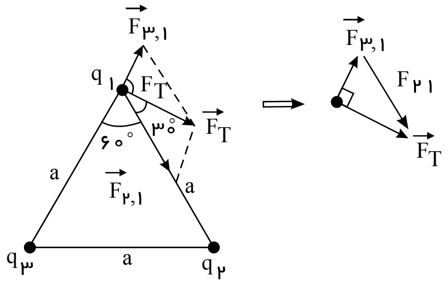
پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ باتوجه به این که مثلث مورد نظر متساوی‌الاضلاع است، مطابق شکل زیر $\vec{F}_T$ و $\vec{F}_{3,1}$ بر هم عمودند، داریم:

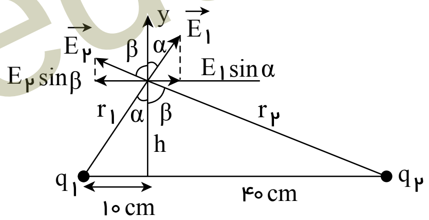
$$\sin 30^\circ = \left|\frac{\vec{F}_{3,1}}{\vec{F}_{2,1}}\right| = \frac{k\left|\frac{q_1 q_3}{r_{31}^2}\right|}{k\left|\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\right|} \xrightarrow{r_{31}=r_{21}=a} \frac{1}{2} = \left|\frac{q_3}{q_2}\right| \Rightarrow \left|\frac{q_2}{q_3}\right| = 2$$



۲ - گزینه ۴ باتوجه به شکل از آنجایی که بردار میدان برایند در راستای محور y است (سوال گفته میدان برآیند عمود بر خط واصل است یعنی قائم است). بنابراین برایند میدان‌های الکتریکی در راستای محور x برابر صفر است، در نتیجه داریم:

$$E_1 \sin\alpha = E_2 \sin\beta \xrightarrow{\sin=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}} \frac{kq_1}{r_1^2} \times \frac{10}{r_1} = \frac{kq_2}{r_2^2} \times \frac{40}{r_2}$$

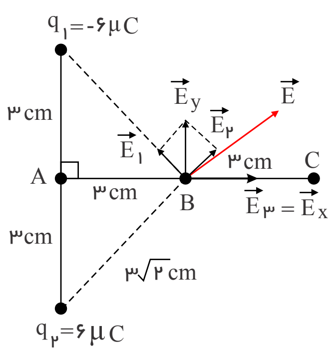
$$\xrightarrow{q_2=2q_1} \frac{q_1}{r_1^3} = \frac{2q_1}{r_2^3} \times 4 \to \frac{r_2}{r_1} = 2 \to r_2 = 2r_1$$



رابطه ی فیثاغورث $\begin{cases} h^2 + 10^2 = r_1^2 \\ h^2 + 40^2 = r_2^2 \end{cases} \to r_1^2 - 10^2 = r_2^2 - 40^2 \to r_2^2 - r_1^2 = 1500$

$$\xrightarrow{r_2=2r_1} 3r_1^2 = 1500 \Rightarrow r_1 = 10\sqrt{5}\,cm$$

۳ - گزینه ۳ در شکل، مؤلفه‌های میدان الکتریکی برایند رسم شده است.اگر فرض کنیم بار q_3 در نقطهٔ A قرار داشته باشد، با توجه به محل قرارگیری سه بار و هم‌چنین با توجه به اینکه بردار برایند همواره بین دو بردار قرار دارد. می‌توان نتیجه گرفت. مؤلفهٔ E_y ناشی از برایند میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ و مؤلفهٔ E_x ناشی از میدان E_3 بوده است. چون E_y باید بین $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ باشد؛ جهت این دو میدان به‌صورت نمایش داده شده در شکل خواهد بود. در نتیجه بار q_1 منفی و بار q_2 مثبت و این دو بار ناهم‌نام بوده‌اند.



$$E_۱ = E_۲ = \frac{k|q_۳|}{r^۲} = \frac{۹\times ۱۰^۹ \times ۶ \times ۱۰^{-۶}}{(۳\sqrt{۲}\times ۱۰^{-۲})^۲} = ۳\times ۱۰^۷ N/C$$

$$E_{۱,۲} = E_y = \sqrt{E_۱^۲ + E_۲^۲} = \sqrt{(۳\times ۱۰^۷)^۲ + (۳\times ۱۰^۷)^۲} = ۳\sqrt{۲}\times ۱۰^۷ N/C$$

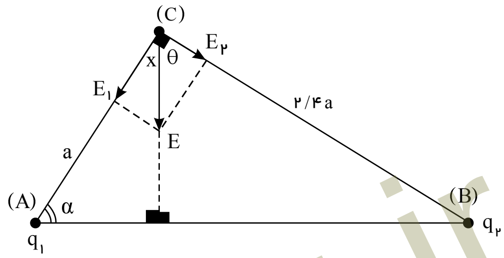
$$E_t = \sqrt{E_x^۲ + E_y^۲} \Rightarrow ۵\sqrt{۲}\times ۱۰^۷ = \sqrt{E_x^۲ + (۳\sqrt{۲}\times ۱۰^۷)^۲} \Rightarrow E_x = ۴\sqrt{۲}\times ۱۰^۷ N/C$$

$$E_x = E_۳ = \frac{k|q_۳|}{r^۲} \Rightarrow ۴\sqrt{۲}\times ۱۰^۷ = \frac{۹\times ۱۰^۹ \times |q_۳|}{(۳\times ۱۰^{-۲})^۲} \Rightarrow |q_۳| = ۴\sqrt{۲}\times ۱۰^{-۶}C = ۴\sqrt{۲}\mu C$$

دقت کنید اگر بار $q_۳$ در مکان C نیز قرار داشت، فقط علامت آن عوض می‌شد.

۴ ـ گزینه ۲

با توجه به جهت میدان الکتریکی برآیند در نقطهٔ A درمی‌یابیم که: $q_۱ < ۰$ و $q_۲ < ۰$



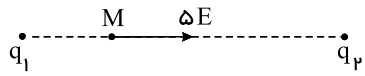
$$\begin{cases} \alpha + \hat{x} = ۹۰^\circ \\ \theta + \hat{x} = ۹۰^\circ \end{cases} \rightarrow \theta = \alpha \rightarrow \tan\theta = \tan\alpha \ (\star)$$

$$\overset{\triangle}{ABC} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{۲/۴a}{a} = ۲/۴ \ (\star\star)$$

$$\tan\theta = \frac{E_۱}{E_۲} \xrightarrow{E=\frac{kq}{r^۲}} \tan\theta = \left(\frac{q_۱}{q_۲}\right)\left(\frac{r_۲}{r_۱}\right)^۲ = \left(\frac{q_۱}{q_۲}\right)\left(\frac{۲/۴a}{a}\right)^۲ \xrightarrow{(\star),(\star\star)} ۲/۴ = \left(\frac{q_۱}{q_۲}\right)(۲/۴)^۲$$

$$\rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = ۲/۴$$

۵ ـ گزینه ۴



$$\vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ = ۵\vec{E} \ (۱)$$

$$\frac{kq_۱}{r^۲} + \frac{kq_۲}{۹r^۲} = ۵\vec{E} \ (۲)$$

$$\vec{E}'_۱ + \vec{E}'_۲ = \frac{\vec{E}}{۹}$$

$$\frac{k\frac{q_۱}{۳}}{۹r^۲} + \frac{k\frac{q_۲}{۳}}{r^۲} = \frac{\vec{E}}{۹} \xrightarrow{(۲)} +\frac{۱}{۲۷}\vec{E}_۱ + ۳\vec{E}_۲ = \frac{\vec{E}}{۹} \ (۳)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۳)} \begin{cases} \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ = ۵\vec{E} \\ +\frac{۱}{۲۷}\vec{E}_۱ + ۳\vec{E}_۲ = -\frac{\vec{E}}{۹} \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_۲ = -\frac{۱}{۱۰}\vec{E}$$

وقتی بار $q_۱$ حذف می‌شود، فقط میدان بار $q_۲$ $(E_۲)$ باقی می‌ماند که به‌دست آوردیم.

۶ ـ گزینه ۲

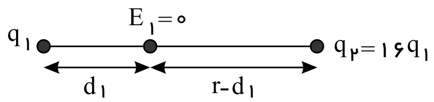
$$E_۲ \longleftarrow \overset{A}{\bullet} \longrightarrow E_۱ \qquad E_۲ = E_۱ \Rightarrow \frac{kq_۲}{۱۰^۲} = \frac{kq_۱}{۵^۲} \Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = ۴ \qquad (۱)$$

$$E_۲ \longleftarrow \overset{B}{\bullet} \longrightarrow E_۱ \qquad E_۲ - E_۱ = ۵/۴\times ۱۰^۶ \Rightarrow \frac{kq_۲}{(۵\times ۱۰^{-۲})^۲} - \frac{kq_۱}{(۱۰\times ۱۰^{-۲})^۲} = ۵/۴\times ۱۰^۶$$

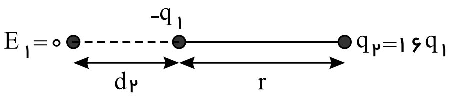
$$\xrightarrow{(۱)} \frac{۹\times ۱۰^۹ \times q_۲}{۲۵\times ۱۰^{-۴}} - \frac{۹\times ۱۰^۹ \times \frac{q_۲}{۴}}{۱۰۰\times ۱۰^{-۴}} = ۵/۴\times ۱۰^۶$$

$$\rightarrow q_۲ = ۱/۶\times ۱۰^{-۶}C = ۱/۶\mu C$$

۷ ـ گزینه ۱ اگر دو بار ناهم نام باشند، میدان الکتریکی در نقطه‌ای روی خط واصل دو بار بین دو بار و نزدیک‌تر به بار با اندازهٔ کوچک‌تر صفر می‌شود و اگر دو بار ناهم نام باشند،میدان الکتریکی در نقطه‌ای روی خط واصل دو بار، خارج دو بار و نزدیک‌تر به بار به اندازهٔ کوچکتر صفر می‌شود. بنابراین داریم:



$$\frac{q_1}{d_1^2}=\frac{q^2}{(r-d_1)^2}\Rightarrow\frac{q_1}{d_1^2}=\frac{16q_1}{(r-d_1)^2}\Rightarrow\frac{1}{d_1}=\frac{4}{r-d_1}\Rightarrow r-d_1=4d_1\Rightarrow d_1=\frac{r}{5}\quad(1)$$

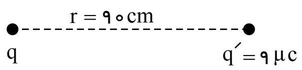


$$\frac{q_1}{d_2^2}=\frac{q_2}{(r+d_2)^2}\Rightarrow\frac{q_1}{d_2^2}=\frac{16q_1}{(r+d_2)^2}\Rightarrow\frac{1}{d_2}=\frac{4}{r+d_2}\Rightarrow r+d_2=4d_2\Rightarrow d_2=\frac{r}{3}\quad(2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\frac{d_2}{d_1}=\frac{\frac{r}{3}}{\frac{r}{5}}=\frac{5}{3}$$

۸ - گزینه ۳

$$E=\frac{kq}{r^2}\rightarrow(2.25\times10^5)=\frac{k(q)}{(0.8)^2}\rightarrow\boxed{kq=1.44\times10^5}$$



$$\rightarrow F=\frac{kqq'}{r^2}=\frac{(1.44\times10^5)(9\times10^{-6})}{(0.9)^2}=1.6N$$

$$\rightarrow\boxed{F=1.6N}$$

۹ - گزینه ۱ با توجه به آن‌که میدان برایند در نقطه‌ی C خارج از بین دو بار و در امتداد خط واصل دو بار q_1 و q_2 صفر شده است پس دو بار ناهم‌نام هستند. از طرفی باید میدان ها با هم برابر باشند تا برآیندشان صفر شود پس داریم:

$$E_1=E_2\Rightarrow\frac{kq_1}{(0.8)^2}=\frac{kq_2}{0.2^2}\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{64}{4}=16\Rightarrow\frac{q_2}{q_1}=-\frac{1}{16}$$

۱۰ - گزینه ۳

می دانیم که هسته‌ی هلیم ۲ پروتون و ۲ نوترون داشته و بار آن $+2$ است:

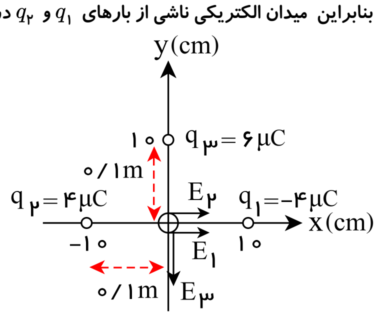
$$M_\alpha=2m_p+2m_n=4m_p$$
$$q_\alpha=2q_p$$

از طرفی طبق رابطه‌ی قانون دوم نیوتن داریم:

$$F_{\text{خالص}}=ma\Rightarrow\begin{cases}F_p=m_pa_p\Rightarrow Eq_p=m_pa_p\\ F_\alpha=m_\alpha a_\alpha\Rightarrow E2q_p=4m_pa_\alpha\end{cases}\Rightarrow a_p=2a_\alpha$$

۱۱ - گزینه ۳ برای محاسبه‌ی میدان الکتریکی در مبدأ، یک بار مثبت فرضی در آن قرار می‌دهیم به طوری که میدان دو بار الکتریکی در جهت نیرویی است که به بار مثبت فرضی وارد می کند بنابراین میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 در مبدأ مختصات هم جهت و در راستای محور x می باشد، بنابراین میدان حاصل از آن‌ها با هم جمع می‌شود.

$$\vec{E}_x=\vec{E}_2+\vec{E}_1=(\frac{kq_2}{{r_2}^2}+\frac{kq_1}{{r_1}^2})\vec{i}$$
$$=2(\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{(0.1)^2})\vec{i}=7.2\times10^6\vec{i}$$



همچنین میدان ناشی از بار q_3 در مبدأ مختصات در خلاف جهت محور y است و داریم:

$$\vec{E}_y=(\frac{kq_3}{{r_3}^2})(-\vec{j})=(\frac{9\times10^9\times6\times10^{-6}}{(0.1)^2})(-\vec{j})=-5.4\times10^6j$$

بنابراین می توان نوشت:

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = (۷/۲\vec{i} - ۵/۴\vec{j}) \times ۱۰^{۶}$$

۱۲ - گزینه ۲

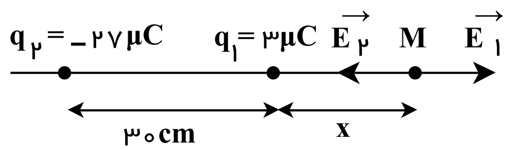
فقط مقایسه ی میدان در دو حالت :

$$E = \frac{kq}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_۱}{E_۲} = (\frac{r_۲}{r_۱})^۲ \Rightarrow \frac{۲۵۰}{۱۶۰} = (\frac{r+۱۰}{r})^۲ \Rightarrow \frac{۵}{۴} = \frac{r+۱۰}{r} \Rightarrow r = ۴۰cm$$

۱۳ - گزینه ۴ باید نقطه ای را انتخاب کنیم تا در آن نقطه میدان برآیند صفر باشد (میدان صفر باشد نیروی برآیند هم صفر می شود)ضرط صفر شدنِ برآیندِ دو میدان هم این که میدان ها خلاف جهت و هم اندازه باشند، پس اولاً چون دو بار غیر هم‌نام هستند، نقطه‌ی مورد نظر (M) را خارج از فاصله‌ی بین دو بار انتخاب می‌کنیم تا میدانِ هر دو بار خلافِ جهت هم باشند، از طرفی هم نقطه ی m نزدیک به بار با اندازه‌ی کوچکتر $(۳\mu C)$ باشد تا دو میدان مساوی باشند.

دوماً باید اندازه ی میدان ها هم باهم برابر باشند پس :

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{q_۱}{x^۲} = \frac{q_۲}{(r+x)^۲} \Rightarrow \frac{۳}{x^۲} = \frac{۲۷}{(۳۰+x)^۲}$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{x} = \frac{۳}{۳۰+x} \Rightarrow x = ۱۵cm$$



این تست فاصله از بار $-۲۷\mu C$ را خواسته، پس:

$$r_۲ = ۱۵ + ۳۰ = ۴۵cm$$

نکته: فاصله ی نقطه ای که میدانِ برآیند دو بار روی خط واصل آن ها، صفر میشود از بار کمتر برابر است با:

$$x = \frac{\overbrace{d}^{\text{فاصله ی دو بار}}}{\sqrt{|\frac{q_{\text{ب}}}{q_{\text{ک}}}|} \pm ۱}$$

$q_{\text{ب}} =$ بار بزرگتر و $q_{\text{ک}} =$ بار کوچکتر

+ دولار هم نام باشند و نقطه ی مورد نظر بین دوبار است.

− دوبار ناهم نام باشند و نقطه ی مورد نظر خارج از فاصله ی دو بار است.

مثلا در این تست

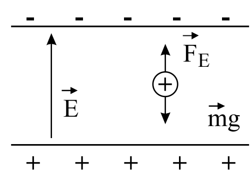
$$x = \frac{۳۰}{\sqrt{\frac{۲۷}{۳}} - ۱} = \frac{۳۰}{\sqrt{۹} - ۱} = ۱۵cm$$

چون ناهم نام اند می شود خارج از فاصله ی دوبار .

۱۴ - گزینه ۲ "معلق و حالت سکون" به معنای تعادل و صفر بودن برآیند نیروهاست که برای آن باید دو نیروی وارد به جسم، مساوی و خلاف جهت باشند حالا چون نیروی وزن رو به پایین بر ذره وارد می‌شود، نیروی الکتریکی باید رو به بالا بر آن وارد شود تا اثر نیروی وزن را خنثی کند و ذره به حال تعادل بماند، بنابراین با توجه به این که میدان الکتریکی رو به بالا است، باید بار ذره مثبت باشد تا نیروی الکتریکی در جهت میدان الکتریکی و رو به بالا به آن وارد شود.(برای بار مثبت نیرو هم جهت میدان است.)

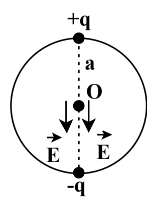
از طرفی هم باید مقدار این دو نیرو برابر باشد پس:

$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg$$
$$\Rightarrow |q| = \frac{mg}{E} = \frac{۳ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰}{۶ \times ۱۰^{۴}} = ۰/۵ \times ۱۰^{-۶} C \Rightarrow |q| = ۰/۵\,\mu C$$
$$\Rightarrow q = +۰/۵\,\mu C$$



۱۵ - گزینه ۴ برایند میدان‌های الکتریکی هر یک از دو بار مشابه که مقابل یکدیگر قرار دارند، در مرکز دایره برابر با صفر است(چون میدان‌ها مساوی هستند و خلاف جهت) و برایند میدان الکتریکی حاصل از بارهای $+q$, $-q$ که در بالا و پایین دایره قرار دارند،یکدیگر را خنثی نمی کنند بنابراین میدان برآیند برابر است با:

$$\left|\vec{E}_T\right| = ۲\left|\vec{E}\right| = ۲k\frac{q}{a^۲}$$

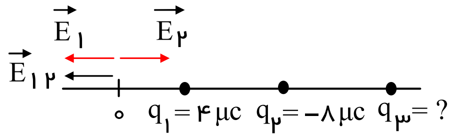


با توجه به علامت بارهای بالا و پایین، میدان برآیند در مرکز دایره روبه پایین است.

۱۶ - گزینه ۲ ابتدا برآیند دو میدان $E_۱$ و $E_۲$ را حساب می‌کنیم و سپس میدان را طوری مشخص می کنیم که برآیند $E_۱$ و $E_۲$ را خنثی کند.

فیزیک کنکور

$$E=\frac{kq_۱}{r^۲}\Rightarrow\begin{cases}E_۱=\dfrac{۹\times ۱۰^۹\times ۴\times ۱۰^{-۶}}{۳۶\times ۱۰^{-۴}}=۱۰^۷\dfrac{N}{C}\\ E_۲=\dfrac{۹\times ۱۰^۹\times ۸\times ۱۰^{-۶}}{۱۴۴\times ۱۰^{-۴}}=\dfrac{۱}{۲}\times ۱۰^۷\dfrac{N}{C}\end{cases}$$



$$\Rightarrow E_{۱۲}=E_۱-E_۲=\tfrac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۷}$$

بنابراین اگر بخواهیم میدان برآیند درنقطهٔ $x=۰$، صفر شود باید $E_۳$ خلاف جهت و برآیند برابر $E_۱$ و $E_۲$ باشد، پس $q_۳$ نیز منفی است و اندازه‌ی آن از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$E_{۱۲}=E_۳\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times ۱۰^۷=\frac{kq}{r^۲}\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times ۱۰^۷=\frac{۹\times ۱۰^۹\times q_۳}{۳۲۴\times ۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow q_۳=۱۸\times ۱۰^{-۶}=۱۸\mu C\xrightarrow{\text{با توجه به توضیحات بالا}}q_۳=-۱۸\mu C$$

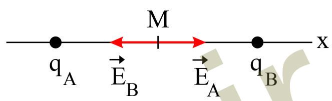
۱۷ - گزینه ۴

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q'}=\frac{(۸\vec{i}-۶\vec{j})\times ۱۰^{-۶}}{-۲\times ۱۰^{-۹}}=(-۴\vec{i}+۳\vec{j})\times ۱۰^۳\frac{N}{C}$$

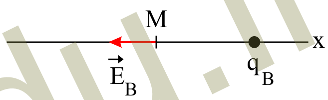
نکته: هرگاه مسائل را برداری حل می‌کنیم باید بار الکتریکی را با رعایت علامت آن در رابطه جای گذاری کنیم، چون بار منفی جهت بردار را قرینه می کند.

۱۸ - گزینه ۳ بعد از خنثی شدن بار q_A جهت میدان الکتریکی در فاصله‌ی بین دو بار تغییر می‌کند، پس دو بار هم‌نام هستند. فرض می‌کنیم دو بار مثبت باشند.

حالت اول : $\vec{E}_T=\vec{E}_A+\vec{E}_B=۲\vec{E}\qquad(I)$



حالت دوم : $\vec{E}_T=\vec{E}_B=-۳\vec{E}\qquad(II)$



$$(I),(II)\Rightarrow\vec{E}_A-۳\vec{E}=۲\vec{E}\Rightarrow\vec{E}_A=۵\vec{E}$$

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\Rightarrow\frac{E_B}{E_A}=\left|\frac{q_B}{q_A}\right|\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲\Rightarrow\frac{۳E}{۵E}=\left|\frac{q_B}{q_A}\right|\times ۱\Rightarrow\left|\frac{q_B}{q_A}\right|=\frac{۳}{۵}$$

چون $\vec{E}_A=۵\vec{E}$ و $\vec{E}_B=-۳\vec{E}$، بنابراین میدان حاصل از هر بار، در بین دو بار، خلاف جهت هم شده است، پس باید دو بار هم‌نام باشند. بنابراین:

$$\frac{q_B}{q_A}=\frac{۳}{۵}$$

۱۹ - گزینه ۱ ابتدا برایند میدان الکتریکی را در نقطه‌ی مورد نظر به‌دست می‌آوریم:

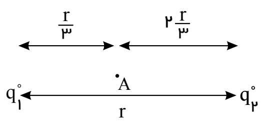
$$\vec{E}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲\Rightarrow\vec{E}=۸\vec{i}+۷\vec{j}+۴\vec{i}+۹\vec{j}=۱۲\vec{i}+۱۶\vec{j}$$

حال بنا به رابطه‌ی $\vec{F}=\vec{E}q$ می‌توان نوشت:

$$\vec{F}=(۱۲\vec{i}+۱۶\vec{j})\times ۲=۲۴\vec{i}+۳۲\vec{j}$$

۲۰ - گزینه ۲

ابتدا یک شکل می‌کشیم.



می‌دانیم در حالت اوّل: $\vec{E}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲$

و پس از حذف بار $q_۱$، فقط میدان بار $q_۲$ باقی می‌ماند بنابراین $\vec{E}_۲=\dfrac{\vec{E}}{۴}$، حالا با جایگذاری در رابطهٔ قبلی داریم:

$$\vec{E}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲\Rightarrow\vec{E}=\vec{E}_۱+\frac{\vec{E}}{۴}\Rightarrow\vec{E}_۱=\frac{۳\vec{E}}{۴}$$

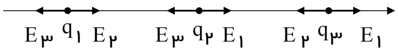
حال طبق رابطهٔ $E=\dfrac{kq}{r^۲}$ برای مقایسهٔ دو میدان داریم:

$$\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{q_۲}{q_۱}\times\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲\rightarrow\frac{\frac{E}{۴}}{\frac{۳E}{۴}}=\frac{q_۲}{q_۱}\times\left(\frac{\frac{r}{۳}}{\frac{۲r}{۳}}\right)^۲\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{q_۲}{q_۱}\times\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{q_۲}{q_۱}=\frac{۴}{۳}$$

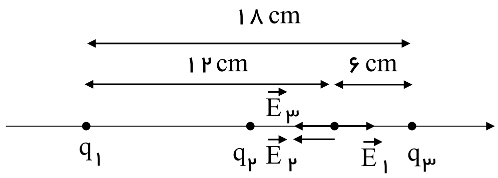
از طرفی چون میدان هر دو بار در دو نقطهٔ A هم‌جهت است.

۲۱ - گزینه ۳ چون هر سه بار در حال تعادل هستند میدان‌ها را در محل بارها رسم می‌کنیم. باید میدان الکتریکی برایند در محل هر بار صفر شود. (درواقع دو میدانی که در نقطه داریم باید یکدیگر را خنثی کنند.)

با توجه به شکل متوجه می‌شویم که q_2 منفی باید باشد تا E_3 در محل بار q_1 و E_1 در محل بار q_3 را خنثی کند.



حال میدان‌های الکتریکی در نقطهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

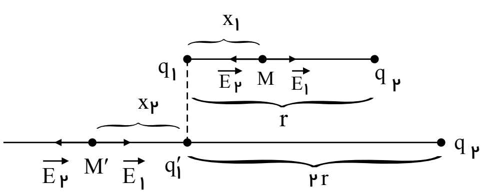


$$E_1=k\frac{|q_1|}{r^2}=9\times10^9\,\frac{2\times10^{-9}}{(12\times10^{-2})^2}=0{,}125\times10^4\,\frac{N}{C}$$

$$E_3=k\frac{|q_3|}{r^2}=9\times10^9\,\frac{8\times10^{-9}}{(6\times10^{-2})^2}=2\times10^4\,\frac{N}{C}$$

مجموع E_2 و E_3 که در یک جهت هستند از E_1 بزرگ‌تر است. بنابراین برایند سه میدان در جهت منفی محور x خواهد بود. توجه کنید اگر E_1 بزرگ‌تر از E_3 بود امکان این وجود داشت تا مجموع E_2 و E_3 میدان E_1 را خنثی کند و میدان برایند صفر شود.

۲۲ - گزینه ۱



در حالت اول چون دو بار مثبت هستند نقطهٔ M که برآیند میدان‌ها در آن صفر است باید بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر یعنی q_1 باشد.

حالت اول: $E_1=E_2\to k\frac{|q_1|}{x_1^2}=k\frac{|q_2|}{(r-x_1)^2}\to\frac{2\times10^{-6}}{x_1^2}=\frac{32\times10^{-6}}{(r-x_1)^2}$

$$\frac{1}{x_1^2}=\frac{16}{(r-x_1)^2}\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{1}{x_1}=\frac{4}{r-x_1}\to r-x_1=4x_1\to x_1=\frac{1}{5}r$$

در حالت دوم چون علامت بارها مختلف است، نقطهٔ M' که برآیند میدان‌ها در آن صفر است باید خارج دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر یعنی q_1' باشد.

حالت دوم: $E_1=E_2\to k\frac{|q_1|}{x_2^2}=k\frac{|q_2|}{(2r+x_2)^2}$

$$\to\frac{2\times10^{-6}}{x_2^2}=\frac{32\times10^{-6}}{(2r+x_2)^2}\to\frac{1}{x_2^2}=\frac{16}{(2r+x_2)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{1}{x_2}=\frac{4}{2r+x_2}\to 2r+x_2=4x_2\to x_2=\frac{2}{3}r$$

با توجه به شکل فاصلهٔ M تا M' برابر $x_1+x_2=\frac{1}{5}r+\frac{2}{3}r=\frac{13}{15}r$ است.

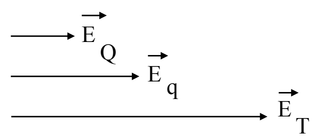
۲۳ - گزینه ۳ با حذف بار q، در نقطهٔ O تنها میدان حاصل از بار Q را داریم بنابراین میدان برآیند همان میدان حاصل از Q است:

$$E_Q=50\frac{N}{C}$$

دو حالت وجود دارد:

۱) اگر $\vec{E}_Q$ و $\vec{E}_q$ هم‌جهت باشند: (در این‌صورت یکی از بارها مثبت و دیگری منفی است.)

$$E_T=E_Q+E_q\to 200=50+E_q\to E_q=150\frac{N}{C}$$

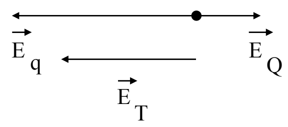


چون $E_q>E_Q$ است با توجه به فاصلهٔ یکسان هر دو بار از نقطهٔ O، نتیجه می‌گیریم: $|q|>|Q|$

۲) اگر $\vec{E}_Q$ و $\vec{E}_q$ در خلاف جهت هم باشند. (دراین‌صورت علامت دو بار یکسان است.)

فیزیک کنکور

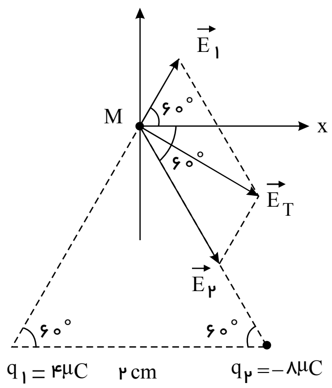
$$E_T = E_q - E_Q \rightarrow ۲۰۰ = E_q - ۵۰ \rightarrow E_q = ۲۵۰\frac{N}{C}$$



باز هم $E_q > E_Q$ شد بنابراین $|q| > |Q|$

چون هر دو حالت امکان‌پذیر است در مورد هم‌نام یا ناهم‌نام بودن بارها نمی‌توانیم با قطعیّت صحبت کنیم ولی در هر دو حالت نتیجه گرفتیم $|q|$ از $|Q|$ بزرگ‌تر است.

۲۴ - گزینه ۲



ابتدا اندازهٔ میدان الکتریکی ناشی از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را در نقطهٔ M می‌یابیم:

$$E_۱ = k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{۴ \times ۱۰^{-۶}}{۲^۲} = ۹ \times ۱۰^۳ \frac{N}{C}$$

$$E_۲ = k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{۸ \times ۱۰^{-۶}}{۲^۲} = ۱۸ \times ۱۰^۳ \frac{N}{C}$$

حال میدان‌های $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ را به‌صورت برداری می‌نویسیم:

$$\vec{E}_۱ = E_۱ \cos ۶۰^\circ \vec{i} + E_۱ \sin ۶۰^\circ \vec{j} = ۹ \times ۱۰^۳ \times \frac{۱}{۲}\vec{i} + ۹ \times ۱۰^۳ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}\vec{j} \frac{N}{C}$$

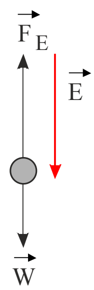
$$\vec{E}_۲ = E_۲ \cos ۶۰^\circ \vec{i} - E_۲ \sin ۶۰^\circ \vec{j} = ۱۸ \times ۱۰^۳ \times \frac{۱}{۲}\vec{i} - ۱۸ \times ۱۰^۳ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}\vec{j} \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ = (۱۳/۵\,\vec{i} - ۴/۵\sqrt{۳}\,\vec{j}) \times ۱۰^۳ \frac{N}{C}$$

۲۵ - گزینه ۲ ذره دارای جرم و بار الکتریکی می‌باشد، در نتیجه به آن دو نیروی وزن و الکتریکی وارد می‌شود. ذره دارای تندی ثابت است، بنابراین طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی کار برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین دو نیروی وزن و الکتریکی یکدیگر را خنثی کرده‌اند. در نتیجه، نیروی الکتریکی باید رو به بالا باشد و از آنجایی که جهت میدان خلاف جهت نیروی وارد بر ذره با بار منفی است، جهت میدان به سمت پایین می‌باشد.

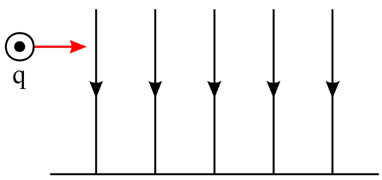
$$F_E = W \Rightarrow |q|\, E = mg$$

$$\Rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{۱۴۴ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰}{۳/۲ \times ۱۰^{-۶}} = ۴۵۰ \times ۱۰^۳ \frac{V}{m} = ۴۵۰\frac{kV}{m}$$

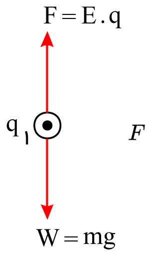


۲۶ - گزینه ۱

یک شکل بکشیم، ببینیم چه شد؟



به این بار الکتریکی منفی یک نیروی وزن از طرف زمین به‌سمت پایین و یک نیروی الکتریکی از طرف میدان و در خلاف جهت میدان (به‌سمت بالا) وارد می‌شود. طبق سخن گهربار جناب نیوتن $\sum F = ma$ بنابراین با توجه به شکل برای ذرهٔ باردار داریم:

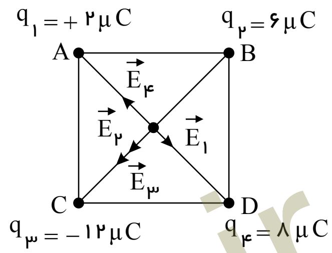


$$F-\omega=ma \xrightarrow[mg=\omega]{Eq=F} Eq-mg=ma$$

$$\rightarrow ۲۰۰\times ۲۵\times ۱۰^{-۶}-۱\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰=۱\times ۱۰^{-۳}\times a\Rightarrow a=-۵\frac{m}{s^{۲}}$$

علامت منفی شتاب یعنی جهت شتاب به‌سمت پایین است. اگر در ذهنتان سؤال شد که چرا به‌صورت افقی پرتاب می‌کنیم، می‌گوییم اگر هر جور دیگر هم بار رو پرتاب می‌کردیم، باز طبق قانون نیوتون به همین روش محاسبه می‌شد و در جواب تست تأثیر نداشت.

۲۷ - گزینه ۴ ابتدا فاصلهٔ هر بار را از مرکز مربع به دست می‌آوریم:

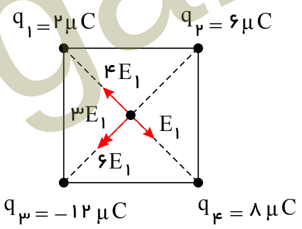


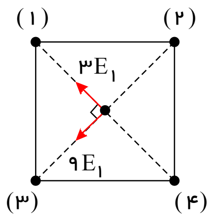
$$\begin{cases} \overset{\triangle}{ABC}: \overline{BC}^{۲}=\overline{AB}^{۲}+\overline{AC}^{۲}\Rightarrow \overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{۱۸})^{۲}+(\sqrt{۱۸})^{۲}}=۶cm \\ \overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=\frac{\text{قطر}}{۲}=\frac{\overline{BC}}{۲}=\frac{۶}{۲}=۳cm \end{cases}$$

بزرگی میدانی را که بار نقطه‌ای $q_۱$ در مرکز مربع ایجاد می‌کند E می‌نامیم و اندازهٔ میدان‌های ناشی از بارهای دیگر را برحسب آن به دست می‌آوریم. پس داریم:

$$\begin{cases} \Rightarrow E_۱=E \\ \Rightarrow \frac{|q_۲|}{|q_۱|}=\frac{۶}{۲}=۳\Rightarrow E_۲=۳E_۱=۳E \\ \Rightarrow \frac{|q_۳|}{|q_۱|}=\frac{۱۲}{۲}=۶\Rightarrow E_۳=۶E_۱=۶E \\ \Rightarrow \frac{|q_۴|}{|q_۱|}=\frac{۸}{۲}=۴\Rightarrow E_۴=۴E_۱=۴E \end{cases}$$

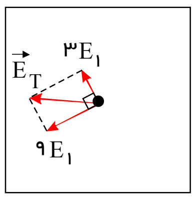
باتوجه به شکل ابتدا برایند دو بردار $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۴$ و همچنین دو بردار $\vec{E}_۲$ و $\vec{E}_۳$ را به دست می‌آوریم:





$$\begin{cases} ۴\vec{E}_۱\,,\,\vec{E}_۱ \ \text{برایند} =۴E_۱-E_۱=۳E_۱ \\ ۶\vec{E}_۱,۳\vec{E}_۱ \ \text{برایند} =۶E_۱+۳E_۱=۹E_۱ \end{cases}$$

حال E_T را به دست می‌آوریم:



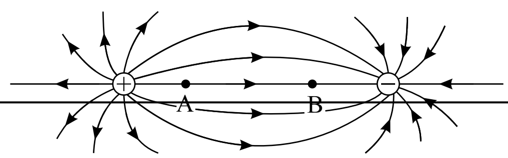
$$\Rightarrow E_T^{۲}=(۹E_۱)^{۲}+(۳E_۱)^{۲}$$

$$\Rightarrow E_T=\sqrt{۸۱E_۱^{۲}+۹E_۱^{۲}}=\sqrt{۹۰E_۱^{۲}}$$

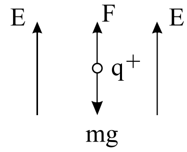
$$\Rightarrow E_T=۳E_۱\sqrt{۱۰}\xrightarrow{E_۱=\frac{k|q_۱|}{r^{۲}}}E_T=۳\times\sqrt{۱۰}\times\frac{۹\times ۱۰^{۹}\times ۲\times ۱۰^{-۶}}{۹\times ۱۰^{-۴}}\Rightarrow E_T=۶\sqrt{۱۰}\times ۱۰^{۷}\frac{N}{C}$$

۲۸ - گزینه ۳

شکل روبه‌رو خطوط میدان الکتریکی دو بار قرینه (مانند $+q$ و $-q$) را نشان می‌دهد.



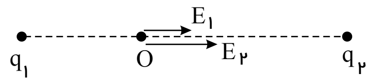
$$F = mg \Rightarrow Eq = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{q} = \frac{12 \times 10^{-3} \times 10}{120 \times 10^{-6}} = 10^{3} N/C$$



۳۰ـ گزینه ۲

$$E_0 = E_1 + E_2 = \frac{kq_1}{r^2} + \frac{k|q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9}{r^2}(5 \times 10^{-9} + 12 \times 10^{-9})$$

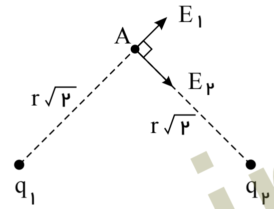
$$\Rightarrow 17 \times 10^4 = \frac{9 \times 10^9}{r^2} \times 17 \times 10^{-9} \Rightarrow r^2 = 9 \times 10^{-4} \Rightarrow r = 3 \times 10^{-2} m$$



$$E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-9}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{5}{2} \times 10^4 N/C$$

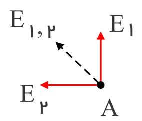
$$E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 12 \times 10^{-9}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 6 \times 10^4 N/C$$

$$\xrightarrow[\text{عمود بر هم}]{E_1 \text{ و } E_2} E_A = 10^4\sqrt{(\frac{5}{2})^2 + 6^2} = 6{,}5 \times 10^4 N/C$$

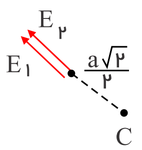


۳۱ـ گزینه ۴ در میدان یکنواخت، خط موازی، صاف و هم‌فاصله هستند.

۳۲ـ گزینه ۲



$$E_1 = E_2 = \frac{k(2)}{a^2} \Rightarrow E_{1,2} = 2\sqrt{2}\frac{k}{a^2}$$



$$E_1 = E_2 = \frac{k(2)}{(\frac{a\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{4k}{a^2} \Rightarrow E_{1,2} = 2 \times \frac{4k}{a^2} = 8\frac{k}{a^2}$$

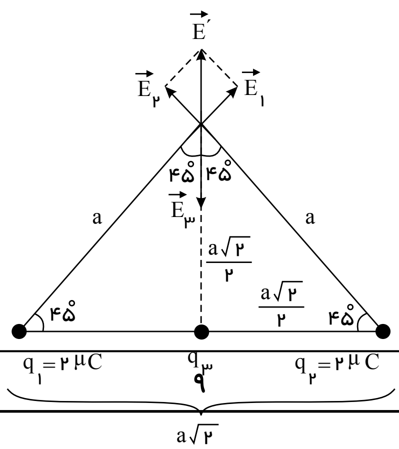
خواستهٔ سؤال : $\dfrac{8\frac{k}{a^2}}{2\sqrt{2}\frac{k}{a^2}} = 2\sqrt{2}$

۳۳ـ گزینه ۱ ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی هر یک از بارهای الکتریکی را در رأس قائمهٔ مثلث تعیین می‌کنیم و سپس اندازهٔ برایند میدان‌های الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را برابر با اندازهٔ میدان الکتریکی بار q_3 قرار می‌دهیم. دقت کنید با توجه به شکل، چون بردار $\vec{E}_3$ هم‌راستا و در سوی مخالف برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است، باید بار q_3 منفی باشد.

$$\begin{cases} q_1 = q_2 = 2\mu C \\ r_1 = r_2 = a \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2 = k\frac{q_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = E_2 = \frac{kq_1}{a^2}$$

برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ که زاویهٔ بین آن‌ها 90° است، برابر است با:

$$E' = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \xrightarrow{E_1 = E_2} E' = E_1\sqrt{2}$$

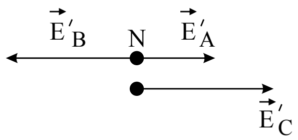


$$E_B = \frac{k|q_B|}{d^۲} \xrightarrow{|q_B = \frac{|q_A|}{۴}} E_B = \frac{k|q_A|}{۴d^۲}$$

$$E_C = \frac{k|q_C|}{d^۲} \xrightarrow{q_C = q_A} E_C = k\frac{q_A}{d^۲}$$

$$E_M = E_C + E_B - E_A = \frac{k|q_A|}{d^۲} + \frac{k|q_A|}{۴d^۲} - \frac{k|q_A|}{۹d^۲} = \frac{۴۱k|q_A|}{۳۶}$$

برای نقطهٔ N داریم:



$$E'_A = \frac{k|q_A|}{(۵d)^۲} = \frac{k|q_A|}{۲۵d^۲}$$

$$E'_B = \frac{k|q_B|}{(۳d)^۲} = \frac{k|q_B|}{۹d^۲} = \frac{k|q_A|}{۳۶d^۲}$$

$$E'_C = \frac{k|q_C|}{d^۲} = \frac{k|q_A|}{d^۲}$$

$$E_N = E'_A + E'_C - E'_B = \frac{k|q_A|}{۲۵d^۲} + \frac{k|q_A|}{d^۲} - \frac{k|q_A|}{۳۶d^۲} = \frac{۹۱۱}{۹۰۰}k|q_A|$$

$$\frac{E_M}{E_N} = \frac{\frac{۴۱}{۳۶}k|q_A|}{\frac{۹۱۱}{۹۰۰}k|q_A|} = \frac{۱۰۲۵}{۹۱۱}$$