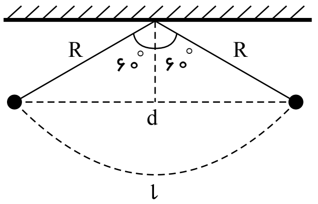
پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

باتوجه به شکل روبه‌رو مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی گلوله را برحسب طول نخ (R) به دست می‌آوریم.



$$\begin{cases} l = (\frac{120^\circ}{360^\circ}) \times \text{محیط دایره مسیر حرکت} = \frac{1}{3} \times 2\pi R = \frac{2\pi}{3}R \\ \sin 60^\circ = \frac{(\frac{d}{2})}{R} = \frac{d}{2R} \Rightarrow d = 2R\sin 60^\circ = 2R\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}R \end{cases}$$

می‌دانیم نسبت تندی متوسط به اندازهٔ سرعت متوسط برابر نسبت مسافت به اندازهٔ جابه‌جایی است.

$$\frac{S_{av}}{v_{av}} = \frac{(\frac{l}{\Delta t})}{(\frac{d}{\Delta t})} = \frac{l}{d} = \frac{(\frac{2\pi}{3}R)}{\sqrt{3}R} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \Rightarrow S_{av} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}v_{av}$$

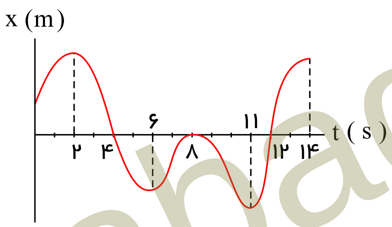
$$\Rightarrow S_{av} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \times 1{,}5\frac{m}{s} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}\frac{m}{s} = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi\frac{m}{s}$$

پس پاسخ گزینهٔ ۲ است.

توجه: در این سؤال زمان حرکت گلوله و طول نخ در پاسخ بی‌اثر هستند. البته در راه‌حل دیگری می‌توان از زمان حرکت گلوله ابتدا جابه‌جایی، سپس طول نخ و در نهایت مسافت و تندی متوسط را محاسبه کرد.

۲ - گزینه ۱

باتوجه به نمودار مکان – زمان حرکت (شکل روبه‌رو)، جهت بردار مکان دو بار و در لحظه‌های $4s$ و $12s$ تغییر کرده است (x تغییر علامت داده است) و متحرک در بازه‌های زمانی $2s < t < 6s$ به مدت ۴ ثانیه و $8s < t < 11s$ به مدت ۳ ثانیه و در مجموع به مدت ۷ ثانیه در سوی منفی محور x حرکت کرده است.



پس پاسخ گزینهٔ ۱ است.

توجه: جهت بردار مکان در لحظه‌هایی تغییر می‌کند که متحرک از مبداء مکان عبور می‌کند و x تغییر علامت می‌دهد و در لحظه‌هایی که متحرک در مبداء مکان قرار می‌گیرد ولی از آن عبور نمی‌کند (مانند لحظهٔ $8s$)، جهت بردار مکان تغییر نکرده است.

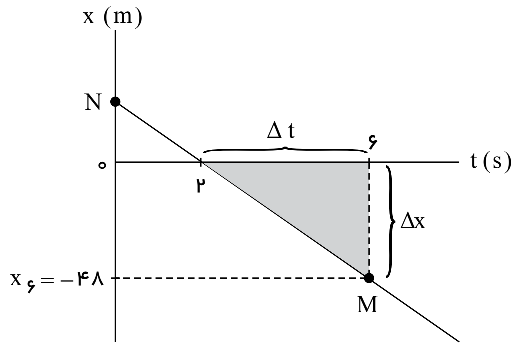
همچنین تغییر جهت بردار مکان مفهومی متفاوت نسبت به تغییر جهت حرکت است و نباید با آن اشتباه گرفته شود. در این حرکت جهت حرکت ۴ بار در لحظه‌های $2s$، $6s$، $8s$ و $11s$ تغییر کرده است.

۳ - گزینه ۲ سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظهٔ $t = 6s$ برابر با $-8m/s - 8m/s$ است. زیرا شیب خط قاطع بر نمودار در این بازه منفی است:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -8 = \frac{\Delta x}{6} \Rightarrow \Delta x = -48m \Rightarrow x_6 - x_\circ = -48m \xrightarrow{x_\circ = 0} x_6 = -48m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 6s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = 6s$ یعنی همان پاره‌خط MN است. برای محاسبهٔ شیب این خط از مثلث سایه خورده در شکل زیر استفاده می‌کنیم:

$$v_{t=6s}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-48}{6-2}=-12m/s$$



هم‌چنین چون شیب خط مماس بر نمودار در مبدأ زمان برابر با صفر است سرعت اولیهٔ متحرک صفر است. بنابراین شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$\Rightarrow a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-12-0}{6}=-2m/s^2 \;\Rightarrow\; |a|=2\,m/s$$

۴ - گزینه ۱

$$d_1=\frac{d}{2}\;,\; d_2+d_3=\frac{d}{2}$$

$$\xrightarrow{d_2=(v_{av})_2t_2\;,\;d_3=(v_{av})_3t_3}((v_{av})_2+2(v_{av})_3)t_2=\frac{d}{2}$$

$$t_2=\frac{1}{3}(t_2+t_3)\Rightarrow t_2-\frac{1}{3}t_2=\frac{1}{3}t_3\Rightarrow\frac{2}{3}t_2=\frac{t_3}{3}\Rightarrow\frac{t_2}{t_3}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t_2=\frac{d}{2(v_{av})_2+4(v_{av})_3}\;,\;t_3=\frac{d}{(v_{av})_2+2(v_{av})_3}$$

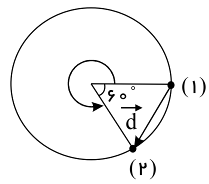
$$v_{av}=\frac{d_1+d_2+d_3}{t_1+t_2+t_3}=\frac{d}{\frac{d}{2(v_{av})_1}+\frac{d}{2(v_{av})_2+4(v_{av})_3}+\frac{d}{(v_{av})_2+2(v_{av})_3}}$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{1}{\frac{1}{2(v_{av})_1}+\frac{1}{2(v_{av})_2+4(v_{av})_3}+\frac{1}{(v_{av})_2+2(v_{av})_3}}$$

$$\xrightarrow{(v_{av})_1=10m/s\;,\;(v_{av})_2=4m/s\;,\;(v_{av})_3=3m/s}v_{av}=\frac{1}{\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}}=\frac{20}{4}=5\,m/s$$

۵ - گزینه ۴ ابتدا جابه‌جایی جسم را به دست می‌آوریم. بردار جابه‌جایی جسم مطابق شکل است که چون زاویه‌ی بین دو شعاع در حالت (?) و (?) برابر ?? درجه است، پس مثلث به دست آمده متساوی الاضلاع است و بردار جابه‌جایی برابر با شعاع دایره است زمان را نیز از راه تقسیم مسافت طی شده به اندازه‌ی سرعت به دست می‌آوریم.

$$\Delta t=\frac{\frac{5}{6}\times 2\pi r}{6}=\frac{5}{18}\pi r\Rightarrow v_{av}=\frac{|\vec{d}\,|}{\Delta t}=\frac{r}{\frac{5}{18}\pi r}=\frac{18}{5\pi}\frac{m}{s}$$

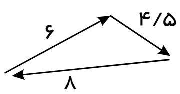


۶ - گزینه ۱ می‌دانیم اگر طول سه بُردار (جابه‌جایی کمیتی برداری است.) در نامساوی مثلثی صدق کند، برآیند آنها می‌تواند صفر باشد؛

$$If::\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}\rightarrow\begin{cases}|b-c|\le a\le b+c\\|a-c|\le b\le a+c\\|a-b|\le c\le a+b\end{cases}$$

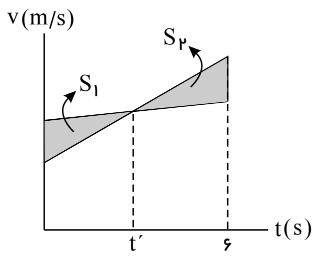
البته کافی است بزرگترین مقدار را مورد بررسی قرار دهیم. اگر نامساوی مربوطه صحیح بود نیازی به بررسی ۲ نامساوی دیگر نیست. بنابراین: $6-4\le 8\le 6+4$

بنابراین: $(2\le 8\le 10)$. پس می‌تواند برایند این سه جابه‌جایی صفر شود و در نتیجه کمترین سرعت متوسط متحرک:



$$(V_{av})=\frac{\vec{d}}{\Delta t}\rightarrow|\vec{V}_{av}|=\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}\rightarrow|\vec{v}_{av}|_{min}=\frac{\cancel{d_{min}}^{\,0}}{\Delta t}=0$$

۷ - گزینه ۲ مطابق شکل در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند $S_1=S_2$ است. بنابراین:



$$t' = \frac{6}{2} = 3s$$

شتاب متحرک B برابر است با:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16-10}{3} = 2m/s^2$$

۸ - گزینه ۴ اگر جهت مثبت را به‌سوی بالا فرض کنیم و لحظهٔ پرتاب جسم را لحظهٔ صفر در نظر بگیریم، سرعت جسم در لحظه‌های $t_0 = 0s$، $t_1 = 1/25s$ و $t_2 = 3/75s$ به‌ترتیب برابر $v_0 = +20m/s$، $v_1 = 0m/s$ و $v_2 = -10m/s$ است.

$$\begin{cases} \text{هنگام بالا رفتن } a_1 = \dfrac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \dfrac{0-20}{1/25 - 0} = -16m/s^2 \\ \text{هنگام پایین آمدن } a_2 = \dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{(-10) - 0}{3/75 - 1/25} = -4m/s^2 \end{cases} \Rightarrow |a_1 + a_2| = +20m/s^2$$

توجه: اگر جهت مثبت را به‌سوی پایین فرض می‌کنیم، a_1 و a_2 به‌ترتیب $+16$ و $+4$ متر بر مربع ثانیه می‌شود.

۹ - گزینه ۱

$$\bar{a} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{t=0 \ - \ t=5} V = 2t \xrightarrow{t=2} V_1 = 4 \\ \xrightarrow{t=10 \ - \ t=14} V = -\dfrac{10}{4}(t-10) \xrightarrow{t=12} V_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \bar{a} = \frac{5-4}{10} = \frac{1}{10}\frac{m}{s^2}$$

۱۰ - گزینه ۱

درمدت $t = 0$ تا $t = 4s$ حرکت یکنواخت است.

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-10-10}{4} = -5\frac{m}{s} \Rightarrow V_{(1)} = -5\frac{m}{s}$$

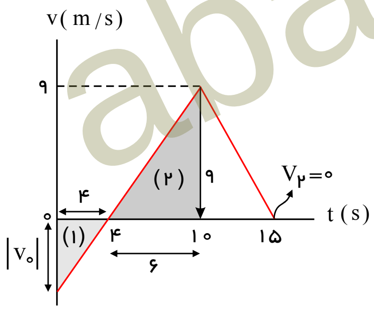
از $t = 4s$ به بعد هم حرکت یکنواخت است.

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-(-10)}{9-4} = \frac{10}{5} = 2\frac{m}{s} \Rightarrow V_{(8)} = 2\frac{m}{s}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2-(-5)}{8-1} = \frac{7}{7} = 1\frac{m}{s^2}$$

۱۱ - گزینه ۱

برای محاسبه‌ی شتاب متوسط از روی نمودار سرعت-زمان، از رابطه‌ی $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ استفاده می‌کنیم. به همین منظور کافی است تا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت در لحظه‌ی $t = 0$ را به دست آوریم:



تشابه مثلث‌های (۱) و (۲) : $\dfrac{4}{10-4} = \dfrac{|v_0|}{9} \Rightarrow |v_0| = 6\dfrac{m}{s}$

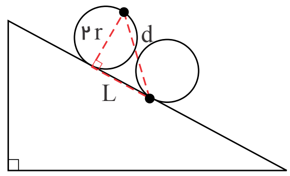
همان طور که از روی نمودار مشخص است، v_0 عددی منفی است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_0 = -6\dfrac{m}{s} \\ t_2 = 15s \Rightarrow v_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \bar{a} = \frac{0-(-6)}{15-0} = 0/4\frac{m}{s^2}$$

۱۲ - گزینه ۳ شیب نمودار مکان - زمان سرعت متحرک است، بنابراین بیشینه سرعت برابر بیشترین شیب خط مماس بر نمودار است که باتوجه به نمودار بیشترین شیب نمودار شیب خط راست بین $t_1 = 10(s)$ تا $t_2 = 16(s)$ است، بنابراین داریم:

$$\text{شیب بیشینه} = V_{max} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{54-12}{16-10} = \frac{42}{6} = 7\frac{m}{s}$$

۱۳ - گزینه ۱ هنگامی که چرخ به اندازهٔ نیم‌دور می‌چرخد، سنگ به اندازهٔ $d = v_{av}t$ جابه‌جا شده است. مطابق شکل داریم:



$$d = v_{av}t = ۴\sqrt{۱۳} \times ۰/۵ = ۲\sqrt{۱۳}m$$

$$L = \frac{۲\pi r}{۲} = \pi r$$

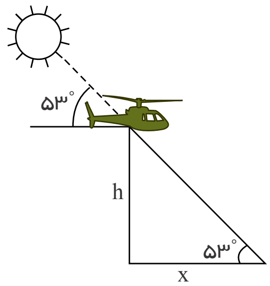
$$d = \sqrt{(۲r)^۲ + (L)^۲} = \sqrt{(۲r)^۲ + (\pi r)^۲}$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{۱۳} = \sqrt{۴r^۲ + \pi^۲ r^۲} \Rightarrow ۲\sqrt{۱۳} = \sqrt{r^۲(۴ + \pi^۲)}$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{۱۳} = r\sqrt{۱۳} \Rightarrow r = ۲m$$

۱۴ - گزینه ۳

با توجه به حرکت عمودی پهپاد و حرکت افقی سایه بر روی سطح زمین می‌توانیم از مفهوم $\tan \alpha$ برای حل این مسئله کمک بگیریم:



$$h = v_{av}\Delta t = ۵ \times ۴ = ۲۰m$$

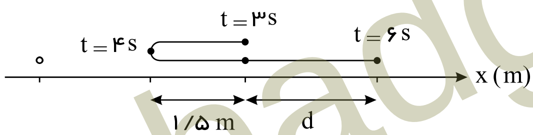
$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan ۵۳ = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\tan ۵۳^\circ} = \frac{۲۰}{\frac{۴}{۳}} = ۱۵m$$

بنابراین:

$$(v_{av})_{\text{سایه}} = \frac{x}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵\, m/s$$

۱۵ - گزینه ۲ باتوجه به نمودار $x - t$، این متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت $(۳s < t < ۶s)$، ابتدا در بازهٔ زمانی $۳s < t < ۴s$ به اندازهٔ ۱/۵ متر در سوی منفی محور x حرکت می‌کند، سپس در لحظهٔ $۴s$ تغییر جهت می‌دهد و در بازهٔ زمانی $۴s < t < ۵s$ به اندازهٔ همان ۱/۵ متر در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند و در نهایت در بازهٔ زمانی $۵s < t < ۶s$ به حرکت در سوی مثبت محور x ادامه می‌دهد.

حرکت متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت را روی محور x به صورت شکل زیر نشان می‌دهیم.



اگر جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت را مطابق شکل d فرض کنیم، مسافت پیموده شده توسط آن برابر $l = d + ۲ \times ۱/۵m = d + ۳m$ می‌شود و داریم:

$$l = d + ۳m \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} + \frac{۳m}{\Delta t} \Rightarrow S_{av} = v_{av} + \frac{۳m}{۳s} = v_{av} + ۱m/s$$

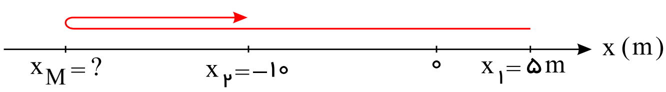
$$\xrightarrow{S_{av} = ۲/۵m/s} ۲/۵\, m/s = v_{av} + ۱m/s \Rightarrow v_{av} = ۱/۵\, m/s$$

بنابراین پاسخ گزینهٔ ۲ است.

توجه: در این سؤال امکان محاسبهٔ مسافت و جابه‌جایی و محاسبهٔ سرعت متوسط از این طریق نیز وجود دارد.

۱۶ - گزینه ۳

متحرک روی محور x به‌صورت شکل زیر حرکت کرده است.



مسافتی را که متحرک در سوی منفی محور x حرکت کرده است $L_۱$ و مسافتی را که متحرک در سوی مثبت محور x حرکت کرده است $L_۲$ فرض می‌کنیم.

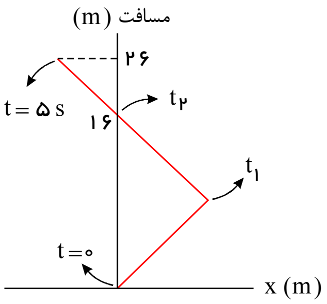
$$\begin{cases} \text{بزرگی جابه‌جایی} = |\Delta x| = |x_۲ - x_۱| = |(-۱۰m) - (+۵m)| = ۱۵m \\ \text{مسافت طی‌شده} = ۲/۴(\text{بزرگی جابه‌جایی}) \Rightarrow \text{مسافت طی‌شده} = ۲/۴ \times ۱۵m = ۳۶m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{بزرگی جابه‌جایی} = L_۱ - L_۲ \Rightarrow L_۱ - L_۲ = ۱۵m \\ \text{مسافت طی‌شده} = L_۱ + L_۲ \Rightarrow L_۱ + L_۲ = ۳۶m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_۱ = ۲۵/۵m \\ L_۲ = ۱۰/۵m \end{cases}$$

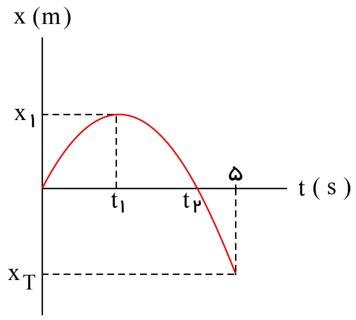
باتوجه به شکل بیشترین فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ شروع حرکت همان $L_۱$ است.

پس پاسخ گزینهٔ ۳ است.

۱۷ - گزینه ۲



مکان اولیهٔ جسم صفر است و متحرک در شروع حرکت در جهت مثبت جابه‌جا می‌شود و در لحظات اولیه مسافت با اندازهٔ جابه‌جایی برابر است. سپس جهت حرکت تغییر می‌کند و در حالی که مسافت طی‌شده در حال افزایش است جابه‌جایی کاهش می‌یابد. در لحظه‌ای که مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر ۱۶ متر می‌شود، جابه‌جایی متحرک صفر شده و متحرک به مکان اولیه‌اش (مکان صفر) می‌رسد. در ادامه متحرک به حرکت در جهت منفی ادامه می‌دهد و در لحظهٔ $t = 5s$، مسافت پیموده‌شده توسط متحرک برابر $26m$ می‌شود.



با توجه به توضیح داده شده و رابطهٔ مکان – زمان حرکت $(x = mt^2 + nt)$ که درجهٔ ۲ است، نمودار مکان – زمان متحرک به‌صورت سهمی شکل روبه‌رو رسم می‌شود. با توجه به این که متحرک از لحظهٔ صفر تا لحظه‌ای که به مبداء باز می‌گردد (t_2)، به‌صورت رفت و برگشت مسافت ۱۶ متر را پیموده است، متحرک پیش و پس از تغییر جهت هر کدام مسافت ۸ متر را پیموده است و مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت (t_1)، برابر $x_1 = +8m$ است. همچنین متحرک پس از عبور از مبداء در لحظهٔ t_2، مسافت $10m$ دیگر را باید بپیماید تا کل مسافت پیموده‌شده توسط آن $16m$ شود و در نتیجه مکان آن در لحظهٔ $t = 5s$ برابر $x_T = -10m$ می‌شود.

$$x = mt^2 + nt \xrightarrow{t=5s\ ,\ x_T=-10m} -10 = m \times 5^2 + n \times 5 \Rightarrow n = -5m - 2$$

با روش مربع کامل‌سازی، بیشینهٔ مکان را به‌دست می‌آوریم و آن را برابر $x_1 = +8m$ قرار می‌دهیم:

$$x = mt^2 + nt = m(t^2 + \frac{n}{m}t + (\frac{n}{2m})^2 - (\frac{n}{2m})^2) = m(t + \frac{n}{2m})^2 - \frac{n^2}{4m}$$

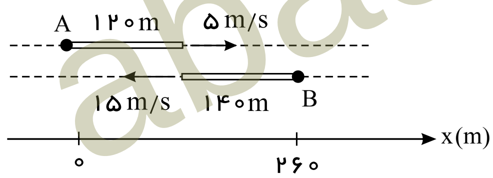
$$\Rightarrow x_{\max} = -\frac{n^2}{4m} = x_1 = 8 \Rightarrow n^2 = -32m \Rightarrow (-5m - 2)^2 = -32m$$

$$\Rightarrow 25m^2 + 52m + 4 = 0 \Rightarrow m = \frac{-26 \pm \sqrt{576}}{25} = \frac{-26 \pm 24}{25}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{2}{25} \Rightarrow n = -\frac{8}{5} \Rightarrow \text{با توجه به منحنی } m \text{ و } n \text{ نمی‌توانند هر دو منفی باشند} \\ m = -2 \Rightarrow n = 8 \end{cases}$$

بنابراین $m = -2$ و پاسخ گزینهٔ ۲ است.

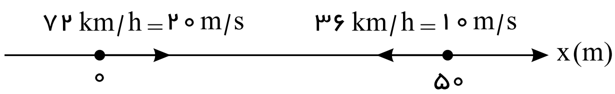
۱۸ - گزینه ۲ لحظهٔ رسیدن قطارها به هم:



قطارها وقتی به طور کامل از کنار هم عبور می‌کنند که انتهای آن‌ها به‌هم برسند (A, B)

$$\begin{cases} x_A = 5t + 0 \\ x_B = -15t + 260 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 20t = 260 \Rightarrow t = 13s$$

۱۹ - گزینه ۲



$x_1 = 20t + 0$

$x_2 = -10t + 50$

فاصلهٔ متحرک‌ها پس از عبور از کنار هم به ۵۵۰ می‌رسد.

$$x_1 - x_2 = 550 \Rightarrow 30t - 50 = 550 \Rightarrow t = 20s$$

۲۰ - گزینه ۱ محل اولیه و نهایی پرنده، لانه است پس جابه‌جایی پرنده همان جابه‌جایی لانه است چون لانه با سرعت قطار حرکت کرده پس سرعت لانه همان سرعت قطار یعنی $20m/s$ است بنابراین سرعت متوسط پرنده همان سرعت حرکت قطار یعنی $20m/s$ است.

۲۱ - گزینه ۴ شیب خط‌های d_1 و d_2 برابر سرعت متوسط در نیمهٔ اول و نیمهٔ دوم زمان حرکت است.

فیزیک کنکور

$$\begin{cases} d_1 \text{ شیب خط } = v_1 = \dfrac{\Delta x_1}{T-0} \Rightarrow \Delta x_1 = v_1 T \\ d_2 \text{ شیب خط } = v_2 = \dfrac{\Delta x_2}{2T-T} \Rightarrow \Delta x_2 = v_2 T \end{cases}$$

متحرک در لحظهٔ T تغییر جهت داده است و جابه‌جایی Δx_1 در سوی مثبت و جابه‌جایی Δx_2 در سوی منفی محور مکان می‌باشد (Δx_1 مثبت و Δx_2 منفی است).

$\Rightarrow$ مسافت پیموده‌شده $l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = +\Delta x_1 - \Delta x_2 = +v_1 T - v_2 T$

تندی متوسط $s_{av} = \dfrac{l}{\Delta t} = \dfrac{v_1 T - v_2 T}{2T - 0} = \dfrac{v_1 - v_2}{2}$

۲۲ – گزینه ۲ در لحظات $t = 1s$ و $t = 2s$ و $t = 3s$ سرعت صفر شده است ولی چون $t = 2s$ ریشهٔ مضاعف معادله است، سرعت فقط صفر می‌شود ولی تغییر علامت نمی‌دهد. پس در مجموع ۲بار تغییر جهت رخ داده است.

۲۳ – گزینه ۳ ابتدا فاصلهٔ دو نقطه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta r = \sqrt{(4-1)^2 + (4-0)^2} = 5m$$

$$\Delta r = R\sqrt{2} \Rightarrow 5 = R\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{5}{\sqrt{2}} m$$

مسافت $d = \dfrac{1}{4}(\text{محیط دایره}) = \dfrac{1}{4}(2\pi R) = \dfrac{\pi}{2} \times \dfrac{5}{\sqrt{2}} = \dfrac{5\pi}{2\sqrt{2}}$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{\frac{5\pi}{2\sqrt{2}}}{5} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} m/s$$

سرعت متحرک $\dfrac{\pi}{2\sqrt{2}} m/s$ است. پس متحرک در هر ثانیه مسافت $\dfrac{\pi}{2\sqrt{2}}$ متر را طی می‌کند.

۲۴ – گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱» نادرست است. متحرک در بازهٔ زمانی $3s$ تا $10s$ در جهت مثبت محور x و در بازهٔ زمانی $14s$ تا $18s$ در جهت منفی محور حرکت می‌کند. بنابراین در لحظهٔ $8s$ به‌سوی مثبت و در لحظهٔ $16s$ به سوی منفی در حرکت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

گزینهٔ «۲» درست است. متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $3s$ و $14s$ تا $18s$ و در مجموع به مدت $7s$ در خلاف جهت محور x حرکت نموده است.

گزینهٔ «۳» نادرست است. در بازهٔ زمانی $10s$ تا $14s$ و به مدت ۴ ثانیه متحرک ساکن و در نتیجه سرعت آن صفر بوده است.

گزینهٔ «۴» نادرست است. تندی متوسط برابر مسافت طی‌شده تقسیم بر بازهٔ زمانی است. چون برای جسم در حال حرکت، هیچ‌وقت مسافت طی‌شده صفر نمی‌شود، لذا تندی متوسط نیز صفر نخواهد شد.

دقت کنید، در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۶ ثانیه چون جابه‌جایی متحرک صفر می‌باشد، سرعت متوسط آن صفر خواهد شد.

۲۵ – گزینه ۱ حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت است. بنابراین تندی متوسط برابر اندازهٔ سرعت متوسط است. مکان متحرک در لحظهٔ T را d فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} \text{تندی متوسط پیش از لحظه } T = \left|\dfrac{x_T - x_0}{T-0}\right| = \left|\dfrac{d-25}{T}\right| = \dfrac{25-d}{T} = 0/5\dfrac{m}{s} \\ \text{تندی متوسط پس از لحظه } T = \left|\dfrac{x_{18} - x_T}{18-T}\right| = \left|\dfrac{0-d}{18-T}\right| = \dfrac{d}{18-T} = 2/5\dfrac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 25 - d = 0/5T \\ d = 45 - 2/5T \end{cases} \Rightarrow 25 = 45 - 2T \Rightarrow T = 10s \Rightarrow d = 20m$$

$$\text{تندی در لحظه } T = |\text{شیب خط مماس در لحظه } T| = \left|\frac{d-30}{T-0}\right| = \left|\frac{20-30}{10-0}\right| = 1\frac{m}{s}$$

۲۶ – گزینه ۴ فرض می‌کنیم ذره به اندازهٔ a در جهت محور x و به اندازهٔ b در جهت محور y حرکت کرده است.

$$\begin{cases} l = a + b \\ d = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{d} = \frac{a+b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sqrt{1/6}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 + b^2} = 1/6 = \frac{8}{5} \Rightarrow 3a^2 - 10ab + 3b^2 = 0$$

نسبت a به b را k فرض می‌کنیم.

$$\frac{a}{b} = k \Rightarrow a = kb \Rightarrow 3(kb)^2 - 10(kb)b + 3b^2 = 0$$

$$\Rightarrow b^2(3k^2 - 10k + 3) = 0$$

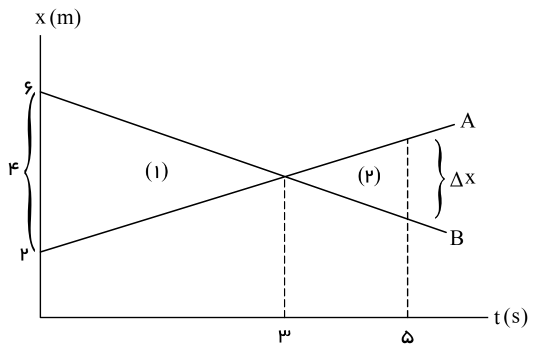
$$\Rightarrow 3k^2 - 10k + 3 = 0 \Rightarrow k = \frac{5 \pm \sqrt{25-9}}{3} = \frac{5 \pm 4}{3} \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = \dfrac{1}{3} \end{cases}$$

۲۷ - گزینه ۳ چون شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظهٔ $t=۴s$ صفر است در نتیجه $v_۴=۰$ است ثانیهٔ چهارم یعنی بازهٔ $t=۳s$ تا $t=۴s$ پس:

$$\begin{cases} a_{av}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{v_۴-v_۳}{۴-۳} \\ v_۳=\text{شیب خط مماس}=\dfrac{۶}{۴}=\dfrac{۳}{۲}m/s \end{cases} \Rightarrow a_{av}=\dfrac{۰-\frac{۳}{۲}}{۱}=-\dfrac{۳}{۲}m/s^۲$$

۲۸ - گزینه ۳

کافی است از تشابه دو مثلث استفاده کنیم:



$$\frac{\Delta X}{۴}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow \Delta X=\frac{۸}{۳}m$$

۲۹ - گزینه ۲

$$O\to A:\ v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\overline{OA}}{۱۰}=۲۰\to \boxed{\overline{OA}=۲۰۰m}$$

$$A\to B:\ v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\overline{AB}}{۲۰}=۴۰\to \boxed{\overline{AB}=۸۰۰m}$$

$$O\to B:\ \begin{cases} v_{av}=\dfrac{\overline{OB}}{\Delta t_{OB}}=\dfrac{۶۰۰m}{(۳۰-۰)(s)}=۲۰\ m/s \\ \overline{OB}=\overline{AB}-\overline{OA}=۸۰۰m-۲۰۰m=۶۰۰m \end{cases}$$

۳۰ - گزینه ۲ دو قطار زمانی از کنار هم به‌طور کامل رد می‌شوند که مکان انتهای دو قطار یکسان شود. بنابراین معادلهٔ مکان – زمان دو قطار را برای انتهای آن‌ها می‌نویسیم:

در جهت مثبت محور x : $v_۱=۵۴\,km/h=\dfrac{۵۴}{۳/۶}\,m/s=۱۵\,m/s$

در جهت منفی محور x : $v_۲=-۱۰۸\,km/h=\dfrac{-۱۰۸}{۳/۶}\,m/s=-۳۰\,m/s$

$$x'_A=x_A-\ell_۱=-۲۰۰-۳۰۰=-۵۰۰m$$

$$x'_B=x_B+\ell_۲=۶۰۰+۴۰۰=۱۰۰۰m$$

قطار (۱) : $x_۱=v_۱t+x'_A\Rightarrow\ ۱۵t-۵۰۰$

قطار (۲) : $x_۲=v_۲t+x'_B\Rightarrow\ x_۲=-۳۰t+۱۰۰۰$

$$\xrightarrow{x_۱=x_۲} t=\frac{۱۵۰۰}{۴۵}=\frac{۱۰۰}{۳}s \xrightarrow[x_A=۱۵t-۲۰۰]{t=\frac{۱۰۰}{۳}s} x_A=۱۵\times\frac{۱۰۰}{۳}-۲۰۰=۳۰۰m$$