنابراین باقی‌مانده تقسیم p^2 بر عدد ۲۴، همواره برابر ۱ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(مهمبر هیری ابوترابی)

-۱۲۷

$$xy + 8y = x^2 + 4x + 5 \Rightarrow y(x+8) = x^2 + 4x + 5$$

$$\Rightarrow y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x+8}$$

شرط لازم برای اینکه نقطه‌ای روی این منحنی دارای مختصات طبیعی باشد،

آن است که $x+8 \mid x^2 + 4x + 5$ (زیرا به ازای $x \in \mathbb{N}$ ، y هم مثبت خواهد بود). بنابراین داریم:

$$x+8 \mid x+8 \xrightarrow{\times x} x+8 \mid x^2 + 8x \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow x+8 \mid 4x-5$$

$$x+8 \mid x+8 \xrightarrow{\times 4} x+8 \mid 4x+32 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow x+8 \mid 37$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+8=37 \Rightarrow x=29 \\ x+8=-37 \Rightarrow x=-45 \text{ ق.ق.} \\ x+8=1 \Rightarrow x=-7 \text{ ق.ق.} \\ x+8=-1 \Rightarrow x=-9 \text{ ق.ق.} \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

(مهمبر هیری ابوترابی)

-۱۲۸

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$a = bq + r \xrightarrow{\substack{b=3r \\ q=r}} a = 3 \cdot r + r = 4r$$

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq r < 3r$$

با توجه به رابطه $a = 4r$ ، تنها در صورتی زوج است که r زوج باشد.

بزرگ‌ترین مقدار زوج ممکن برای r ، برابر ۲۸ است، بنابراین داریم:

$$a_{\max} = 4 \times 28 = 112 \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 22$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

هندسه ۱

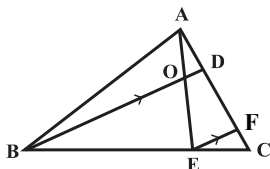
$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EF} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{EF} \Rightarrow EF = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

$$BC + EF = 4 + 6 = 10$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، مشابه تمرین ۵ صفحه ۳۷)

(ممسن ممدکریمی)

-۱۳۴



پاره خط EF را موازی با BD رسم می‌کنیم. داریم:

$$\Delta CBD : EF \parallel BD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CF}{DF} = \frac{CE}{BE} = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{CF + DF}{DF} = \frac{1 + 3}{3} \Rightarrow \frac{DF}{DC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{AD}{AC - AD} = \frac{1}{3 - 1} \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}$$

$$\Delta AEF : OD \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AO}{OE} = \frac{AD}{DF}$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{OE} = \frac{AD}{DF} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

(ممسن قدران)

-۱۳۵

$$\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{AM + MD}{MD} = \frac{1 + 3}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{MD}{AD} = \frac{3}{4}$$

$$\Delta ADB : OM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{OM}{AB} = \frac{MD}{AD} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{4}{3} OM \quad (1)$$

از طرفی طبق قضیه تالس در دوزنقه داریم:

$$\frac{BN}{NC} = \frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$$

$$\Delta CBD : NE \parallel BD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BN}{NC} = \frac{DE}{CE}$$

$$\xrightarrow{DE=ON} \frac{1}{3} = \frac{ON}{CE} \Rightarrow CE = 3ON \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{CE}{AB} = \frac{3ON}{\frac{4}{3}OM} \xrightarrow{ON=OM} \frac{CE}{AB} = \frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4}$$

تذکر: در چهارضلعی ONED، ON \parallel DE و OD \parallel NE است، پس این چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است و در نتیجه ON = DE می‌باشد.

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

(امیرمسین ایومبوب)

-۱۳۱

اگر هر بار طول یکی از این پاره‌خطها را به‌عنوان واسطه هندسی طول‌های دو پاره‌خط دیگر در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$1) x^2 = 2 \times 3 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6} \rightarrow \text{طول پاره‌خطها} : 2, \sqrt{6}, 3$$

$$2) 2^2 = 3x \Rightarrow x = \frac{4}{3} \rightarrow \text{طول پاره‌خطها} : \frac{4}{3}, 2, 3$$

$$3) 3^2 = 2x \Rightarrow x = \frac{9}{2} \rightarrow \text{طول پاره‌خطها} : 2, 3, \frac{9}{2}$$

در هر سه حالت، شرط وجود مثلث (مجموع طول‌های هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر باشد) برقرار است، پس سه مثلث متفاوت با شرایط داده شده قابل رسم است.

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(علی فتح آباری)

-۱۳۲

اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست باشد، آنگاه نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت اندازه قاعده‌های آن دو مثلث است، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{\Delta ANC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{NC}{BC} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ANC}} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{S_{\Delta OMN}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{ON}{AN} = \frac{3}{5} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{S_{\Delta OMN}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{S_{\Delta ANC}}{S_{\Delta ABC}} \times \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ANC}} \times \frac{S_{\Delta OMN}}{S_{\Delta AMN}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۲)

(ممسن بیریایی)

-۱۳۳

طبق قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta ACF : BE \parallel CF &\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EF} \\ \Delta ADF : CE \parallel DF &\Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{AE}{EF} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{2}{BC} = \frac{2+BC}{12}$$

$$\Rightarrow BC(BC+2) = 24 \Rightarrow BC^2 + 2BC - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (BC+6)(BC-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} BC = -6 \text{ غ.ق.} \\ BC = 4 \end{cases}$$

آمار و احتمال

۱۳۶-

(مهم‌مهری ابوترابی)

زیرمجموعه‌های A_1, A_2, \dots, A_n یک افراز برای مجموعه A هستند، هرگاه هیچ کدام از A_i ها تهی نباشند، اشتراک دوه‌دوی آنها تهی باشد و اجتماع A_i ها برابر مجموعه A گردد. در گزینه «۱» یکی از زیرمجموعه‌ها تهی است. در گزینه «۳»، عضو \emptyset در دو زیرمجموعه مشترک است. در گزینه «۴» عضو C در هیچ کدام از زیرمجموعه‌ها وجود ندارد. بنابراین هیچ کدام از این سه حالت نمی‌توانند یک افراز برای مجموعه A باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه ۲۱)

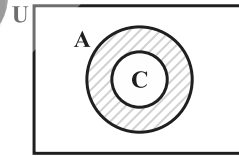
۱۳۷-

(امیرمسین ابومصوب)

$$A' \cup B = B \Rightarrow A' \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A \quad (1)$$

$$B - C = B \Rightarrow B \cap C' = B \Rightarrow B \subseteq C' \Rightarrow C \subseteq B' \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow C \subseteq A \Rightarrow C - A = \emptyset$$



مطابق شکل گزینه‌های «۱» و «۲» و «۳» نادرست هستند، زیرا $A \cup C' = U$ و $A' \cap C' = A'$ است و $A - C$ معادل ناحیه هاشورخورده در نمودار ون می‌باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۳۸-

(مهم‌هیری)

فرض کنید تعداد عضوهای مجموعه A ، برابر n باشد. در این صورت مجموعه A ، 2^n زیرمجموعه دارد. با افزودن m عضو به مجموعه A ، تعداد زیرمجموعه‌ها برابر 2^{n+m} می‌شود. مطابق فرض سؤال داریم:

$$2^{n+m} - 2^n = 384$$

$$2^n (2^m - 1) = 128 \times 3 \Rightarrow \begin{cases} 2^n = 128 = 2^7 \Rightarrow n = 7 \\ 2^m - 1 = 3 \Rightarrow 2^m = 4 = 2^2 \Rightarrow m = 2 \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$\binom{n}{3} = \binom{n}{k} \Rightarrow n = k + 3 \Rightarrow k + 3 = 7 \Rightarrow k = 4$$

پس تعداد زیرمجموعه‌های $k - m = 4 - 2 = 2$ عضوی از مجموعه V

$$\binom{7}{2} = 21$$

عضوی A برابر است با:

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱۳۹-

(امیرمسین ابومصوب)

اگر دو مجموعه برابر یکدیگر باشند، آنگاه اعضای آنها نظیر به نظیر برابر یکدیگرند و در نتیجه تعداد اعضای دو مجموعه با هم برابرند. بنابراین مجموعه B حداکثر دو عضو دارد، یعنی حداقل دو عضو آن برابر یکدیگرند. داریم:

$$\begin{cases} x^2 = -1 & \text{امکان‌پذیر نیست} \\ x^2 = 4x - 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ 4x - 4 = -1 \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \end{cases}$$

اگر $x = \frac{3}{4}$ باشد، آنگاه $B = \left\{-1, \frac{9}{16}\right\}$ است. چون دو مجموعه A و B

برابر یکدیگرند، پس اعضای آنها باید نظیر به نظیر برابر باشند که امکان‌پذیر

نیست، زیرا داریم: غ.ق. $a^2 = -4 \Rightarrow a^2 + 3 = -1$

$$\text{غ.ق.} \quad a^2 + 3 = \frac{9}{16} \Rightarrow a^2 = -\frac{39}{16}$$

اگر $x = 2$ باشد، آنگاه $B = \{-1, 4\}$ است و داریم:

$$\begin{cases} a^2 + 3 = 4 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \\ 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{\max(a+b)}{\min(a+b)} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{-1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه ۲۵)

۱۴۰-

(مهم‌هیری)

مطابق اصل متمم حالاتی را محاسبه می‌کنیم که گزاره $C \subseteq A' \Rightarrow C \subseteq B$ نادرست شود. یعنی:

$$\sim(C \subseteq A' \Rightarrow C \subseteq B) \equiv T$$

$$(C \subseteq A') \wedge (C \subseteq B) \equiv T$$

بنابراین هر دو گزاره $C \subseteq A'$ و $C \subseteq B$ باید درست باشند، پس

مجموعه‌هایی را پیدا می‌کنیم که زیرمجموعه $A' = \{1, 2, 3, 5\}$ و $B = \{3, 4, 5\}$ باشند، داریم:

$$\forall x; x \in C \Rightarrow \begin{cases} x \in A' \\ x \in B \end{cases} \Rightarrow x \in A' \cap B$$

بنابراین مجموعه C زیرمجموعه‌ای از $A' \cap B = B - A = \{3, 5\}$ می‌شود، یعنی به ازای ۴ زیرمجموعه، گزاره داده شده نادرست است.

پس تعداد حالات مطلوب برای C برابر است با $2^4 - 4 = 12$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)



فیزیک ۳

$$\Delta v_B = 80 \frac{m}{s}, \Delta t_B = 4s \Rightarrow (a_{av})_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = \frac{80}{4} = 20 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین، شتاب متوسط خودروی B، دو برابر شتاب متوسط خودروی A است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۴۵- (سیدابوالفضل فالقی)

با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت، داریم:

$$\Delta x = v \Delta t = 2 / 34 \times (0 / 5) = 1 / 17 m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۴۶- (ممنسن بیگان)

چون معادله مکان متحرک تابع درجه اولی از زمان است، حرکت آن با سرعت ثابت روی خطی راست است. بنابراین سرعت متوسط و لحظه‌ای در تمام بازه‌های زمانی، یکسان و برابر با $-4 \frac{m}{s}$ است که نشان می‌دهد متحرک همواره در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. مسافت طی شده در مدت ۱۰ ثانیه نیز برابر است با: $d = |x_1 - x_0| = |-20 - 20| = 40 m$ همچنین چون x_0 مثبت است، متحرک ابتدا به مبدأ مکان نزدیک و سپس از آن دور می‌شود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۴۷- (علیرضا کونه)

با توجه به نمودار و استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت، می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_0$$

$$\left. \begin{aligned} 120 &= v_A \times 20 + x_{0A} \\ -60 &= v_B \times 20 + x_{0B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 180 = (v_A - v_B) \times 20 + (x_{0A} - x_{0B})$$

$$\xrightarrow{x_{0A} - x_{0B} = -140 m} 180 = (v_A - v_B) \times 20 - 140$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = 16 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۴۱- (سیدعلی میرنوری)

در جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B، همواره مسافت پیموده شده بزرگتر از یا مساوی با اندازه جابه‌جایی متحرک است. دقت کنید جابه‌جایی به مسیر حرکت بستگی ندارد، ولی مسافت طی شده به مسیر حرکت بستگی دارد. همچنین جابه‌جایی کمیتی برداری و مسافت طی شده کمیتی نرده‌ای است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۴۲- (غلامرضا ممینی)

سرعت متوسط از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آید که Δx برای هر سه متحرک یکسان است ولی Δt برای متحرک C کمترین است زیرا کمترین مسافت را با تندی ثابت و یکسان می‌پیماید (دقت کنید کمترین فاصله دو نقطه خط راستی است که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند).

بنابراین $(v_{av})_C$ بیشتر از $(v_{av})_A$ و $(v_{av})_B$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۹)

۱۴۳- (عبدالرضا امینی نسب)

تندی متوسط از رابطه $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ و سرعت متوسط از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود. بنابراین نسبت تندی متوسط به اندازه سرعت متوسط از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{l}{|\Delta x|} = \frac{|30 - 10| + |-20 - 30|}{|-20 - 10|} = \frac{70}{30} = \frac{7}{3}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۹)

۱۴۴- (معصومه علیناز)

با توجه به رابطه شتاب متوسط می‌توان نوشت:

$$\Delta v_A = 80 \frac{m}{s}, \Delta t_A = 8s \Rightarrow (a_{av})_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A} = \frac{80}{8} = 10 \frac{m}{s^2}$$



(زهرة آقاممدری)

۱۵۰-

چون نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، در لحظه

$t = 4s$ مماس بر محور زمان است، بنابراین معادله حرکت متحرک

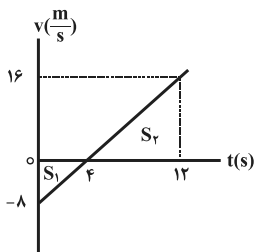
به صورت $x = A(t-4)^2$ خواهد بود. بنابراین برای محاسبه A داریم:

$$x = A(t-4)^2 \xrightarrow[t=16m]{t=0} 16 = A(0-4)^2 \Rightarrow A = 1$$

$$\Rightarrow x = (t-4)^2 \Rightarrow x = t^2 - 8t + 16 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = -8 \frac{m}{s} \\ a = 2 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

بنابراین معادله سرعت و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 8$$



مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$I = S_1 + S_2 = \frac{4 \times 8}{2} + \frac{8 \times 16}{2} = 16 + 64 \Rightarrow I = 80m$$

تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{80}{12} = \frac{20}{3} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ و ۳ تا ۲۱)

(سعیر شرق)

۱۵۱-

با استفاده از معادله مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت در مسیری

مستقیم، داریم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 12 - 0 = \frac{v_1 + v_2}{2} \times 4 \Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(سعیر نقیری)

۱۴۸-

ابتدا مدت زمانی که طول می‌کشد تا صدای گلوله به شخص برسد را حساب

می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{صوت}} = v_{\text{صوت}} \Delta t \Rightarrow \Delta t_{\text{صوت}} = \frac{640}{320} = 2s$$

یعنی ۲s بعد از شلیک گلوله، صدای شلیک به شخص می‌رسد. باید دید در

این مدت گلوله چند متر را طی می‌کند:

$$\Delta x_{\text{گلوله}} = v_{\text{گلوله}} \Delta t = 300 \times 2 = 600m$$

پس از ۲ ثانیه، گلوله (۶۴۰ - ۶۰۰ = ۴۰m) تا شخص فاصله دارد که

می‌تواند این مسیر را در مدت زیر طی کند:

$$\Delta x'_{\text{گلوله}} = v_{\text{گلوله}} \Delta t' \Rightarrow 40 = 300 \times \Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \frac{40}{300} = \frac{2}{15}s$$

این مدت، همان مدتی است که شخص فرصت دارد تا از مسیر حرکت گلوله

کنار رود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(سیدابوالفضل فالقی)

۱۴۹-

ابتدا با مقایسه معادله مکان - زمان داده شده با معادله مکان - زمان در

حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، معادله سرعت - زمان حرکت

متحرک را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 3t + 4 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}, v_0 = -3 \frac{m}{s}, x_0 = 4m$$

$$\Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 3$$

با استفاده از تعریف سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت در مسیری

مستقیم، برای بازه زمانی $t = 2s$ تا $t = 7s$ ، خواهیم داشت:

$$2t - 3 = \frac{v_3 + v_7}{2} \Rightarrow 2t - 3 = \frac{(2 \times 3 - 3) + (2 \times 7 - 3)}{2}$$

$$\Rightarrow 2t - 3 = 7 \Rightarrow t = 5s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



جابه‌جایی کامیون در یک ثانیه ابتدایی بعد از ترمز برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times (-4) \times 1^2 + 20 \times 1 \Rightarrow \Delta x_1 = 18m$$

برای محاسبه جابه‌جایی در یک ثانیه انتهایی حرکت قبل از توقف، می‌توان

حرکت را معکوس در نظر گرفت. به این صورت که فرض کنیم کامیون از

حال سکون و با شتاب $\frac{4}{5} \frac{m}{s^2}$ در مسیری مستقیم شروع به حرکت کرده است

و جابه‌جایی آن در یک ثانیه ابتدایی حرکتش برابر است با:

$$|\Delta x_2| = \frac{1}{2}|a|t^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_2 = 2m$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{18}{2} = 9$$

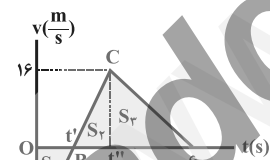
(فیزیک ۳- حرکت بر فضا راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(علیرضا کونه)

-۱۵۴

چون ارتفاع دو مثلث OAB و BCD با یکدیگر برابر است $S_1 = S_2$. لذا

جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی صفر است.



جابه‌جایی کل متحرک برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{(6-t'') \times 16}{6} \Rightarrow t'' = 3s \Rightarrow t' = 1/5s$$

بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$l = |S_1| + |S_2| + |S_3| = \left| \frac{1/5 \times (-16)}{2} \right| + \left| \frac{1/5 \times 16}{2} \right| + \left| \frac{3 \times 16}{2} \right|$$

$$\Rightarrow l = 12 + 12 + 24 = 48m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

-۱۵۲

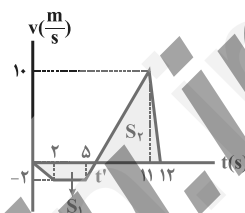
(سعید شرق)

چون در لحظه t' سرعت متحرک صفر می‌شود و علامت آن عوض می‌شود

پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد. ابتدا با استفاده از تشابه

مثلث‌ها، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود (t') را می‌یابیم.

$$\frac{2}{t' - 5} = \frac{10}{11 - t'} \Rightarrow t' = 6s$$



با توجه به این که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با

جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا ۶s و

۶s تا ۱۲s را می‌یابیم. داریم:

$$S_1 = \frac{6+3}{2} \times 2 \Rightarrow S_1 = 9m \Rightarrow \Delta x_1 = -9m$$

$$S_2 = \frac{6 \times 10}{2} \Rightarrow S_2 = 30m \Rightarrow \Delta x_2 = 30m$$

متحرک در لحظه $t = 0$ در مکان $x_0 = -8m$ قرار دارد.

مکان متحرک در لحظه $t' = 6s$ برابر است با:

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow -9 = x_1 - (-8) \Rightarrow x_1 = -17m$$

مکان متحرک در لحظه $t = 12s$ برابر است با:

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 \Rightarrow 30 = x_2 - (-17) \Rightarrow x_2 = 13m$$

پس در بازه زمانی مشخص شده، در لحظه $t' = 6s$ متحرک در بیش‌ترین

فاصله از مبدأ مکان قرار دارد. ($|x_1| = 17m$)

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

-۱۵۳

(سعید شرق)

ابتدا با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت،

شتاب حرکت کامیون را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 0 = \left(\frac{72}{3/6}\right)^2 + 2a \times 50 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$



(عبدالرضا امینی نسب)

۱۵۷-

ابتدا به کمک معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت را در

نقطه A محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$\Delta x_{AB} = \frac{1}{2}at^2 + v_A t \Rightarrow 160 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 + v_A \times 8$$

$$\Rightarrow v_A = 12 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت، داریم:

$$v_A = at' + v_0 \Rightarrow 12 = 2 \times t' + 0 \Rightarrow t' = 6s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

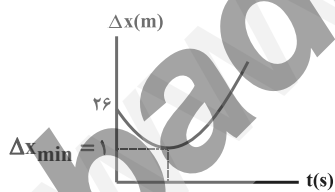
(سیدعلی میرنوری)

۱۵۸-

در ابتدا فاصله دو متحرک را به صورت یک تابع بر حسب زمان می‌یابیم:

$$|\Delta x| = |x_A - x_B| = |4t^2 - 11t + 13 - (9t - 13)| = |4t^2 - 20t + 26|$$

حال نمودار این تابع را به صورت زیر ترسیم می‌کنیم:



$$\Delta x_{\min} = 1m$$

با مقایسه فاصله بین دو متحرک با معادله درجه دوم، به سادگی لحظه‌ای که

فاصله دو متحرک کمینه می‌شود و فاصله بین دو متحرک در این لحظه را

می‌یابیم.

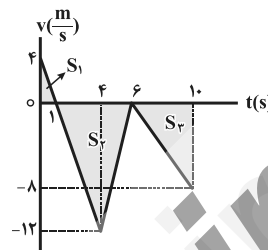
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(سعید شرق)

۱۵۵-

با توجه به سرعت اولیه و نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان

متحرک مطابق شکل زیر است:



$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = -4 \times 4 + 4 \Rightarrow v_1 = -12 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = a_2 t_2 + v_1 = 6 \times 2 + (-12) \Rightarrow v_2 = 0$$

$$v_3 = a_3 t_3 + v_2 = -2 \times 4 + 0 \Rightarrow v_3 = -8 \frac{m}{s}$$

مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک

است. بنابراین:

$$\Delta x = S_1 - S_2 - S_3$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{1 \times 4}{2} - \frac{5 \times 12}{2} - \frac{4 \times 8}{2} = -44m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(کاظم شاهمکی)

۱۵۶-

در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در ثانیه n ام از رابطه زیر

به دست می‌آید:

$$\Delta x_n = \left[\frac{1}{2}an^2 + v_0 n \right]_{t=0}^{t=n} - \left[\frac{1}{2}a(n-1)^2 + v_0(n-1) \right]_{t=0}^{t=n-1}$$

$$= \frac{1}{2}a(n^2 - (n-1)^2) + v_0 \Rightarrow \Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0$$

$$\xrightarrow{v_0=0} \Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1)$$

$$\frac{\Delta x_4}{\Delta x_3} = \frac{\frac{1}{2}a(2(4)-1)}{\frac{1}{2}a(2(3)-1)} = \frac{8-1}{6-1} = \frac{7}{5}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



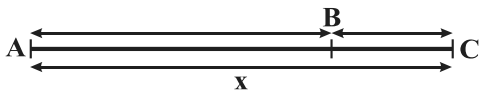
(غلامرضا مصبی)

۱۶۰-

مطابق شکل حرکت متحرک را بین سه نقطه A، B و C در نظر

می گیریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = 10 \frac{m}{s} \\ \Delta t_1 \\ \Delta x_1 = \frac{5}{6}x \end{cases} \quad \begin{cases} (v_{av})_{BC} = 4 \frac{m}{s} \\ \Delta t_2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{6}x \end{cases}$$



سرعت متوسط در کل مسیر حرکت $(v_{av})_{AC} = \frac{\Delta x}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$

$$= \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_1}{(v_{av})_{AB}} + \frac{\Delta x_2}{(v_{av})_{BC}}} = \frac{x}{\frac{\frac{5}{6}x}{10} + \frac{\frac{1}{6}x}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{24}} = 8 \frac{m}{s}$$

به کمک رابطه $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ برای قسمت‌های مختلف حرکت داریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = \frac{v_A + v_B}{2} = 10 \Rightarrow v_A + v_B = 20 \frac{m}{s} & (1) \\ (v_{av})_{BC} = \frac{v_B + v_C}{2} = 4 \Rightarrow v_B + v_C = 8 \frac{m}{s} & (2) \\ (v_{av})_{AC} = \frac{v_A + v_C}{2} = 8 \Rightarrow v_A + v_C = 16 \frac{m}{s} & (3) \end{cases}$$

به کمک این سه معادله داریم:

$$(1) - (2): (v_A + v_B) - (v_B + v_C) = 20 - 8$$

$$\Rightarrow v_A - v_C = 12 \quad (4)$$

$$(4) + (3): (v_A + v_C) + (v_A - v_C) = 16 + 12$$

$$\Rightarrow 2v_A = 28 \Rightarrow v_A = 14 \frac{m}{s}$$

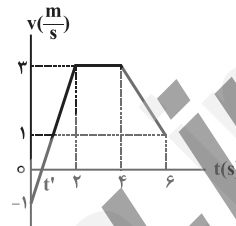
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۵۹-

(پواد کرامران)

با توجه به سرعت اولیه و نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان

متحرک را رسم می‌کنیم:



$$0 \leq t \leq 2s: v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 2 \times 2 + (-1) \Rightarrow v_1 = 3 \frac{m}{s}$$

$$2 \leq t \leq 4s: a_2 = 0 \Rightarrow v_2 = v_1 = 3 \frac{m}{s}$$

$$4 \leq t \leq 6s: v_3 = a_3 t_3 + v_2 = (-1) \times 2 + 3 \Rightarrow v_3 = 1 \frac{m}{s}$$

حال به کمک تشابه مثلث‌ها، لحظه t' را می‌یابیم:

$$\frac{1}{t'} = \frac{3}{2 - t'} \Rightarrow t' = 0.5s$$

زمانی حرکت متحرک تندشونده است که تندی آن در حال افزایش باشد و

تندی متحرک زمانی در حال افزایش است که نمودار سرعت - زمان آن از

محور زمان در حال دور شدن باشد. بنابراین طبق نمودار در بازه زمانی

0.5s تا 2s یعنی به مدت 1.5s حرکت متحرک به صورت تندشونده

است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

فیزیک ۱

حال دوباره می توان نوشت:

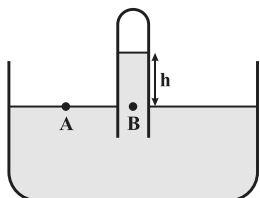
$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_2 g(h' + h) + P_0 = \rho_1 g(h' + 0/1) + P_0$$

$$\Rightarrow 0/8 \times (0/1 + h) = 1 \times (0/1 + 0/1) \Rightarrow h = 0/15m = 15cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۷۰ تا ۷۵)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۶۴-



با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{جز} + P_{آب}$$

$$\Rightarrow 75 = 72/5 + P_{آب} \Rightarrow P_{آب} = 2/5cmHg$$

حال ارتفاع ستون آبی را که فشاری معادل با ۲/۵cmHg ایجاد می کند، می یابیم. داریم:

$$\rho_{آب} h_{آب} = \rho_{جیوه} h \Rightarrow 1 \times h_{آب} = 13/6 \times 2/5$$

$$\Rightarrow h_{آب} = 34cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۷۰ تا ۷۵)

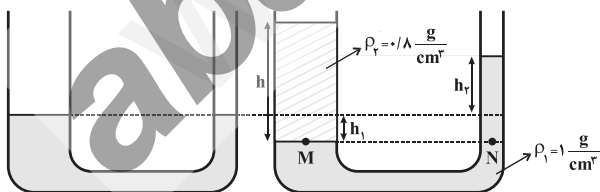
(عبدالرضا امینی نسب)

۱۶۵-

بعد از ریختن نفت در شاخه سمت چپ و ایجاد تعادل، حجم آب جابه جا شده در دو لوله یکسان است و داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow 3 \times h_1 = 10 \times 3/6$$

$$\Rightarrow h_1 = 1/2cm$$



حال با استفاده از برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_2 g h + P_0 = \rho_1 g(h_1 + h_2) + P_0$$

$$\Rightarrow 0/8 h = 1 \times (1/2 + 3/6) \Rightarrow h = 6cm$$

در نتیجه جرم نفت اضافه شده به شاخه سمت چپ برابر است با:

$$m = \rho_2 V = \rho_2 A_1 h = 0/8 \times 300 \times 6 = 1440g$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۷۰ تا ۷۵)

(فسرو ارغوانی فرد)

۱۶۱-

آب در لوله موئین بالا می رود ولی سطح آن پایین تر از سطح آب در ظرف قرار می گیرد. چون در این حالت نیروی دگرچسبی به دلیل آغشته شدن جداره داخلی لوله با روغن کاهش می یابد. چون جداره بیرونی لوله خشک است، نیروی دگرچسبی زیاد است و آب از جداره بیرونی بالا می رود. از طرفی چون جداره داخلی ظرف آغشته به روغن شده، نیروی دگرچسبی کاهش می یابد.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۶۶ تا ۷۰)

(فسرو ارغوانی فرد)

۱۶۲-

حجم قسمت پایین ظرف برابر است با:

$$V_1 = A_1 h_1 = 200 \times 10 \Rightarrow V_1 = 2000cm^3 = 2L$$

با توجه به این که ۳L مایع در ظرف ریخته ایم، بنابراین حجم مایع در قسمت بالایی ظرف برابر با ۱L خواهد بود و در نتیجه ارتفاع مایع در قسمت بالایی ظرف برابر است با:

$$V_2 = A_2 h_2 \Rightarrow 1000 = 100 h_2 \Rightarrow h_2 = 10cm$$

بنابراین ارتفاع کل مایع در ظرف برابر است با:

$$h = h_1 + h_2 = 10 + 10 = 20cm$$

و در نتیجه اندازه نیرویی که از جانب مایع به کف ظرف وارد می شود، برابر است با:

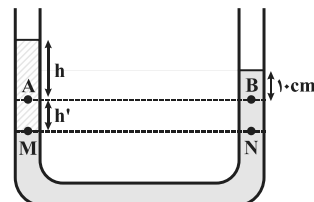
$$F = P A_1 = \rho g h A_1 = 4 \times 10^3 \times 10 \times 20 \times 10^{-2} \times 200 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = 160N$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۷۰ تا ۷۵)

(شارمان ویسی)

۱۶۳-



با استفاده از برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_2 g h' = P_B + \rho_1 g h$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = (\rho_1 - \rho_2) g h'$$

$$\Rightarrow 200 = (1000 - 800) \times 10 \times h' \Rightarrow h' = 0/1m = 10cm$$

$$\sin 53^\circ = \frac{\Delta h_1}{AB} \Rightarrow \Delta h_1 = AB \sin 53^\circ = 10 \times 0.8 = 8 \text{ cm}$$

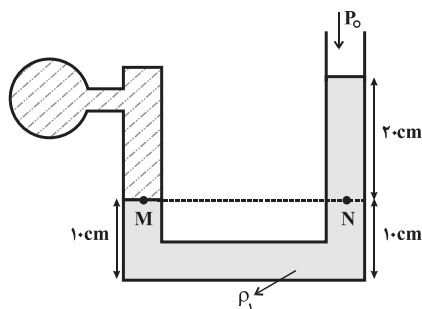
$$\Rightarrow \Delta P_1 = 8 \text{ cmHg}$$

بنابراین اختلاف فشار دو نقطه به اندازه $\Delta P = 8 - 6 = 2 \text{ cmHg}$ افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۱)

(علیرضا کونه)

۱۶۸-



با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{gas}} = \rho_1 g h + P_0$$

$$\Rightarrow 114 \times 10^3 = \rho_1 \times 10 \times \frac{20}{100} + 10^5$$

$$\Rightarrow 14 \times 10^3 = 2 \rho_1 \Rightarrow \rho_1 = 7 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۱)

(بابک اسلامی)

۱۶۹-

طبق اصل ارشمیدس، زمانی که جسمی روی سطح شاره‌ای شناور باشد، نیروی بالاسویی که از طرف شاره بر جسم وارد می‌شود و اندازه آن برابر با وزن شاره جابه‌جا شده است، با اندازه وزن جسم برابر است. در نتیجه زمانی که چگالی شاره بیشتر باشد، حجم شاره جابه‌جا شده، کمتر است و جسم شناور کمتر در شاره فرو می‌رود. از طرفی زمانی که چگالی شاره کمتر باشد، حجم شاره جابه‌جا شده بیشتر است و جسم شناور بیشتر در شاره فرو می‌رود.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

(مهمرب علی راست‌پیمان)

۱۷۰-

با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} v_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} v_2$$

$$\frac{D_1 = \frac{1}{2} D_2}{v_1 = 12 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \rightarrow D_1^2 \times 12 = \frac{1}{25} D_2^2 v_2 \Rightarrow v_2 = 300 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۴)

(میثم دشتیان)

۱۶۶-

فشار کل در کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{کل}} = P_0 + P_A + P_B \Rightarrow 81 = 75 + P_A + P_B$$

$$\Rightarrow P_A + P_B = 6 \text{ cmHg} \quad (1)$$

اگر فرض کنیم ارتفاع مایع A و B در ظرف به ترتیب برابر با h_A و h_B باشد، فشار معادل ستونی از این مایع‌ها بر حسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$\rho_A h_A = \rho_{\text{جیوه}} (h_{\text{جیوه}})_A \Rightarrow 3/4 h_A = 13/6 (h_{\text{جیوه}})_A$$

$$\Rightarrow (h_{\text{جیوه}})_A = \frac{1}{4} h_A \Rightarrow P_A = \frac{1}{4} h_A$$

$$\rho_B h_B = \rho_{\text{جیوه}} (h_{\text{جیوه}})_B \Rightarrow 6/8 h_B = 13/6 (h_{\text{جیوه}})_B$$

$$\Rightarrow (h_{\text{جیوه}})_B = \frac{1}{2} h_B \Rightarrow P_B = \frac{1}{2} h_B$$

با جایگذاری در معادله (۱)، داریم:

$$\frac{1}{4} h_A + \frac{1}{2} h_B = 6 \Rightarrow h_A + 2h_B = 24 \quad (2)$$

از طرفی طبق صورت سؤال داریم:

$$h_A + h_B = 20 \quad (3)$$

با حل همزمان معادله‌های (۲) و (۳)، داریم:

$$\begin{cases} h_A = 16 \text{ cm} \\ h_B = 4 \text{ cm} \end{cases}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

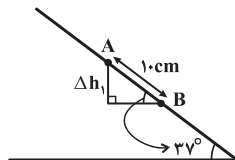
(غلامرضا مصبی)

۱۶۷-

ابتدا شعاع و سپس قطر سطح مقطع ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \pi r^2 \xrightarrow{A=75 \text{ cm}^2} 75 = 3r^2 \Rightarrow r = 5 \text{ cm}$$

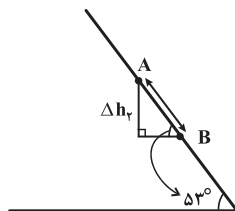
قطر سطح مقطع استوانه برابر با $D = 2r = AB = 10 \text{ cm}$ است. اختلاف فشار بین دو نقطه A و B طبق رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ به اختلاف ارتفاع دو نقطه از سطح آزاد مایع وابسته است. بنابراین داریم:



$$\sin 37^\circ = \frac{\Delta h_1}{AB} \Rightarrow \Delta h_1 = AB \sin 37^\circ = 10 \times 0.6 = 6 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta P_1 = 6 \text{ cmHg}$$

حالت دوم:





فیزیک ۲

$$\text{گزینه «۳» : } \frac{C_2}{C_1} = 1 \times 1 \times \frac{d_1}{4d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{4}$$

$$\text{گزینه «۴» : } \frac{C_2}{C_1} = 1 \times \frac{2A_1}{A_1} \times \frac{d_1}{2d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(علیرضا کونه)

-۱۷۴

ابتدا با استفاده از رابطه ظرفیت خازن تخت، داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{9}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{9} \times \left(\frac{V_2}{120} \right)^2$$

$$\Rightarrow V_2 = 360V$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 360 - 120 = 240V$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(بینا فرشرید)

-۱۷۵

با انتقال الکترون (بار منفی) از صفحه مثبت به صفحه منفی یک خازن، بار

ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد. کار انجام شده برای این انتقال با تندی

ثابت به صورت انرژی الکتریکی در مجموعه ذخیره می‌شود. داریم:

$$\Delta Q = ne = 5 \times 10^{14} \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow \Delta Q = 8 \times 10^{-3} C$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2C} (Q_2^2 - Q_1^2)$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{1}{2 \times 10 \times 10^{-6}} \times \left[(Q_1 + 8 \times 10^{-3})^2 - Q_1^2 \right]$$

$$\Rightarrow 400 \times 10^{-6} = 64 \times 10^{-6} + 16 \times 10^{-3} Q_1$$

$$\Rightarrow Q_1 = 21 \times 10^{-3} C = 21 mC$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(عمیر سلیم‌پور)

-۱۷۱

ظرفیت خازن ثابت است، بنابراین داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{Q_2 - 42}{V_1} = \frac{Q_2}{4V_1} \Rightarrow 4Q_2 - 4 \times 42 = Q_2$$

$$\Rightarrow Q_2 = 56 nC$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

(امیرسین میوزی)

-۱۷۲

برای محاسبه بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه خازن، داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{V}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

چون خازن شارژ شده از مولد جدا شده است، بار روی صفحات آن ثابت

است و بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa}{1} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \kappa$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

(عبدرضا امینی نسب)

-۱۷۳

زمانی که خازن شارژ شده‌ای را از مولد جدا می‌کنیم، بار الکتریکی ذخیره

شده در آن ثابت می‌ماند. بنابراین طبق رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ ، زمانی انرژی

ذخیره شده در خازن ۴ برابر می‌شود که ظرفیت خازن $\frac{1}{4}$ برابر شود. حال به

بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

$$\text{گزینه «۱» : } \frac{C_2}{C_1} = 1 \times 1 \times \frac{d_1}{\frac{1}{4}d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 4$$

$$\text{گزینه «۲» : } \frac{C_2}{C_1} = 2 \times 1 \times \frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 4$$

(زهره آقاممدری)

۱۷۹-

مقاومت‌های پیچهای برای به دست آوردن مقاومت‌های پایین بسیار دقیق و توان‌های بالا ساخته می‌شوند.

بقیه عبارت‌ها مطابق با کتاب درسی، عبارت‌های صحیحی هستند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(غلامرضا ممی)

۱۸۰-

با توجه به اینکه جنس و جرم سیم همواره ثابت باقی می‌ماند، به کمک رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{جرم و چگالی}} V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2$$

$$\Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \quad (*)$$

به کمک رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ خواهیم داشت:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{(*)} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2$$

اگر سیمی را n بار از وسط تا کنیم طول سیم $\frac{1}{n}$ برابر می‌شود:

سیم اولیه	اولین بار	دومین بار	...	n امین بار
L	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$...	$\frac{L}{n}$

بنابراین مقاومت نهایی سیم برابر است با:

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \xrightarrow{R_1 = 32\Omega} \frac{R_2}{32} = \left(\frac{1}{2^4}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_2}{32} = \left(\frac{1}{16}\right)^2$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{1}{8} \Omega$$

تذکر: دقت کنید که در اینجا سیم را چهار لا نکرده‌ایم بلکه چهار بار پشت

سر هم سیم را از وسط تا کرده‌ایم.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

(عبیرالرضا امینی نسب)

۱۷۶-

ابتدا بار الکتریکی عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$|\Delta q| = ne = 5 \times 10^{20} \times 1/6 \times 10^{-19} = 80C$$

جریان متوسط عبوری از مدار برابر است با:

$$\bar{I} = \frac{|\Delta q|}{\Delta t} = \frac{80}{40} = 2A$$

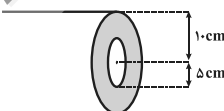
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

(ممنن قندچلر)

۱۷۷-

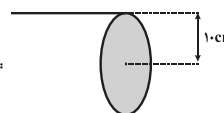
مقاومت الکتریکی سیم به طول، سطح مقطع، مقاومت ویژه و دمای سیم بستگی دارد که در این سؤال فقط سطح مقطع تغییر کرده است.

حالت اول:



$$A_1 = \pi(10^2 - 5^2) = 75\pi \text{ cm}^2$$

حالت دوم:



$$A_2 = \pi(10)^2 = 100\pi \text{ cm}^2$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{R_2}{0/64} = \frac{75\pi}{100\pi} \Rightarrow R_2 = 0/48 \Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

(ممنوعی راست‌پیمان)

۱۷۸-

با استفاده از رابطه بین مقاومت ویژه یک رسانا و تغییرات دمایی، داریم:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha \Delta T] \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{0/41}{100} = 4/1 \times 10^{-3} \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = 1K$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)



شیمی ۳

(ممید زینی)

-۱۸۳

گزینه «۱» درست. صابون هم در آب و هم در چربی حل می‌شود و مخلوطی همگن پدید می‌آورد.

گزینه «۳» درست. مطابق با متن کتاب درسی (صفحه ۱۱)

گزینه «۴» درست. سوسپانسیون مخلوطی ناهمگن بوده و ذرات ریز موجود در آن سبب پخش نور می‌شوند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۶، ۷ و ۱۱)

(مهمر عظیمیان زواره)

-۱۸۴

الف) درست.

ب) درست. این ترکیب یک پاک‌کننده صابونی است و پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی بر اساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

پ) نادرست. سدیم هیدروکسید و سفیدکننده‌ها نیز خاصیت خوردگی دارند.

ت) نادرست. آرنیوس نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای جریان الکتریکی‌اند هر چند میزان رسانایی آنها با یکدیگر یکسان نیست.

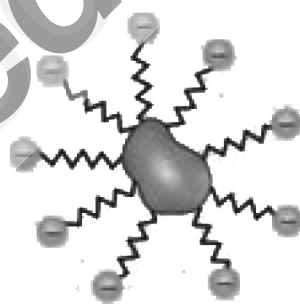
ث) درست.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

(مهمر سن مهمرزاده مفرم)

-۱۸۱

وازلین و روغن زیتون جزء مولکول‌های ناقطبی محسوب می‌شوند و در حلال ناقطبی مانند هگزان حل می‌شوند. توجه شود محلول، مخلوطی همگن است. توضیح گزینه «۲»: با توجه به شکل، مولکول‌های صابون از سر ناقطبی خود با لکه چربی برهم‌کنش برقرار کرده و سر قطبی صابون در سطح بیرونی لکه با بار الکتریکی منفی قرار می‌گیرد.

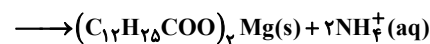
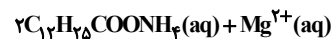


(شیمی ۳، صفحه‌های ۴، ۷ تا ۹)

(مهمر رضا یوسفی)

-۱۸۲

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



$$\frac{2 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol رسوب}} \times \frac{1 \text{ رسوب}}{450 \text{ g رسوب}} \times 157 \text{ g صابون} = ?$$

$$\frac{231 \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}} \times \frac{100}{35} = 462 \text{ g صابون}$$

(شیمی ۳، صفحه ۹)



-۱۸۵

(معمربسن معمرازادهمقدم)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست. در شرایط یکسان، لکه چربی باقی‌مانده پس از شستشو

بر روی پارچه پلی‌استر بیشتر است. بنابراین چسبندگی لکه چربی به این نوع

پارچه بیشتر از پارچه نخی است.

گزینه «۲»: درست. با افزایش دما قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها افزایش

می‌یابد.

گزینه «۳»: درست.

گزینه «۴»: نادرست. پاک‌کننده‌های غیر صابونی در آب سخت خاصیت

پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

-۱۸۶

(پوارکتایی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: مقدار ثابت یونش اسیدها تنها به عامل دما وابسته است و با

افزایش غلظت در دمای ثابت، تغییر نمی‌کند.

-۱۸۸

(معمربسن معمرازادهمقدم)

گزینه «۱»: نادرست. از واکنش فلز و اسید، نمک فلز و گاز هیدروژن تولید

می‌شود. به عنوان مثال:

گزینه «۲»: سرعت تولید فراورده‌ها و سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها تا لحظه

رسیدن به تعادل کاهش می‌یابد.

گزینه «۴»: غلظت تعادلی گونه‌های موجود در محلول ثابت (نه برابر) می‌ماند

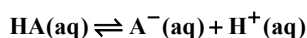
زیرا سرعت تولید هر گونه با سرعت مصرف آن یکسان است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

(معمربسن کوهستانیان)

-۱۸۷

معادله یونش اسید HA :



$$\Rightarrow K = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]}$$

غلظت یون A^- با غلظت H^+ برابر است.

$$\Rightarrow K = \frac{5 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-5}}{6 / 25 \times 10^{-2}} = \frac{25 \times 10^{-10}}{6 / 25 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-8}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)



(ممنوع وزیری)

-۱۹۰

با توجه به اینکه در محلول (۱) غلظت OH^- و در محلول (۲) غلظت H^+

افزایش یافته است، محلول (۱) باید یک محلول بازی و محلول (۲) باید یک

محلول اسیدی باشد.

بررسی گزینه «۱»:

با توجه به نمودار: $[\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$: ماده (۱)

$$[\text{OH}^-] = [\text{OH}^-]_{\text{پ}} + [\text{OH}^-]_{\text{(۱)}}$$

$$\Rightarrow \frac{(10^{-7} \times 1) + (1 \times 3 \times 10^{-7})}{1+1} = 2 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به نمودار: $[\text{H}^+] = 3 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$: ماده (۲)

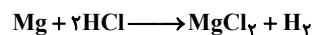
$$[\text{H}^+] = [\text{H}^+]_{\text{پ}} + [\text{H}^+]_{\text{(۲)}}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times 10^{-7} + (1 \times 5 \times 10^{-7})}{1+1} = 3 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین گزینه «۱» صحیح است.

سایر گزینه‌ها چنین شرایطی را ایجاد نمی‌کنند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)



گزینه «۲» با توجه به شکل، تعداد حباب‌های تشکیل شده در ظرف (۱)

بیشتر بوده که این به معنای بیشتر بودن غلظت یون هیدرونیوم در محلول (۱)

است. در شرایط یکسان (غلظت اولیه اسید و دما) ثابت یونش اسید موجود در

ظرف (۱) بیشتر است.

گزینه «۳» درست. قبل از انجام واکنش، غلظت یون هیدرونیوم در ظرف (۱)

بیشتر از ظرف (۲) بوده و pH آن کمتر است.

گزینه «۴» نادرست. پیش از انجام واکنش، غلظت یون هیدرونیوم در ظرف

(۱) بیشتر از ظرف (۲) است. بنابراین، غلظت یون هیدروکسید کمتر است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷)

(فاضل قهرمانی فرد)

-۱۸۹

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 10^8 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^8 [\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \xrightarrow{[\text{OH}^-] = 10^8 [\text{H}_3\text{O}^+]}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-11}$$

$$\text{pH} = -\log 10^{-11} = 11$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)



شیمی ۱

۱۹۱-

(معمرد وزیری)

بررسی گزینه نادرست:

گزینه «۴»: این شکل الکترون در حالت برانگیخته اتم هیدروژن را نشان

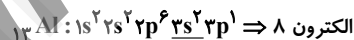
می‌دهد.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۹۲-

(معمرد وزیری)

توضیح عبارت «ت»:



بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) طیف نشری خطی اتم هیدروژن در ناحیه مرئی، ناشی از بازگشت

الکترون‌ها به لایه $n = 2$ است.

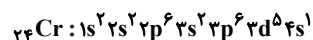
ب) در دوره اول و دوم تنها گازهای نجیب دارای این ویژگی هستند.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۳)

۱۹۳-

(طاها مهروی)

آرایش الکترونی عنصر مورد نظر به صورت زیر است:



گزینه «۱» نادرست. ۵ زیرلایه الکترونی کاملاً پر است.

گزینه «۲» نادرست. دارای یک الکترون با $n = 4$ است.

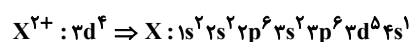
گزینه «۳»: درست. بیرونی‌ترین زیرلایه آن $4s^1$ بوده و نیم‌پر است.

گزینه «۴» نادرست. دارای ۶ الکترون ظرفیتی است.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۹۴-

(امیرعلی برفورداربون)

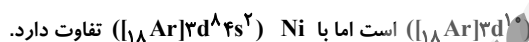


زیر لایه‌های با $l = 1$ فرد $\left. \begin{matrix} 2p^6 \\ 3p^6 \end{matrix} \right\} (l=1)$ ← ۱۲ الکترون با این مشخصات

وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: آرایش الکترونی فشرده در Zn^{2+} و Cu^+ مشابه



گزینه «۳»: گنجایش لایه‌ها: $2n^2$ و گنجایش زیر لایه‌ها: $4l + 2$

گزینه «۴»: هرچه مجموع $l + n$ بیش‌تر باشد، زیر لایه انرژی بیش‌تری دارد

و دیرتر از الکترون پر می‌شود.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

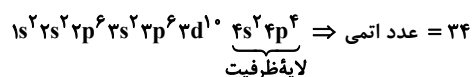
۱۹۵-

(مدرسین - معمرد زاده‌مقدم)

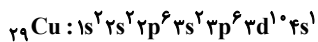
عنصر X ۲۴ متعلق به دوره چهارم است؛ بنابراین عنصر مورد نظر در دوره

چهارم جای دارد. از طرفی Y ۱۶ متعلق به گروه ۱۶ است؛ بنابراین آرایش

الکترونی عنصر مورد نظر به صورت زیر است:



(شیمی ۱، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)



(شیمی ۱، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۶)

(سعید مفسن زاده)

-۱۹۸

در ترکیب MgO هر اتم با تبادل دو الکترون به یون تبدیل می‌شود.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

(میینا شرافتی پور)

-۱۹۹

گوی‌های سفید گاز آرگون، گوی‌های خاکستری گاز نیتروژن و گوی‌های

مشکی گاز اکسیژن را نشان می‌دهند.

گاز هلیوم حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد. اما

گوی‌های مشکی مربوط به گاز اکسیژن است.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

(مهمربسن ممبرزاده مقدم)

-۲۰۰

$$\frac{\Delta T}{\Delta h} = \frac{1}{55} \frac{^\circ\text{C}}{\text{km}}$$

$$T - T_0 = \frac{\Delta T}{\Delta h} (h - h_0)$$

$$\Rightarrow T - 218 = \frac{1}{55} (50 - 10) \Rightarrow T = 280\text{K}$$

(شیمی ۱، صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

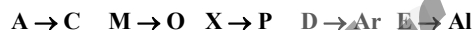
(مهمربسن ممبرزاده مقدم)

-۱۹۶

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

با توجه به آرایش الکترونی لایه ظرفیت داده شده، عنصرهای موردنظر

به صورت زیر هستند:



بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) CO_2 یک ترکیب مولکولی است.

ت) ترکیب تشکیل شده حاصل از O و P مولکولی است نه یونی، زیرا

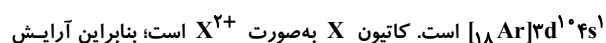
هیچ کدام از عنصرهای O و P کاتیون پایدار ندارند.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۳۴ تا ۴۱، ۴۷ و ۴۸)

(بیغفر ریمی)

-۱۹۷

گزینه «۱» عنصر مورد نظر عدد اتمی ۲۹ دارد، پس آرایش الکترونی آن



الکترونی کاتیون به صورت $[\text{Ar}]_{18} 3d^1$ است.

گزینه «۲» بیرونی‌ترین زیرلایه عنصر X ، $4s$ بوده که دارای یک الکترون

است.

گزینه «۳» در عناصر واسطه دو عنصر ${}^{24}\text{Cr}$ و ${}^{29}\text{Cu}$ به طور کامل از

قاعده آفیا پیروی نمی‌کنند.

گزینه «۴» شمار الکترون‌ها با زیر لایه $I = 0$ برابر ۷ و لایه ظرفیت ${}^{35}\text{Br}$

نیز دارای ۷ الکترون است.



شیمی ۲

۲۰۳- (مدرسین ممبرز/اردمقدم)

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) بیش از ۹۰٪ نفت خام صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود و تنها مقدار کمی برای تولید مواد شیمیایی به کار می‌رود.

(پ) اندازه مولکول‌های نفت کوره بزرگ‌تر از اندازه مولکول‌های نفت سفید بوده و به همین دلیل فراریت نفت کوره کمتر است. به طور کلی در مورد اندازه مولکول‌های برش‌های مختلف نفت می‌توان گفت:

بنزین و خوراک پتروشیمی > نفت سفید > گازوئیل > نفت کوره

(ث) در برج تقطیر نفت خام داغ به قسمت پایین برج وارد می‌شود.

مولکول‌های سبک‌تر و فرارتر از جمله مواد پتروشیمیایی از مایع بیرون آمده و به قسمت‌های بالاتر برج حرکت می‌کنند. به تدریج که این مولکول‌ها بالاتر

می‌روند سرد شده و به مایع تبدیل می‌شوند و در سینی‌های گوناگون برج

وارد شده و از برج خارج می‌شوند. بدین ترتیب مخلوط‌هایی با نقطه جوش

نزدیک به هم از نفت خام جداسازی می‌شوند.

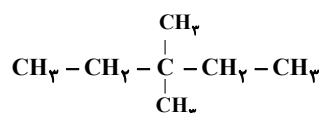
(شیمی ۲، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

(فسن لشکری)

۲۰۴-

گزینه «۱»: نادرست. زیرا زنجیر اصلی ۵ کربنه است و نام درست آن ۳، ۳-

دی متیل پنتان است.



گزینه «۲»: نادرست. زیرا زنجیر اصلی ۴ کربنه خواهد شد.

(فسن لشکری)

۲۰۱-

زنجیر اصلی که بیشترین تعداد کربن را دارد، دارای ۷ کربن است (دلیل

نادرستی گزینه‌های «۲» و «۳» چهار گروه متیل بعنوان شاخه فرعی قرار

گرفته؛ بنابراین تترا متیل باید به کار رود (دلیل انتخاب گزینه «۱»)

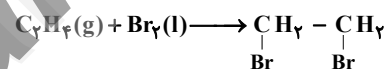
(شیمی ۲، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(عمیر زهی)

۲۰۲-

بررسی تمام گزینه‌ها:

گزینه «۱»: طی واکنش زیر گاز اتن با برم واکنش می‌دهد:

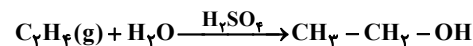


محصول واکنش ۱، ۲- دی برمواتان مایع است.

گزینه «۲»: از واکنش گاز اتن با آب، اتانول تهیه می‌شود که یکی از

مهم‌ترین حلال‌های صنعتی است و خاصیت ضد عفونی‌کنندگی دارد. واکنش

مورد نظر به صورت زیر است:



گزینه «۳»: اتن و اتین هر دو با بخار برم واکنش می‌دهند و نمی‌توان آنها را با

بخار برم شناسایی کرد.

گزینه «۴»: نام دیگر گاز اتین، استیلن است که از سوزاندن آن برای

جوش کاری و برش کاری استفاده می‌شود.

توجه شود، نام دیگر گاز اتن، اتیلن بوده که عضو خانواده آلکن‌ها است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)



(امیرعلی برفور/اریون)

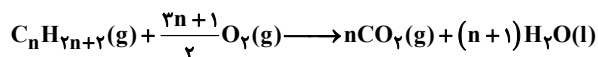
۲۰۶-

آلکان‌ها هیدروکربن‌های سیر شده‌ای با فرمول عمومی C_nH_{2n+2} هستند و

واکنش کلی سوختن آنها به صورت زیر است. (دقت شود در شرایط STP

یعنی فشار ۱ atm و دمای $0^\circ C$ ، حالت فیزیکی H_2O به صورت مایع

است.)



$$179/2 L CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 L CO_2} \times \frac{1 \text{ mol آلکان}}{n \text{ mol } CO_2} = \frac{8}{n} \text{ mol آلکان}$$

$$416g O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32g O_2} \times \frac{1 \text{ mol آلکان}}{\frac{3n+1}{2} \text{ mol } O_2} = \frac{26}{3n+1} \text{ mol آلکان}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{n} = \frac{26}{3n+1} \Rightarrow 26n = 24n + 8 \Rightarrow n = 4$$

بنابراین فرمول آلکان مورد نظر C_4H_{10} است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۲ تا ۳۶)

(مهم‌ترین ممبرز/مقدم)

۲۰۷-

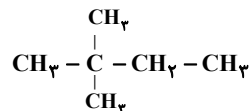
توجه شود در رسم این ساختار به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(۱) رسم زنجیر اصلی هیدروکربنی

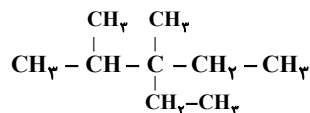
(۲) شماره‌گذاری زنجیر هیدروکربنی از یک سمت.

(۳) قرار دادن شاخه‌های فرعی بر روی اتم کربن مورد نظر.

ساختار مورد نظر به صورت زیر است:



گزینه «۴» نادرست. ۳- اتیل ۲، ۳- دی متیل پنتان درست است.



(شیمی ۲، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(میکائیل غراوی)

۲۰۵-

الف) درست. برای سیر شدن هیدروکربن‌های آروماتیک به ازای هر پیوند

دوگانه، یک مولکول هیدروژن لازم است. در مولکول نفتالین ۵ پیوند دوگانه

وجود دارد؛ بنابراین برای سیر شدن آن ۵ مولکول هیدروژن نیاز است. برای

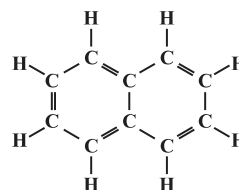
تبدیل یک مول نفتالین به ترکیب سیر شده، ۵ مول H_2 یا ۱۰ گرم H_2

مورد نیاز است.

ب) نادرست. فرمول مولکولی نفتالین $C_{10}H_8$ است.

پ) درست.

ت) درست.



همانطور که در شکل مشاهده می‌شود ۵ پیوند $C=C$ ، ۶ پیوند $C-C$ و

۸ پیوند $C-H$ وجود دارد.

(شیمی ۲، صفحه ۴۲)



سازندهٔ یک ماده گفته می‌شود. دو ماده می‌توانند میانگین انرژی جنبشی

یکسانی داشته باشند اما مجموع انرژی جنبشی آن‌ها با هم متفاوت باشد.

همچنین، شرط جاری شدن گرما از یک جسم به جسم دیگر وجود اختلاف

دما بین آن دو است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(ممنم کوهستانیان)

-۲۱۰

رابطهٔ میان جرم، حجم و چگالی به صورت زیر است:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

بنابراین، می‌توان در رابطه گرمای مبادله شده به جای m از حاصل ضرب

$\rho \cdot V$ استفاده نمود.

گرمای مبادله شده برحسب ژول برابر است با:

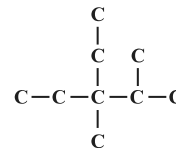
$$Q = mc\Delta\theta = \rho \cdot V \cdot c\Delta\theta = ۲ / ۸ \times ۲۱ \times ۰ / ۴۵ \times ۱۰$$

$$= ۷۳۷ / ۱J$$

حال برای تبدیل آن به کالری داریم:

$$۷۳۷ / ۱J \times \frac{۱ \text{ cal}}{۴ / ۲J} = ۱۷۵ / ۵ \text{ cal}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)



فرمول مولکولی: C_9H_{20} .

$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد C}}{\text{تعداد H}} = \frac{۹}{۲۰} = ۰ / ۴۵$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(میینا شراختی پور)

-۲۰۸

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) سرانهٔ مصرف مادهٔ غذایی، مقدار میانگین مصرف آن را به ازاء هر فرد در

گسترهٔ زمانی معین نشان می‌دهد.

ت) یکی از راه‌های آزادسازی انرژی مواد، سوزاندن آن‌ها است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳)

(ممنم وزیری)

-۲۰۹

چون دمای هر دو ظرف برابر است، میانگین تندی یا انرژی جنبشی

مولکول‌های هر دو ظرف برابر است و چون جرم ظرف B بیشتر از A است،

انرژی گرمایی آن بیشتر است.

توجه شود، انرژی گرمایی، به مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ یک ماده

گفته می‌شود. اما دما به میانگین انرژی جنبشی یا میانگین تندی ذره‌های