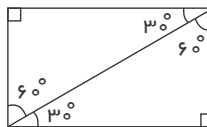


## پاسخنامه تشریحی

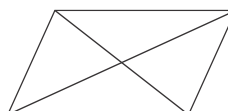
۱ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

برای گزینه‌های ۱ تا ۳ مثال نقض می‌زنیم:

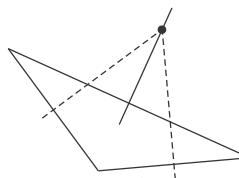
گزینه ۱:



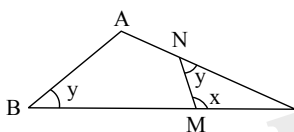
گزینه ۲:



گزینه ۳:



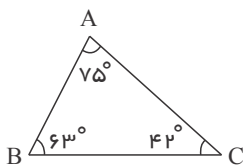
۲ - گزینه ۱



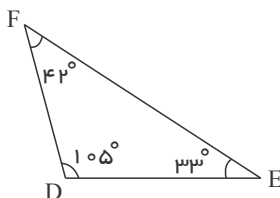
باتوجه به اینکه دو مثلث  $ABC$  و  $MNC$  دو زاویه برابر دارند، زاویه سوم آن‌ها هم با هم برابر است، پس  $\hat{A} = x$  است. به این ترتیب  $\frac{\hat{A}}{B} = \frac{x}{y}$  (در گزینه‌ها وجود ندارد) به احتمال زیاد

مدنظر طراح سؤال نسبت  $\frac{\hat{A}}{\hat{B}}$  بوده است که با گزینه ۱ برابر است.

۳ - گزینه ۲ دو مثلث  $ABC$  و  $EFD$  را رسم می‌کنیم:



$$\hat{C} = 180^\circ - 75^\circ - 63^\circ = 42^\circ$$



$$\hat{E} = 180^\circ - 105^\circ - 42^\circ = 33^\circ$$

نکته: در مثلث هرچه زاویه بزرگ‌تر باشد، ضلع روبه‌رو به آن زاویه نیز بزرگ‌تر خواهد بود.

پس برای  $\triangle ABC$

$$BC > AC > AB :$$

و برای  $\triangle EFD$

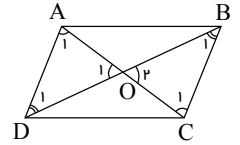
$$EF > DE > FD :$$

$$\overline{EFD} = \overline{FD}$$

فرض:  $\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \\ AB = DC, AD = BC \\ AB \parallel DC, AD \parallel BC \end{cases}$

حکم:  $AC = BD$

فرض:  $\begin{cases} AB \parallel DC \\ AD \parallel BC \end{cases}$  حکم:  $\begin{cases} AD = OC \\ BO = OD \end{cases}$



$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC, \text{ مورب } \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \\ AB \parallel DC, \text{ مورب } \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AD = BC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض)}} \triangle AOD \cong \triangle BOC \Rightarrow \begin{cases} AO = OC \\ BO = OD \end{cases}$$

۶ - الف)

$$\left. \begin{array}{l} AH = HB \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ PH = PH \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض)}} \triangle AHP \cong \triangle BHP \Rightarrow AP = PB$$

ب) چون استدلالی که آوردیم برای هر نقطه‌ی دیگر نیز صدق می‌کند.

۷ -

$$\frac{4}{x-1} = \frac{5}{10} = \frac{8}{x+7} \Rightarrow \frac{4}{x-1} = \frac{5}{10} \Rightarrow 5x - 5 = 40$$

$$5x = 45 \Rightarrow x = 9$$

$$\frac{5}{10} = \frac{8}{x+7} \Rightarrow 5x + 35 = 80 \Rightarrow 5x = 45 \Rightarrow x = 9$$

یا می‌توان نوشت:

در این صورت اندازه‌ی اضلاع مثلث MNP به صورت ۸، ۱۰ و ۱۶ است. در نتیجه:

$$MNP \text{ محیط مثلث } = 16 + 10 + 8 = 34$$

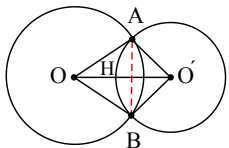
$$\frac{MN = MP, ON = OP}{\triangle MOP \cong \triangle MNO} \quad \text{فرض} \quad \text{حکم} \quad \text{۸ -}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{شعاع دایره } : ON = OP \\ \text{فرض مسئله } : MN = MP \\ \text{ضلع مشترک } : OM = OM \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle MOP \cong \triangle MNO$$

۹ - گزینه ۳ اولی دروغگو است (چون اگر راستگو باشد نمی‌گوید همه‌ی ما دروغ گوئیم) پس این حرف اولی که هیچ کس غیر ما سه نفر در این اتاق نیست، دروغ است. پس تعداد افراد اتاق بیش از سه نفر است. همچنین این که «همه‌ی ما دروغ گوئیم» دروغ است. پس بین افراد راستگو هم وجود دارد. پس نفر دوم راست گفته است ← نفر دوم راستگو است و چهار نفر در اتاق هستند ← سومی دروغگو است (چون گفته ما پنج نفریم) ← «بین ما سه دروغگو هست»، دروغ است ← اولی و سومی که دروغگو هستند دومی هم راستگو است پس نفر چهارم هم باید راستگو باشد ← ۴ نفر، ۲ دروغگو در اتاق هستند.

۱۰ - گزینه ۲

ممکن است دو دایره شعاع برابر نداشته باشند، چون در صورت سؤال اطلاعی در مورد شعاع دایره داده نشده است. باتوجه به شکل به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم.



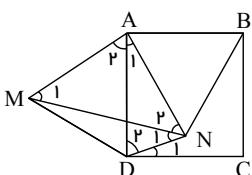
(a) نادرست؛ ممکن است شعاع‌ها برابر نباشد.

(b) درست؛ باتوجه به هم‌نهشتی دو مثلث AOH و BHO می‌توان نشان داد که OO' عمود منصف AB است.

(c) درست؛ از هم‌نهشتی دو مثلث AOO' و BBO' ثابت می‌شود.

(d) نادرست؛ در صورت مساوی نبودن شعاع، AB نیمساز  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  نیست.

۱۱ - گزینه ۱



برای راحتی زاویه MND را با  $\hat{N}_1$  نشان می‌دهیم:

زاویه  $\widehat{A}_1$  برابر است با  $30^\circ = 90^\circ - 60^\circ$  اختلاف زاویه مربع و مثلث متساوی الاضلاع) زاویه  $\widehat{A}_2$  برابر است با  $60^\circ$  (زاویه مثلث متساوی الاضلاع).

مثلث  $AMN$  متساوی الساقین است، پس  $\widehat{M}_1 = \widehat{N}_2$  و زاویه رأس آن  $(\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2) = 90^\circ$  است، پس  $\widehat{M}_1 = \widehat{N}_2 = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$ ، از طرفی مثلث  $ADN$  هم متساوی الساقین

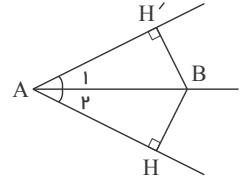
است با زاویه رأس  $\widehat{A}_1 = 30^\circ$  و در نتیجه  $\widehat{N}_1 + \widehat{N}_2 = \widehat{D}_2$  برابر هستند.

$$\widehat{N}_1 + \widehat{N}_2 = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{N}_1 + \widehat{N}_2 = 75^\circ \xrightarrow{\widehat{N}_2 = 45^\circ} \widehat{N}_1 = 30^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ نیمساز} \\ AB = AB \text{ ضلع مشترک} \\ \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وز}} \triangle ABH \cong \triangle ABH'$$

۱۲ - گزینه ۱



abadgaranedu.ir