



۱- چند نقطه با مختصات صحیح روی نمودار تابع  $y = \frac{4x+1}{x-2}$  در ربع دوم دستگاه مختصات قرار دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲- چند عدد صحیح مانند  $a$  وجود دارد که  $45 | a$  و  $30 \nmid a$ ؟

- ۲ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

۳- چند مقدار صحیح  $n$  وجود دارد به گونه‌ای که  $6 + n$  بر  $n^2 + 2$  بخش پذیر باشد؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۴- در اثبات درستی رابطه  $a + b \geq \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$  به کمک اثبات بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟ ( $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی مثبت هستند).

- (۱)  $(a+b)^2 \geq 0$  (۲)  $(a-b)^2 \geq 0$  (۳)  $(a-2b)^2 \geq 0$  (۴)  $(2a-b)^2 \geq 0$

۵- اگر  $a$  عضوی از مجموعه  $A = \{2^n | n \in \mathbb{N}\}$  باشد، آن‌گاه به ازای چند مقدار  $a$ ، عددی طبیعی مانند  $k$  می‌توان یافت به گونه‌ای که رابطه‌ی  $2 + k^2 | a$  برقرار باشد؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۶- در رابطه هم باقیمانده بر ۱۱ عدد  $5^a$  به کدام دسته هم ارزی تعلق دارد؟

- (۱) [۱] (۲) [۳] (۳) [۵] (۴) [۷]

۷- اگر  $5 | 2n + 1$  عبارت  $14n^2 + 19n + 6$  همواره بر کدام عدد زیر بخش پذیر است؟ ( $n \in \mathbb{Z}$ )

- ۱۰ (۱) ۲۵ (۲) ۱۵ (۳) ۳۰ (۴)

۸- از رابطه  $a^5 | b^3$ ، کدام رابطه را نمی‌توان نتیجه گرفت؟

- (۱)  $a | b^3$  (۲)  $a^8 | b^5$  (۳)  $a^4 | b^6$  (۴)  $a^2 | b^7$

۹- به ازای کدام مقادیر  $n$  از عدد طبیعی، عبارت  $2^{n+1} + 2^{n+4} + 5^{2n+1}$ ، بر عدد  $2^3$  بخش پذیر است؟

- (۱) تمام اعداد (۲) فقط اعداد فرد (۳) فقط اعداد زوج (۴) فقط اعداد مضرب ۷

۱۰- اگر  $11 | a + 3b + k$  و  $11 | 5a + 4b + 3$ ، آنگاه کم‌ترین مقدار طبیعی  $k$  کدام است؟ ( $a, b \in \mathbb{Z}$ )

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۱- اگر  $n$  عددی طبیعی باشد، از روابط  $a | 6n^2 + 1$ ،  $a | 4n^2 + 6$  چند مقدار طبیعی برای  $a$  موجود است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴)

۱۲- تعداد جواب‌های صحیح معادله‌ی  $y = 3 + \frac{8}{3x-1}$  کدام است؟

- ۱ (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) بی‌شمار (۴) ۴

۱۳- اگر  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  اعدادی صحیح و  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  نیز همان اعداد ولی به‌ترتیبی دیگر باشند در این صورت عبارت

$(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) \cdots (x_n - y_n)$  همواره ..... است و روش اثبات آن به کمک ..... می‌باشد. ( $n$  عددی فرد می‌باشد).

- (۱) فرد - برهان خلف (۲) فرد - روش اثبات به کمک در نظر گرفتن همه‌ی حالت‌ها (روش اشباع)

- (۳) زوج - برهان خلف (۴) زوج - روش اثبات به کمک در نظر گرفتن همه‌ی حالت‌ها (روش اشباع)

۱۴- در اثبات درستی کدام گزینه روش برهان خلف استفاده نمی‌شود؟

۱) اگر  $a_1, a_2, a_3$  عددهای صحیحی باشند و  $b_1, b_2, b_3$  هم همان اعداد ولی با ترتیبی دیگر باشند آنگاه  $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$  عددی زوج است.

۲) اگر  $x$  یک عدد گنگ باشد آنگاه  $\frac{1}{x}$  نیز گنگ است.

۳) برای هر عدد طبیعی  $n$  عبارت  $2^{2^n} + 1$  همواره اول است.

۴) اگر تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته باشد ولی  $g$  در  $x = a$  ناپیوسته باشد آنگاه  $f + g$  در  $x = a$  ناپیوسته است.

۱۵- باقی‌مانده تقسیم عدد  $11^{50} - 13^{50}$  بر عدد ۲۲ چقدر است؟

۱) صفر ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۱۶- باقی‌مانده تقسیم  $231^{57}$  بر  $81^{14}$  کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۰

۱۷- به ازای چند مقدار صحیح و مثبت  $n$  کسر  $\frac{n^2 + 4n + 10}{n + 2}$  تبدیل به عدد صحیح می‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) بی شمار

۱۸- به ازای کدام مقدار  $n$  رابطه  $2^n - 7^n \mid 53$  برقرار است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۸ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

۱۹- وقتی عدد صحیح  $a$  بر ۳ بخش پذیر نیست،  $a^2$  برابر است با:

۱)  $3k+1$  ۲)  $3k+2$  ۳)  $9k+1$  ۴)  $9k+2$

۲۰- اگر  $a$  عددی فرد باشد، بزرگ‌ترین مقدار  $k$  که به ازای آن عدد  $2^k$  همواره عدد  $(3a^2 + 5)(a^2 + 3)$  را بشمارد، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۱- مجموع ارقام بزرگترین عدد سه رقمی  $n$  که به ازای آن، دو عدد  $4n - 5$  و  $9n + 4$  نسبت به هم اول نباشند، کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۵

۲۲- چند عدد سه رقمی در مجموعه  $[2]_7 \cap [5]_8$  قرار دارد؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۱۷ ۴) ۱۸

۲۳- به ازای چند عدد طبیعی  $n$ ،  $17 + 10n + 3n^2 + 2n^3$  بر  $n^2 + n + 4$  بخش پذیر است؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۲۴- اگر  $3a + 7b = 25$  کدام رابطه را نمی‌توان نتیجه گرفت؟

۱)  $(a, b) = 5$  ۲)  $(a, b) = 25$  ۳)  $(a, b) = 1$  ۴)  $(a, b) = 15$

۲۵- اگر  $a + 17! \times 5 \equiv 17^{160} \pmod{7}$ ، آن‌گاه کوچکترین عدد طبیعی  $a$  کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۲۶- تعداد اعداد دو رقمی  $a$  به طوری که  $1(19) \equiv 11^a \pmod{11}$  کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۲۷ ۳) ۲۸ ۴) ۳۰

۲۷- اگر  $m$  و  $n$  اعدادی صحیح و فرد باشند، کدام گزینه نادرست است؟

۱)  $8 \mid m^2 - n^2$  ۲)  $8 \mid m^2 - n^4$  ۳)  $8 \mid m^2 + n^2 + 2$  ۴)  $8 \mid m^4 + n^4 - 2$

۲۸- اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح فرد باشند، آنگاه بزرگ‌ترین عددی که  $a^f - b^f$  همواره بر آن بخش پذیر می‌باشد، کدام است؟

۱) ۸۰ ۲) ۴۰ ۳) ۹۶ ۴) ۱۶

۲۹- عدد  $5 + 14^n$  وقتی  $n$  زوج است، همیشه بر کدام عدد بخش پذیر است؟

- ۱) ۵      ۲) ۴      ۳) ۳      ۴) ۲

۳۰- چند نقطه با مختصات طبیعی روی منحنی  $11 = 9x - y - 2xy$  قرار دارند؟

- ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) ۴

۳۱- در رابطه  $4 + 3n + n^2 \mid n + 5$  چند عدد طبیعی صدق می کند؟

- ۱) ۳      ۲) ۱      ۳) بی شمار      ۴) ۲

۳۲- عدد  $29636a$  بر ۹۹ بخش پذیر است.  $a$  کدام است؟

- ۱) ۶      ۲) ۵      ۳) ۴      ۴) ۳

۳۳- اگر  $108 \mid a - 3$  چند مقدار طبیعی برای  $a$  وجود دارد؟

- ۱) ۱۲      ۲) ۱۳      ۳) ۱۴      ۴) ۱۵

۳۴- اگر عدد  $a + 7^{200}$  مضرب ۱۹ باشد، کوچکترین عدد طبیعی  $a$  کدام است؟

- ۱) ۴      ۲) ۵      ۳) ۶      ۴) ۸

۳۵- باقی مانده تقسیم  $(1! + 2! + \dots + 100!)^2$  بر عدد ۵ کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴