

## پاسخنامه تشریحی

- ۱ - گزینه ۳ مفهوم گزینه‌ی ۳: عمری در این زندان خاک زندگی کرده‌ام، حاصل به جز ندامت و پشیمانی نبود.  
در گزینه‌ی ۱ (۱ و ۲ و ۴) اشاره دارد به این که جهان هستی و پدیده‌های آن در حرکت و تلاش هستند تا به کمال برسی و روزی خود را به دست آوری.
- ۲ - گزینه ۱ معنی عبارت: هر چیزیه ریشه خود بازمی‌گردد. / پیام سه گزینه دیگر هم، مانند عبارت، «بازگشت به اصل» است که باتوجه به مضمون عرفانی عبارت و گزینه‌ها می‌توان آن را «بازگشت به سوی خدا» تعبیر کرد. هرچند گزینه ۲ هم به ارتباط اصل و فرع اشاره می‌کند، تقریباً مفهومی عکس مفهوم صورت سؤال دارد؛ گزینه ۲ (اصل را پیرو فرع می‌داند، چنان که مادر (اصل) جویای فرزند (فرع) معرفی شده است.
- ۳ - گزینه ۳ در سایر ابیات، این نکته آمده است که افراد سطحی و خام، سوز دل عارفان و اندیشمندان را در نمی‌یابند.
- ۴ - گزینه ۴ در گزینه ۴ عین ایهام تناسب دارد به دو معنی: ۱- چشم × ۲- شباهت ✓ که در معنای چشم حضور ندارد ولی با ابرو ایهام می‌سازد. و نیز شاعر خود را به چشم و ابروی معشوق تشبیه کرده است.  
بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱: پارادوکس: از راه کفر به ایمان رسیدن / حس‌آمیزی ندارد.  
گزینه ۲: اغراق: یک جرعه صد صوفی را مست می‌کند / تشبیه ندارد.  
گزینه ۳: اسلوب معادله: مصراع دوم مثالی برای مصراع نخست است / تضاد ندارد.
- ۵ - گزینه ۱ مفاهیمی از متن که در گزینه‌ها مطرح شده بدین صورت است.  
بخشندگی و خطا پویشی (گزینه دوم)، سزاوار خدایی بودن (گزینه سوم)، غیرقابل تصوّر و درک بودن (گزینه چهارم)
- ۶ - گزینه ۱ هر کس به حقیقت عشق برسد دیگر از او اثری و خبری نمی‌آید (فنا فی الله)
- ۷ - گزینه ۳ مفهوم گزینه ۳: بی‌خبری عاشقانه  
مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: هرکسی محرم راز عشق نیست.
- ۸ - گزینه ۳ در بیت صورت سؤال توجه و عنایت معشوق باعث کمال و زیبایی حقیقی می‌شود که ماندگار است، همین مفهوم در گزینه ۳ دیده می‌شود؛ که رفتن بدون همراهی یار باطل است و ارزشی ندارد و هرچه تلاش هم کنیم ارزشی ندارد.
- ۹ - گزینه ۱ چون در هر دو به این نکته اشاره شده است که عاشق واقعی، چنان از خود بی‌خود می‌شود که در مورد معشوق سخنی نمی‌گوید:  
هر که را اسرار حق آموختند مَهر کردند و دهانش دوختند.
- ۱۰ - گزینه ۱ کسی را که خدا عزیز گرداند همه مردم جهان نمی‌توانند او را خوار کنند.
- ۱۱ - گزینه ۲ مفهوم بیت سوال «خاموشی عاشقانه» است. گزینه ۲، هم چنین مفهومی دارد. در سایر گزینه‌ها، گزینه ۱ به این موضوع اشاره دارد که عشق، کمال بخش است و عاشق را از مرتبه پست به جایگاه والا می‌رساند. در گزینه ۳ سخن از شورانگیزی عشق و دعوت به عشق‌ورزی است و شاعر به این نکته اشاره می‌کند که عشق، دشواری‌ها را آسان و تلخی‌ها را شیرین می‌کند. گزینه ۴ بر غیرت عاشقانه تأکید دارد.
- ۱۲ - گزینه ۳ در سایر گزینه‌ها: «نگیرد» و «نمیرد» - «سر» و «زر» - «آرد» و «دارد» سجع اند.
- ۱۳ - گزینه ۴ سایر گزینه‌ها به فاش نشدن راز درون پرده‌ی عشق اشاره دارد.
- ۱۴ - گزینه ۱ کُل شیء یرجع الی اصله: هر چیزی سرانجام به اصل خود بازمی‌گردد که در بیت ۱ شاعر دل را قطره‌ای از دریای عشق می‌داند که اشک از راه چشم به این دریای عشق بازمی‌گردد.
- ۱۵ - گزینه ۳ محمد بهمین بیگی در شرح حال خود می‌نویسد که من هم چون شاهین تیزبال آزاد و رها بودم ولی بعد از استخدام در بانک ملی به یک موجود انگلی تبدیل شدم و به گوشه‌ای خزیدم که با مفهوم گزینه‌ی ۳ مطابقت دارد.
- ۱۶ - گزینه ۲ در گزینه ۱: «لای»، حرف عطف، در گزینه ۳: «لای» بر سر فعل آمده و حرف نفی است، در گزینه ۴: «لای» بر سر اسم معرفه «انفاق» آمده است و نفی جنس نیست.
- ۱۷ - گزینه ۲ «مُبْتَسماً» اسم فاعل و نکره است که حال محسوب می‌شود و حالت را بیان می‌نماید، دقت کنید که «علیّاً» اسم علم و معرفه است، اسم‌های علم حتی وقتی تنوین می‌گیرند، همچنان معرفه باقی می‌مانند و نکره نمی‌شوند.
- ۱۸ - گزینه ۳ تشریح سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱: «مفرد: القمیل» نادرست است. مفرد آن، «العامل» به معنای «کارگر» است.  
گزینه ۲: «من مصدر: تردّد» (از باب تفعّل) درست است.  
گزینه ۴: «معرّب» نادرست است، زیرا حروف همگی مبنی هستند.
- ۱۹ - گزینه ۲ تشریح گزینه‌های دیگر:
- گزینه ۱: «مبتدأ» نادرست است. مضاف الیه صحیح است.  
گزینه ۳: «فاعل» نادرست است، باید توجه داشت که فعل «لا یُذکر» مجهول است، بنابراین فاعل ندارد، بلکه نایب فاعل دارد.  
گزینه ۴: «معرفة» نادرست است، زیرا از اقسام معارف نیست و نکره محسوب می‌شود.
- ۲۰ - گزینه ۴ «بعض الناس»: برخی (از) مردم، بعضی (از) مردم / «بیتصورون»: گمان می‌کنند، به تصور می‌آورند / «أُن»: که / «انطوی»: به هم پیچیده شد (شده است) / «عالم اکبر»: جهانی بزرگتر
- ۲۱ - گزینه ۱ تشریح گزینه‌های دیگر:
- گزینه ۲: «لَلنّفی - خبر ...» نادرست است. (دقت کنید «ما» برای منفی کردن نیامده است و در این جا به معنی «چیزی که، آن‌چه که» است.)  
گزینه ۳: «مجرّد ثلاثی» نادرست است.

گزینه ۴: «خبر» نادرست است، مبتدای مؤخر برای جمله اسمیه است.

۲۲ - گزینه ۲ نکته: «لم» بر سر فعل مضارع آن را به ماضی منفی یا ماضی نقلی منفی تبدیل می‌کند.

«یزعم» (در اینجا) گمان می‌کنند / «قاموا بواجباتهم»: تکالیفشان را انجام داده‌اند (رد گزینه ۳) / «أمام أولادهم»: در برابر فرزندانشان / «لم تتحقق»: محقق نشده است (رد گزینه ۱) / «غایبتم»: هدفشان (رد گزینه ۴)

۲۳ - گزینه ۲ ترجمه «لِیَعْلَمَ» (آخر فعل مجزوم شده است) به صورت «باید بداند» صحیح است. «لام» بر سر «لِیَعْلَمَ» آن را به امر غایب تبدیل می‌کند و معنی «باید» به آن اضافه می‌کند.

۲۴ - گزینه ۴ «إِنَّ» همانا، بی گمان / «ذو فضل»: دارای بخشش، صاحب فضل / «علی الناس»: بر مردم / «ولکن»: ولی، اما / «أكثر الناس»: بیشتر مردم / «لا یشکرون»: شکرگزاری نمی‌کنند.

۲۵ - گزینه ۴ تغییرت ← باب تفعّل ← لازم ← به معنای «تغییر کرد»

۲۶ - گزینه ۱ «یا أختی»: (أخت + ین + ی: مثنی) ای خواهرانم (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / «اعلمنا»: بدانید (رد سایر گزینه‌ها) / «أن»: که / «قد نزل»: (قد + ماضی = ماضی نقلی) نازل کرده است (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / «تنزیلاً»: (مفعول مطلق تأکیدی) قطعاً، بی‌شک، بدون تردید / «فَهَدَى»: پس هدایت کرد (رد گزینه‌های ۲، ۳، ۴) / «به»: با آن، به وسیله آن (رد گزینه ۳)

۲۷ - گزینه ۱ «لا» در این عبارت «نفی» است ← آیا نمی‌دانی؟

ورزش به انواعش برای انسان و به خصوص کودکان مفید است و تأثیر زیادی بر پرورش فکری و جسمی‌شان دارد. آن به ما کمک می‌کند تا چیزهای درست زیادی به دست آوریم و به ما صبر و تحمل و پذیرش شکست با روحیه‌ای ورزشی را یاد می‌دهد. ورزش ماهیچه‌ها را قوی می‌کند و کار اعضا داخلی را بهبود می‌بخشد.

بیشتر مدرسه‌ها به زنگ ورزش اهمیت می‌دهند و مدیران مدارس معتقدند که ورزش، مغز را فعال کرده و بدن را قوی می‌کند. بیشتر ورزش‌ها کودکان را در جهت مهارت‌های مهمی مانند روحیه فعالیت گروهی و ملزم بودن به وقت و تحمل مسئولیت، آموزش می‌دهند و این به آن‌ها کمک می‌کند تا درست تربیت شوند و از عادت‌های زشت و دوستان ناباب دورشان می‌کند. حضور در تیم‌های ورزشی فرصت مناسبی برای دانش آموزان است تا بدانشان را پرورش داده و ذهن‌هایشان را فعال کنند.

۲۸ - گزینه ۴ ترجمه گزینه درست: از فوائد ورزش، تحمل کردن و پذیرفتن شکست است.

ترجمه گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: ورزش فقط برای کودکان مفید است.

گزینه ۲: هر کس ورزش نکند، مسؤلیت تحمل نمی‌کند.

گزینه ۳: مدیران مدرسه‌ها به ورزش اهمیت نمی‌دهند.

۲۹ - گزینه ۲ دوازده جمع مکسر در متن وجود دارد.

«أنواع، الصغار، فوائد، الأعضاء، المدارس، مُدراء، الأطفال، الأقرقة، الطلاب، أجسام، أذهان، أشياء»

۳۰ - گزینه ۲ ترجمه عبارت به طور کامل:

بی گمان ورزش به تقویت ماهیچه‌ها کمک می‌کند؛ ولی در نظر برخی از مردم بی‌ارزش شمرده می‌شود.

ترجمه گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: مغز را فعال می‌کند.

گزینه ۳: به تربیت سالم کمک می‌کند.

گزینه ۴: فرصت مناسبی برای رشد بدن‌های کودکان و فعال کردن ذهنشان است.

نکته: به دلیل وجود حرف مشبیه بالفعل «لکن»، ادامه عبارت باید معنای منفی در مورد ورزش بدهد.

۳۱ - گزینه ۲ علت متفاوت بودن رابطه جهان با خدا با رابطه مسجد با بنا در این است که بنا نه اجزای مسجد را پدید آورده و نه خواص اجزاء آن را. کار بنا فقط جابه‌جا کردن مواد و چینش آن‌هاست و بنا به ساختمان وجود نداده است اما رابطه خداوند با جهان شبیه رابطه مولد برق با جریان برق است که هر لحظه و همواره و در هر آن به خداوند نیازمند است.

۳۲ - گزینه ۲ گزینه ۱: در صورتی درست است که: چون خداوند نامحدود است فرض هر گونه «چیستی» برای او محدود کردن است.

گزینه ۳ این‌طور صحیح است که: به علت محدود بودن ذهن ما نمی‌توانیم تصور امور نامحدود مثل خداوند را داشته باشیم.

گزینه ۴ به این صورت صحیح است که: عدم توانایی درک چیستی خداوند «معلول» نامحدود بودن اوست.

۳۳ - گزینه ۲ دقت کنید که ذات خدا قابل شناخت نیست اما ذات آسمان و زمین که محدوداند قابل شناخت است. همچنین ما می‌توانیم صفات و اسماء خدا را هم بشناسیم.

۳۴ - گزینه ۲ این که گفته می‌شود «توجه مخلوقات خواسته یا ناخواسته به سوی خداست»، در صورتی درست است که خداوند را بی‌نیاز و غنی بدانیم که از هر جهت کامل و بی‌نیاز باشد و شایستگی بر طرف کردن نیاز مخلوقات را داشته باشد لذا معنای «صمد» در آیه «الله الصمد» بیانگر بی‌نیازی و غنی بودن خداوند است.

۳۵ - گزینه ۴ با توجه به آیه «ای کسانی که ایمان آورده‌اید دشمن من و دشمن خودتان را دوست نگیرید و با آنان مهربانی نکنید (ابزار دوستی با دشمنان جرأت آنان را در مقابل مؤمنان بیشتر می‌کند) حال آنکه به دین حقی که برای شما آمده است کفر ورزیده‌اند.

۳۶ - گزینه ۴ ریشه بت پرستی و شرک جدید ان است که برخی از انسان‌ها در عین قبول داشتن خداوند دین و دستورات دینی را در متن زندگی خود وارد نمی‌کنند و بر عکس تمایلات دنیوی و نفسانی خود را اصل قرار می‌دهند.

۳۷ - گزینه ۲ خداوند تنها بی‌نیاز ستوده است و این در عبارت «وَاللَّهُ هُوَ الْغَنِيُّ الْخَمِيدُ» بیان شده است.

۳۸ - گزینه ۱ دقت شود که سنت ابتلا با کلید واژه فتنه در آیه «وَمِنَ النَّاسِ مَن يُعِذُّ اللَّهَ عَلَيَّ؟ حَرْفٌ؟ فَإِنْ أَصَابَهُ خَيْرٌ اطْمَأَنَّ بِهِ؟ وَإِنْ أَصَابَتْهُ فَتْنَةٌ انْقَلَبَ عَلَيَّ؟ وَجْهٌ خَيْرٌ الدُّنْيَا وَالْآخِرَةِ؟ ذَلِكُمْ هُوَ الْخُسْرَانُ الْمُبِينُ: از مردم کسی هست که خداوند را بر یک جانب و کناره‌ای [تنها به زبان و هنگام وسعت و آسودگی] عبادت و بندگی می‌کند. پس اگر چیزی به او برسد، دلش به آن آرام می‌گیرد و اگر بلایی

به او برسد، از خدا رویگردان می‌شود. او در دنیا و آخرت (هر دو) زیان می‌بیند. این همان زیان آشکار است؛ اشاره شده است و رویگردانی از خدا، واکنش عابدان از روی تردید برابر فتنه‌ها و ابتلائات است.

۳۹ - گزینه ۲ برترین عبادت: تفکر مداوم درباره خدا ← ثمره: شکوفایی استعدادها

۴۰ - گزینه ۲ اگر قرار باشد همه فقط خواسته‌ها و تمایلات دنیوی خود را دنبال کنند و تنها منافع خود را محور فعالیت اجتماعی قرار دهند (دور شدن مردم یک جامعه از توحید)، موجب می‌شود تا سخنی از حاکمیت خداوند و فرمان‌های او نباشد؛ بلکه سخن از حاکمیت طاغوت و دستوره‌های اوست اینکه افراد جامعه خود تأثیر گذارند و جامعه نیز بر افراد تأثیر متقابل دارد، به رابطه دو سویه میان توحید فردی و اجتماعی اشاره می‌کند.

۴۱ - گزینه ۳ موجودات جهان همواره و پیوسته و دائمی و در هر آن به خدا نیازمند هستند و این گونه به پیشگاه او عرض نیاز می کنند. «ما چو ناییم و نوا در ما ز توست / ما چو کوهیم و صدا در ما ز توست» مولوی در این بیت موجودات را به یک نی تشبیه می کند که صدای درون آنها به نوای پیوسته صاحب آن وابسته است. هم چنین موجودات را به کوهی تشبیه می کند که ماندن صدای آن به فریاد کننده آن وابستگی دائمی دارد.

۴۲ - گزینه ۲ آیه شریفه «إِنَّ اللَّهَ يُسَكِّنُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضَ أَنْ تَزُولَا وَتِلْكَ آيَاتُ الْكِتَابِ لِيَأْتِيَنَّ الَّذِينَ عَمِلُوا الصَّالِحَاتِ مِنْكُمْ وَالَّذِينَ لَا يُؤْمِنُونَ إِلَّا فِي الْحَقِّ وَهُمْ لَا يَعْلَمُونَ» همانا که خداوند نغمه می دارد آسمانها و زمین را از اینکه نابود شوند؛ و اگر بخواهند نابود شوند؛ کسی نمی تواند آنها را حفظ کند مگر خود خداوند، بیانگر نگرانی خداوند از جهان است که مربوط به تدبیر امور جهان بوده و توحید در ربوبیت را می رساند. این آیه به ویژگی پایداری جهان و نگرانی خدا اشاره دارد که به ترتیب بیانگر قدر و قضای الهی است.

۴۳ - گزینه ۴ در سنت استدراج، خداوند علاوه بر مهلت دادن به گمراهان، بر امکانات آنان می افزاید. به طوری که با اصرار خود در فساد و تباهی فرو می روند و قدم به قدم از انسانیت فاصله می گیرند. این سنت الهی حاکم بر زندگی گناهکاران است که در آیه «وَالَّذِينَ كَذَّبُوا بِآيَاتِنَا سَنَسْتَدْرِجُهُمْ مِنْ حَيْثُ لَا يَعْلَمُونَ وَأُمْلَى لَهُمْ إِنَّ كَيْدَ مَتِينٍ» و کسانی که آیات ما را تکذیب کردند، به تدریج گرفتار عذابشان خواهیم کرد، از آن راه که نمی دانند، و به آنها مهلت می دهیم، همانا تدبیر من استوار است، ترسیم شده است.

۴۴ - گزینه ۱ عبادت مقطعی ← در خیر ← «اطمان به ...»

عبادت مقطعی ← در بلا ← «انقلب علی وجهه»

۴۵ - گزینه ۱ حسن فعلی یعنی انسان عمل را از جهت کمیت، کیفیت، زمان، مکان و شیوه همان طوری انجام دهد که خداوند می خواهد، مثلاً اگر خداوند امر فرموده که نماز صبح در دو رکعت و با یک رکوع و دو سجده در هر رکعت و قبل از طلوع آفتاب انجام شود، انسان مؤمن نیز تلاش می کند تا نماز خود را به همین صورت انجام دهد تا صحیح و درست انجام داده باشد.

۴۶ - گزینه ۱ آن گونه که تصور می کنی وارد شدن به دانشگاه های عالی در رشته های خاص آسان نیست، باید بیشترین تلاش را برای کسب جایگاه دکتری در آن کنی.

۱. تصور کردن ۲. تأیید کردن ۳. متعلق بودن ۴. شناسایی کردن

۴۷ - گزینه ۱ چه مدت در این محل زندگی کرده اید؟ فکر کنم شما قدیمی ترین آدمی هستید که در این جا زندگی می کنید.

- زمان حال کامل: زندگی کردن از گذشته شروع شده و تا الان ادامه دارد.

۴۸ - گزینه ۱ این باور وجود دارد که تأسیس افزاینده کارخانه ها در این ناحیه، حیات وحش را به خطر می اندازد. به همین خاطر مردم مقابل دفتر ریاست جمهوری تجمع کردند.

(۱) به خطر انداختن (۲) افزایش دادن (۳) حمایت کردن، محافظت کردن (۴) تقسیم کردن

۴۹ - گزینه ۳ آیا آن مرد بسیار تحریف را به خاطر می آوری که به خاطر عکسی که به او از پدر فوت شده اش نشان داده شد، زد زیر گریه؟

- قبل جای خالی اول اسم انسان (man) داریم با توجه به گزینه ها باید از who استفاده کنیم.

- در جای خالی دوم با توجه به اسم غیر انسان picture باید از ضمیر موصولی which یا that استفاده کنیم.

۵۰ - گزینه ۲ ترجمه جمله: «خانه ای که پدرم اجاره کرده بود خیلی قدیمی ولی راحت بود. بنابراین ما حداقل به مدت ۱۵ سال در آن جا زندگی کردیم تا زمانی که او توانست آپارتمانی بخرد».

نکات مهم درسی

این سؤال در مورد کاربرد کلمات ربط است، با کلمات ربط "and" و "or" و "but" می توان کلمات تکراری را حذف کرد. "but" تناقض را بیان می کند در واقع جمله به صورت "the house was very old, but the house was very comfortable" بوده که با حذف کلمات تکراری جمله: «the house was very old but comfortable» به دست آمده و جمله دوم در واقع نتیجه جمله اول را بیان می کند، بنابراین از کلمه ربط "so" استفاده می کنیم.

۵۱ - گزینه ۲ سیاست های دولت شان در مورد آموزش منتج به مشکلات زیادی برای خانواده ها شده است تا شهریه ها و هزینه های آموزش را بپردازند.

۱. تصور کردن ۲. منتج شدن ۳. بهبود بخشیدن ۴. افزایش دادن

حافظ به عنوان یکی از مشهورترین شاعران فارسی زبان کل دوران شناخته شده است. او چیزی بین سال های ۱۳۱۰ و ۱۳۳۷ میلادی در شیراز متولد شد. در دوران کودکی اش، آموزش دینی دید (کسب کرد). او حافظ نامیده می شود زیرا (در کودکی) قرآن کریم را با قلبش یاد گرفت (حفظ کرد). حافظ بیشتر به خاطر یک نوع خاص شعر به نام غزل معروف است. احساسات و اصول اخلاقی در غزلها زیاد استفاده می شوند. مجموعه اشعارش دیوان نامیده می شود. آن تاکنون به زبان های زیادی از جمله آلمانی، انگلیسی و فرانسوی ترجمه شده است. حافظ به عنوان الهام بخش بسیاری از شاعران و نویسندگان سراسر جهان معروف است.

۵۲ - گزینه ۱ فعل translát (ترجمه کردن) یک فعل متعدی است و نیاز به مفعول دارد اما بعد از آن مفعولی نیامده، پس مجهول است.

عبارت so far از نشانه های ماضی نقلی است.

۵۳ - گزینه ۱

۵۴ - گزینه ۳

۵۵ - گزینه ۳

۵۶ - گزینه ۲

متن ۱:

دکتر دو گری معتقد است که ما می توانیم پیری را کنترل کنیم. او می گوید پیری از آسیب سلول های بدن انسان ناشی می شود و اگر ما سلول های آسیب دیده را تعمیر کنیم، سپس پیری را درمان خواهیم کرد. این بدین معناست که انسان ها قادر خواهند بود ۱۰۰۰ سال و شاید حتی بیشتر زندگی کنند. علاوه بر این او بر این باور است که افرادی که ۱۰۰۰ ساله هستند قوی و سالم، پر از انرژی فیزیکی و روانی (ذهنی) خواهند بود. او فکر می کند که این یک احتمال شگفت انگیز است. برای مثال افراد اغلب ایده ها و چیزهای جدیدی دارند که می خواهند انجام دهند، اما آنها قبل از اینکه بتوانند آنها را به پایان برسانند، می میرند. اگر آنها به مدت ۱۰۰۰ سال بتوانند باور کنند، زمان بیشتری برای تکمیل اهداف خود خواهند داشت. با این حال بسیاری از مردم با عقاید دو گری مخالف هستند. آنها می گویند حتی اگر بتوانیم طول عمر طبیعی انسان را افزایش دهیم، چیز خوبی نخواهد بود. آنها استدلال می کنند که پیری یک بخش طبیعی از تجربه انسانی است. اگر مردم شروع به زندگی طولانی تر کنند، دنیا افراد بیش تری را در خود خواهد داشت. اگر امروزه مردم فقیر و گرسنه زیادی در دنیا وجود داشته باشد، ما چطور می توانیم به همه غذا دهیم؟ آنها می گویند حتی اگر درمان پیری وجود داشته باشد، آنقدر گران خواهد بود که تنها افراد ثروتمند استطاعت آن را خواهند داشت. در نهایت آنها استدلال می کنند که بیشتر مردم نمی خواهند برای آنچنان مدت طولانی ای زندگی کنند. دکتر دو گری درباره این بحث ها نگران نیست. او می گوید همانطور که طولانی تر عمر می کنیم، شانس بیش تری برای حل مشکلات جهان خواهیم داشت. ما هر روز در حال از دست دادن صدهزار نفر در سن پیری هستیم. او می گوید اگر ما بتوانیم پیری را درمان کنیم، ما شانس این را داریم که زندگی ها را نجات دهیم. طبق گفته دکتر گری این مهم ترین چیزی ست که فرد می تواند زمان خود را صرف انجام آن کند.

۵۷ - گزینه ۴ کلمه "afford" که زیر آن خط کشیده شده، نزدیک ترین معنی را به ..... دارد.

گزینه ۴: پرداختن.

۵۸ - گزینه ۳ بر اساس متن، کدام عبارت درست است؟

گزینه ۳: همه آدمها ضرورتاً مشتاق نیستند که به اندازه هزار سال زندگی کنند.

۵۹ - گزینه ۴ کدام یک از موارد زیر در میان دلایلی هست که چرا برخی از دانشمندان مخالف ایده دکتر دو گری هستند؟

گزینه ۴: آن‌ها معتقد هستند که اگر پیری درمان شود، جهان بیش از حد شلوغ خواهد شد.

۶۰ - گزینه ۳ کدام یک از موارد زیر به بهترین شکل کارکرد پاراگراف دوم را در ارتباط با پاراگراف اول توصیف می‌کند؟

گزینه ۳: آن را از طریق حقایق ضرورت چالش توصیف شده در آن پاراگراف (اول) را رد می‌کند.

AbadgaranEdu.ir

## پاسخنامه تشریحی

۶۱ - گزینه ۴

$$\tan 3x \cdot \tan x = 1 \rightarrow \tan 3x = \frac{1}{\tan x} \rightarrow \tan 3x = \cot x \rightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\xrightarrow{x=k\pi+\alpha} 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

۶۲ - گزینه ۴

$$\boxed{\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a} \text{ می دانیم}$$

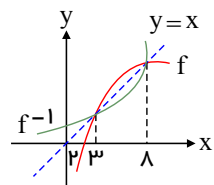
$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4} \Rightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x) \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1 = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi+\alpha} 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

توجه کنید که  $\sin \frac{5\pi}{4} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  است.

۶۳ - گزینه ۴ برای به دست آوردن دامنه‌ی تعریف توابع رادیکالی با فرجه‌ی زوج، کافی است زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهیم.

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \rightarrow x \geq f^{-1}(x)$$



نمودارهای  $f$  و  $f^{-1}$  نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم متقارن هستند و با توجه به  $x \geq f^{-1}(x)$  باید به دنبال فواصلی باشیم که خط  $y = x$  بزرگ‌تر مساوی تابع  $f^{-1}$  باشد یعنی  $[3, 4]$ .

۶۴ - گزینه ۴ روش اول:

$$2x - 3 = t \rightarrow 2x = t + 3 \rightarrow x = \frac{t+3}{2}$$

$$\text{پس: } f(t) = 4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{t+3}{2}\right) + 13 \rightarrow f(t) = (t+3)^2 - 7(t+3) + 13$$

$$\rightarrow f(t) = t^2 + 9 + 6t - 7t - 21 + 13 \rightarrow f(t) = t^2 - t + 1 \rightarrow f(x) = x^2 - x + 1$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مانند  $x = 2$  را انتخاب می‌کنیم.

$$f(2x - 3) = 4x^2 - 14x + 13 \xrightarrow{x=2} f(1) = 16 - 28 + 13 \rightarrow f(1) = 1$$

تنها گزینه‌ی چهارم است که اگر به جای آن عدد یک قرار دهیم حاصل برابر یک می‌شود.

$$\boxed{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha} \text{ می‌دانیم: } ۶۵ - \text{گزینه ۱}$$

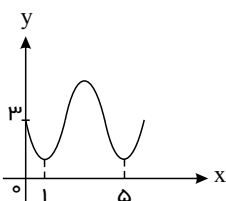
$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

۶۶ - گزینه ۲

با توجه به شکل روبه‌رو به راحتی پی می‌بریم که دوره‌ی تناوب اصلی تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  برابر  $T = 4$  می‌باشد. از طرفی عرض از مبدأ این تابع برابر ۳

$$\text{است یعنی: } f(0) = 3 \rightarrow a = 3$$



توجه کنید دوره‌ی تناوب تابع  $y = \sin kx$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|k|}$  است.

$$y = a + \sin\left(\frac{b\pi x}{k}\right) \Rightarrow \text{دوره‌ی تناوب} = T = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{T=4} \frac{2}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

چون به ازای  $x > 0$ ، تابع ابتدا نزولی می‌باشد، پس مقدار  $b$  منفی می‌باشد، یعنی  $b = -\frac{1}{2}$  است. داریم:

$$y = 3 + \sin\left(-\frac{1}{2}\pi x\right)$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{25}{3}\right) = 3 + \sin\left(-\frac{25}{6}\pi\right) = 3 - \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 3 - \sin\frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = 2.5$$

۶۷ - گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{(1 - \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x(1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

۶۸ - گزینه ۳

$$2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0 \Rightarrow 2 \sin x \cdot \sin x + 3 \frac{\cos x}{\sin x} (-\sin x) = 0$$

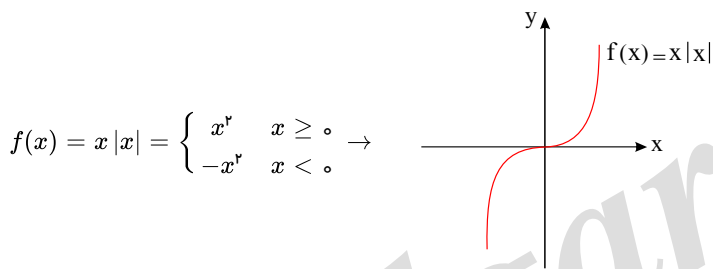
$$\Rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0 \Rightarrow 2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 + 3A - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25 \rightarrow \begin{cases} A = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{1}{2} \\ A = \frac{-3 - 5}{4} = -2 \end{cases}$$

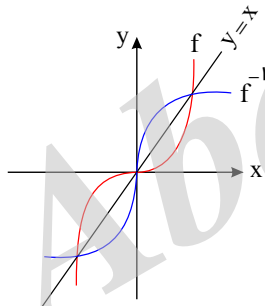
$$A = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$A = -2 \Rightarrow \cos x = -2 \text{ امکان ندارد } (-1 \leq \cos x \leq 1)$$

۶۹ - گزینه ۳



برای رسم تابع معکوس، کافی است قرینه‌ی شکل را نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم، رسم کنیم.



۷۰ - گزینه ۴

$$2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(2 - x) \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c} x \\ \text{عبارت} > 0 \end{array} \quad \begin{array}{ccccccc} -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ | & & | & & | & & | \\ - & & + & & - & & + \end{array} \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$$

حال برای پیدا کردن دامنه‌ی  $f(3-x)$  کافی است  $3-x$  را بین صفر و ۲ قرار دهیم.

$$0 \leq 3-x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq -x \leq -1 \Rightarrow 3 \geq x \geq 1 \Rightarrow x \in [1, 3]$$

البته می‌توانید ابتدا ضابطه‌ی  $f(3-x)$  را به دست آورید و سپس زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهید.

۷۱ - گزینه ۲ می‌دانیم اگر  $f(a) = b$  باشد آن‌گاه  $f^{-1}(b) = a$  است.

$$f^{-1}(g(2a)) = 6 \rightarrow f(6) = g(2a) \rightarrow 3 = \frac{2a}{2a-1} \rightarrow 6a - 3 = 2a \rightarrow 4a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

۷۲ - گزینه ۲

می‌دانیم:  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\tan \frac{2\pi}{3} \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = 1 \Rightarrow \tan\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = 1$$

$$\Rightarrow -\tan \frac{\pi}{3} (-\cos x) = 1 \Rightarrow \sqrt{3} \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \times \frac{1}{3} - 1 = \frac{-1}{3}$$

۷۳ - گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2} \stackrel{\text{بر توان}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2}}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 2\sqrt{x}}{2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 2x}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+2)x}{2x} = \frac{a+2}{2} = \frac{5}{2} \rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3 + \frac{1(4x)}{2\sqrt{4x^2+5}}}{2} = \frac{3 - \frac{1}{6}}{2} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

۷۴ - گزینه ۳ روش اول:

با اِبهام  $\frac{0}{0}$  مواجه هستیم که برای رفع اِبهام از اتحاد چاق ولاغر کمک می‌گیریم  $((a+b)(a^2 + b^2 - ab) = a^3 + b^3)$

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^3 + 10x + 16}{6(2 + \sqrt[3]{x})} \times \frac{4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x}}{4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x}} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+8)(x+2)(4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x})}{6(8+x)(4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+2)(4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x})}{6} = \frac{-6(12)}{6} = -12$$

روش دوم:

از قاعده هوییتال استفاده می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^3 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt[3]{x}} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow -8} \frac{3x + 10}{6\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)} = \frac{-6}{6\left(\frac{1}{12}\right)} = -12$$

۷۵ - گزینه ۳ هرگاه  $0 < x < -1$  باشد، آن‌گاه  $x^3 > x$  خواهد بود. در نتیجه داریم:

$$x^3 > x \Rightarrow x^3 - x > 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^3 - x) = f(0^+) \Rightarrow \text{باید از ضابطه ی بالایی استفاده کنیم}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{1-x} = \sqrt{1-0} = 1$$

گزینه ۲ - ۷۶

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -1 & x \notin \mathbb{Z} \\ 0 & x \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow g(f(x)) = \begin{cases} x \notin \mathbb{Z}: & g(-1) = 1 - 1 - 2 = -2 \\ x \in \mathbb{Z}: & g(0) = -2 \end{cases}$$

پس به ازای هر عدد حقیقی برقرار است.

۷۷ - گزینه ۲ می‌دانیم: اگر  $0 = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$  و هر دو در  $x = a$  مشتق پذیر باشند آن‌گاه روش هوییتال برای رفع اِبهام  $\frac{0}{0}$  به قرار زیر است:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(a)}{g(a)} = \frac{0}{0} \quad H: \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$(x^2 - x - 2)' = (2x - 1) \xrightarrow{x=2} = 3 > 0 \Rightarrow$$

تابع صعودی است پس وقتی  $x \rightarrow 2^-$  آن‌گاه  $x^2 - x - 2 < 0$  یعنی  $|x^2 - x - 2| = -(x^2 - x - 2)$  ابتدا باید قدرمطلق را تعیین علامت کنیم و سپس هوییتال بگیریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|(x+1) \cdot (x-2)|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1) \cdot (x-2)}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x^2 + x + 2}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2x + 1}{2 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 12}}} = \frac{-3}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{-3}{\frac{3}{2}} = -2$$

۷۸ - گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 5}{(x-1)(x-3)} = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} g(f(x)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2^{-\infty} = 0$$

$$|a| > 1 \rightarrow \begin{cases} a^{+\infty} = +\infty \\ a^{-\infty} = 0 \end{cases} \text{ یادآوری:}$$

۷۹ - گزینه ۳

$$x^r + x = 0 \rightarrow x(x^r + 1) = 0 \rightarrow x = 0$$

توجه: برای بررسی رفتار یک تابع در اطراف مجانب قائم آن، باید حد چپ و راست تابع را به ازای ریشه‌ی مخرج بیابیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x(x^r+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x(1)} = \frac{1}{0^+} = +\infty \rightarrow \text{یعنی از راست به خط } x=0 \text{ نزدیک می‌شویم باید به سمت بالا برویم} \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x(x^r+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x(1)} = \frac{1}{0^-} = -\infty \rightarrow \text{یعنی از چپ به خط } x=0 \text{ نزدیک می‌شویم باید به سمت پایین برویم} \end{array} \right.$$

در نتیجه تابع در اطراف مجانب قائم به شکل زیر می‌باشد:



۸۰ - گزینه ۳ توجه: هرگاه داخل جزء صحیح، بی‌نهایت شود، جزء صحیح به پرانتز تبدیل می‌شود.

گزینه‌ها را بررسی نموده و حد هر یک را محاسبه می‌کنیم:

۱ حد منتهای  $x \rightarrow 0^- \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} x \left[ \frac{1}{x} \right] \approx \lim_{x \rightarrow 0^-} x \times \frac{1}{x} = 1$

۲ حد منتهای  $x \rightarrow 0^+ \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} x \left[ \frac{1}{x} \right] \approx \lim_{x \rightarrow 0^+} x \times \frac{1}{x} = 1$

۳ حد نامتناهی  $x \rightarrow -\infty \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow 0^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[ \frac{1}{x} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot [0^-] = \lim_{x \rightarrow -\infty} x(-1) = +\infty$

۴ صفر مطلق  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow 0^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[ \frac{1}{x} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot [0^+] = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \times 0 = 0$

بنابراین حاصل حد گزینه ۳ نامتناهی است.

۸۱ - گزینه ۲

$$\frac{a^r}{b} + \frac{b^r}{a} \geq a + b \Leftrightarrow \frac{a^r + b^r}{ab} \geq a + b \xrightarrow[\text{با } (ab) > 0]{\times ab} a^r + b^r \geq ab(a + b)$$

$$\rightarrow (a + b)(a^r - ab + b^r) \geq ab(a + b) \xrightarrow{\div (a+b)} a^r - ab + b^r \geq ab \Leftrightarrow a^r - 2ab + b^r \geq 0$$

همواره صحیح  $\leftarrow \Leftrightarrow (a - b)^r \geq 0$

۸۲ - گزینه ۲

$$(A - B)^r = A^r + B^r - (AB + BA)$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} - (AB + BA)$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 0 & 21 \end{bmatrix} - (AB + BA) \rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} -1 & 12 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}$$

۸۳ - گزینه ۴ نکته: اگر  $a$  عددی فرد باشد مربع آن به فرم  $8k + 1$  می‌باشد و توان چهارم آن بفرم  $16k_1 + 1$  می‌باشد.

$$a = 2q + 1 \rightarrow a^r = 8k + 1 \xrightarrow{\text{توان } ۲} a^r = 64k^2 + 16k + 1 = 16(\underbrace{4k^2 + k}_{k_1}) + 1 = 16k_1 + 1$$

$$a^r - b^r = (16k_1 + 1) - (16k_p + 1) = 16k_1 - 16k_p = 16(k_1 - k_p) = 16k_p \quad (k_1, k_p, k_p \in \mathbb{Z})$$

۸۴ - گزینه ۱

$$۱) |kA| = k^n |A|$$

$$۲) |A^n| = |A|^n$$

نکته: اگر  $A$  ماتریس مربعی  $n \times n$  باشد و  $k \in \mathbb{R}$  آنگاه:

$$|A| \xrightarrow{\text{ساروس}} (3 + 0 + 6) - (-1 + 12 + 0) = 9 - 11 = -2$$

$$\left| \frac{1}{2} A^3 \right| = \left( \frac{1}{2} \right)^3 |A^3| = \frac{1}{8} |A|^3 = \frac{1}{8} \times (-2)^3 = -1$$

$$x^r - 8x + 15 \equiv 0 \Rightarrow (x - 5)(x - 3) \equiv 0$$

$$۱) x - 5 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv 5 \equiv 1 \Rightarrow x = 4k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$۲) x - 3 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv 3 \Rightarrow x = 4k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۸۵ - گزینه ۳



$$3) \begin{cases} x - 3 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{5} \\ x - 5 \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow x \equiv 5 \pmod{2} \end{cases} \Rightarrow x = 2k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۸۶ - گزینه ۲

$$2xy - y - 9x + 11 = 0 \Rightarrow y(2x - 1) = 9x - 11$$

$$\Rightarrow y = \frac{9x - 11}{2x - 1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{صورت باید مضرب مخرج باشد}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 1 \mid 9x - 11 \Rightarrow 2x - 1 \mid 18x - 22 \\ 2x - 1 \mid 9x - 11 \Rightarrow 2x - 1 \mid 18x - 9 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x - 1 \mid 13$$

$$\begin{cases} 2x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2 \\ 2x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 \\ 2x - 1 = 13 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow y = 4 \\ 2x - 1 = -13 \Rightarrow x = -6 \end{cases}$$

تنها یک جفت عدد طبیعی برای  $x, y$  به دست آمده است.

۸۷ - گزینه ۴ محل برخورد قطرهای دایره همان مرکز دایره است:

$$O: \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow O(2, 1)$$

فاصله مرکز دایره تا خط برابر شعاع دایره می‌باشد.

$$R = d = \frac{|3(2) + 4(1) + 5|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3$$

$$C \text{ معادله دایره } (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y = 4$$

۸۸ - گزینه ۴ نکته: منظور از وجود بیش از یک دسته جواب در دستگاه  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  یعنی آنکه دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

و شرط آنکه دستگاه مذکور بی‌شمار جواب داشته باشد آن است:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

$$\begin{cases} mx + 2y = m + 2 \\ 3x + (m + 5)y = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{دستگاه بی‌شمار جواب دارد}} \frac{m}{3} = \frac{2}{m + 5} = \frac{m + 2}{2}$$

$$(1) : \frac{m}{3} = \frac{m + 2}{2} \Rightarrow 2m = 3m + 6 \Rightarrow m = -6 \quad (I)$$

$$(2) : \frac{m}{3} = \frac{2}{m + 5} \Rightarrow m^2 + 5m = 6 \Rightarrow m^2 + 5m - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases} \quad (II)$$

حالت مشترک جواب‌های (I) و (II) مقدار  $m = -6$  است.

۸۹ - گزینه ۱

$$(a, b) = d \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} (a, ka + b) = d \quad \text{نکته:}$$

یعنی در محاسبه‌ی ب.م.م دو عدد، هر مضرب صحیحی از هر کدام از دو عدد را به دیگری می‌توان اضافه کرد.

$$\underbrace{(4n - 5, 9n + 4)}_{-2 \text{ برابر}} = \underbrace{(4n - 5, n + 14)}_{-4 \text{ برابر}} = (-61, n + 14) = d \xrightarrow{d \mid 61} \begin{cases} d = 1 \\ d = 61 \end{cases}$$

طبق صورت سوال بایستی  $d = 61$  باشد از آنجا که ب.م.م هر دو عدد را می‌شمارد باید  $d \mid n + 14$  یعنی:

$$61 \mid n + 14 \Rightarrow n + 14 = 61k \Rightarrow n = 61k - 14$$

$$\text{برای محاسبه } k \text{ مناسب بزرگترین عدد ۳ رقمی یعنی ۹۹۹ را بر ۶۱ تقسیم می‌کنیم: } k = \left\lfloor \frac{999}{61} \right\rfloor = 16 \text{ بنابراین}$$

$$n = 61 \times 16 - 14 = \underbrace{962}_{\text{بزرگترین مقدار ۳ رقمی } n} \rightarrow 17 = \text{جمع ارقام } n$$

۹۰ - گزینه ۳ روش اول: طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} 787 = a \times 10 + r \\ a \in \mathbb{N}_0 \leq r < a \end{cases} \xrightarrow{\div a} \frac{787}{a} = 10 + \frac{r}{a} \xrightarrow{0 \leq \frac{r}{a} < 1} 10 \leq \frac{787}{a} < 11 \Rightarrow \begin{cases} 10a \leq 787 \Rightarrow a \leq 78,7 \\ \frac{787}{11} < a \Rightarrow a \geq 71,5 \end{cases}$$

۷۸, ۰۰۰, ۷۳, ۷۲ از  $a$  وجود دارد که عبارتند از:

$$787 = a \times 10 + r$$

روش دوم:

$$q = \left[\frac{a}{b}\right] \Rightarrow 10 = \left[\frac{787}{a}\right] \xrightarrow{\text{عکس کنید}} \frac{1}{11} < \frac{a}{787} \leq \frac{1}{10} \xrightarrow{\times 787} \frac{787}{11} < a \leq \frac{787}{10} \Rightarrow 72 \leq a \leq 78$$

$$a \text{ تعداد} = 78 - 72 + 1 = 7$$

۹۱ - گزینه ۳ هر مسیر از رأس  $a$  به رأس  $b$  که از یال  $cd$  عبور کند، از ۳ بخش (از رأس  $a$  به رأس  $c$ ، یال  $cd$  و از رأس  $d$  به رأس  $b$ ) تشکیل شده است. از رأس  $a$  به رأس  $c$ ، ۳ مسیر موجود است که در صورت انتخاب هر یک از مسیرهای  $ac$  یا  $aec$  از رأس  $d$  به رأس  $b$  می توان از هریک از ۳ مسیر  $db$ ،  $dfb$  و  $dgb$  استفاده نمود ولی در صورت انتخاب مسیر  $aegc$ ، تنها یکی از دو مسیر  $db$  و  $dfb$ ، بین دو رأس  $d$  و  $b$  امکان پذیر است. بنابراین مسیرهای موجود از رأس  $a$  به رأس  $b$  که شامل یال  $cd$  باشند، برابر با:

$$2 \times 3 + 1 \times 2 = 8$$

۹۲ - گزینه ۴

با ضرب کردن ماتریس ها در یکدیگر داریم:

$$\begin{bmatrix} x & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = O \Rightarrow [2x + 7 \quad x \quad 2 + a] \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = O$$

$$\Rightarrow [2x^2 + 7x + 2x + (2 + a)] = O$$

$$2x^2 + 9x + (2 + a) = 0 \xrightarrow{x=0} 2 + a = 0$$

بنابراین داریم:

و معادله به صورت زیر در می آید:

$$2x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x(2x + 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

۹۳ - گزینه ۲ ابتدا ماتریس  $A$  را می یابیم:

$$A = [a_{ij}]_{3 \times 3}; \quad a_{ij} = \begin{cases} 1 & i \text{ مضرب } 3 \text{ است} \\ 0 & i \text{ مضرب } 3 \text{ نیست} \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه های واقع بر قطر اصلی} = 0 + 0 + 1 = 1$$

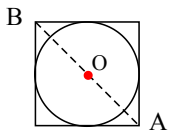
۹۴ - گزینه ۱ تذکر: مجموع و تفاضل دو عدد گویا و گنگ همواره عددی گنگ است.

$$\alpha - \beta = \underbrace{(\alpha + \beta)}_{\text{گویا}} - \underbrace{2\beta}_{\text{گنگ}} = \text{گنگ} = \text{گنگ} - \text{گویا}$$

$$\alpha + 2\beta = \underbrace{(\alpha + \beta)}_{\text{گویا}} + \underbrace{\beta}_{\text{گنگ}} = \text{گنگ} = \text{گنگ} + \text{گویا}$$

۹۵ - گزینه ۴

در این صورت وسط قطر مربع، مرکز دایره و طول ضلع مربع برابر قطر دایره خواهد شد و داریم:



$$O\left(\frac{1+3}{2}, \frac{3+1}{2}\right) \Rightarrow O(2, 2)$$

می دانیم طول قطر مربعی به ضلع  $a$  برابر است با  $a\sqrt{2}$  حال:

$$\Rightarrow a = 2 \xrightarrow{2R=a} 2R = 2 \Rightarrow R = 1$$

معادله ی دایره:

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$$

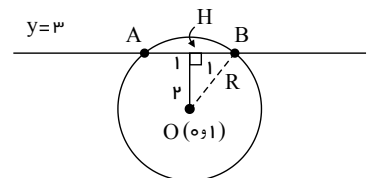
۹۶ - گزینه ۲ نکته: معادله هر دایره به مرکز  $O(\alpha, \beta)$  و شعاع  $R$  از دستور  $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$  بدست می آید:

$$y = 3 \text{ تا خط } O \text{ فاصله ی نقطه ی } O \text{ تا خط } y = 3 \text{ ، } BH = \frac{1}{2}AB = 1$$

به کمک قضیه ی فیثاغورس در مثلث  $OBH$ ،  $R^2 = 5$  بدست می آید و داریم:

$$(x - 0)^2 + (y - 1)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 5$$

$$\xrightarrow{y=0} x^2 + 1 = 5 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \pm 2 \xrightarrow{\text{طول مثبت}} x = 2$$



۹۷ - گزینه ۴ بایستی فاصله نقطه  $M$  تا مرکز دایره بیشتر از شعاع دایره باشد، یعنی:

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \Rightarrow O = (1, -3) \\ R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 36 - 4(m-2)} = \frac{1}{2}\sqrt{48 - 4m} = \sqrt{12 - m} \end{cases}$$

$$M \text{ فاصله مرکز تا دایره } OM = \sqrt{(1-1)^2 + (-1+3)^2} = 2$$

بایستی  $OM > R$  باشد، یعنی:

$$OM > R \Rightarrow 2 > \sqrt{12 - m} \xrightarrow{\text{توان } 2} 4 > 12 - m \Rightarrow m > 8$$

از طرفی  $R = \sqrt{12 - m}$ ، پس باید:  $0 < 12 - m$  باشد نهایتاً بایستی  $m < 12$  یعنی  $8 < m < 12$ 

۹۸ - گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} x &= 27q + 12 \\ y &= 27q' + 13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x - 3y = 2 \times 27q + 24 - 3 \times 27q' - 39 = 27(2q - 3q') - 15$$

$$\Rightarrow 2x - 3y = 27q'' - 15 = 27q'' - 15 + 27 - 27 = 27(\underbrace{q'' - 1}_k) + 12 = 27k + 12$$

$$\Rightarrow r = 12$$

۹۹ - گزینه ۲ ابتدا باقی‌مانده  $7^{41}$  را بر ۱۳ می‌یابیم:

$$7^{313} = 5 \Rightarrow 7^{613} = 25^{13} = -1 \xrightarrow{\text{توان } 7} 7^{4713} = -1^{13} = -14 \xrightarrow{+7} 7^{4113} = -2$$

$$7^{41} + a^{13} = 0 \Rightarrow -2 + a^{13} = 0 \Rightarrow a^{13} = 2$$

$$q_G + q_{\bar{G}} = q_{K_p} = \frac{p(p-1)}{2} \quad \text{نکته: ۳ اگر } \bar{G} \text{ مکمل گراف } G \text{ باشد می‌دانیم:}$$

$$\deg_G^a + \deg_{\bar{G}}^a = p - 1 \quad \text{نکته: اگر } a \text{ راسی دلخواه روی گراف مرتبه } p \text{ باشد:}$$

طبق نکته فوق:

$$\deg_G^a + \deg_{\bar{G}}^a = p - 1 \Rightarrow 2 + 5 = p - 1 \Rightarrow p = 8$$

حال ماکسیمم تعداد یال‌های گرافی با مرتبه ۸ را می‌خواهیم که رأسی با درجه ۲ دارد. کافی است یک گراف کامل مرتبه ۸ با تعداد یال  $q = \frac{8 \times 7}{2} = 28$  و درجه رئوس ۷ در نظر بگیریم و از

یکی از رئوس آن ۵ یال برداریم بنابراین گراف  $G$  حداکثر  $23 = 28 - 5$  یال می‌تواند داشته باشد.

Abadgaran Education

## پاسخنامه تشریحی

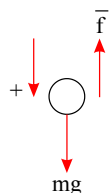
۱۰۱ - گزینه ۱ ابتدا سرعت گلوله در لحظه برخورد با توده‌ی شنی را به دست می‌آوریم. مطابق رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت و با فرض کردن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \xrightarrow{v_0 = 15 \frac{m}{s}, \Delta y = 20m} v^2 - 15^2 = 2 \times 10 \times 20$$

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow v^2 = 625 \Rightarrow v = 25 \frac{m}{s}$$

حین حرکت گلوله در توده‌ی شنی، دو نیروی وزن گلوله به سمت پایین و نیرویی که از طرف توده‌ی شنی به گلوله به سمت بالا وارد می‌شود، بر گلوله اثر می‌کنند. نیروی وارد بر گلوله از طرف توده‌ی شنی



$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow -\vec{f} + mg = \frac{m(v_f - v_i)}{\Delta t}$$

$$v_f = 0, v_i = 25 \frac{m}{s}$$

$$m = 200g = 2kg, \Delta t = 0.1s \rightarrow -\vec{f} + 0.2 \times 10 = \frac{0.2 \times (0 - 25)}{0.1} \Rightarrow \vec{f} = 52N$$

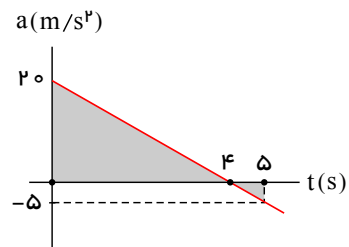
۱۰۲ - گزینه ۳

$$F_{net} = ma \Rightarrow a = \frac{F_{net}}{m} \xrightarrow{F_{net} = -t+4, m=200g=0.2kg} a = \frac{-t+4}{0.2} = -5t+20$$

مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است. بنابراین:

$$\Delta v = \frac{20 \times 4}{2} - \frac{5}{2} = 37.5 m/s$$

$$\xrightarrow{\Delta v = v - (-10)} v = 37.5 - 10 = 27.5 m/s$$

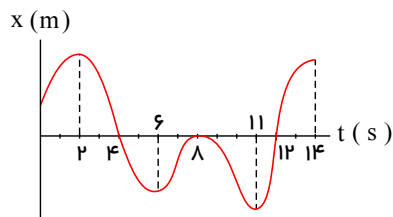


۱۰۳ - گزینه ۱

$$\bar{a} = \frac{V_f - V_i}{\Delta t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t=0 \rightarrow t=5 \rightarrow V = 2t \xrightarrow{t=5} V_f = 10 \\ t=10 \rightarrow t=14 \rightarrow V = -\frac{10}{4}(t-10) \xrightarrow{t=14} V_f = -5 \end{array} \right. \Rightarrow \bar{a} = \frac{5 - 10}{10} = -0.5 \frac{m}{s^2}$$

۱۰۴ - گزینه ۱



باتوجه به نمودار مکان - زمان حرکت (شکل بالا)، جهت بردار مکان دو بار و در لحظه‌های ۴s و ۱۲s تغییر کرده است (x تغییر علامت داده است) و متحرک در بازه‌های زمانی ۲s < t < 6s به مدت ۴ ثانیه و ۸s < t < ۱۱s به مدت ۳ ثانیه و در مجموع به مدت ۷ ثانیه در سوی منفی محور x حرکت کرده است.

پس پاسخ گزینه ۱ است.

توجه: جهت بردار مکان در لحظه‌هایی تغییر می‌کند که متحرک از مبداء مکان عبور می‌کند و x تغییر علامت می‌دهد و در لحظه‌هایی که متحرک در مبداء مکان قرار می‌گیرد ولی از آن عبور نمی‌کند.

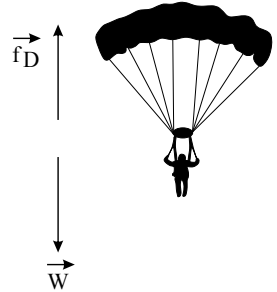
(مانند لحظه ۸s)، جهت بردار مکان تغییر نکرده است.

همچنین تغییر جهت بردار مکان مفهومی متفاوت نسبت به تغییر جهت حرکت است و نباید با آن اشتباه گرفته شود. در این حرکت جهت حرکت ۴ بار در لحظه‌های ۲s، ۶s، ۸s و ۱۱s تغییر کرده است.

۱۰۵ - گزینه ۲ با توجه به رابطه نیروی مقاومت هوا و تندی، با باز شدن چتر، چتر باز شتابی به سمت بالا پیدا می‌کند، با کاهش تندی چتر باز، نیروی مقاومت هوا نیز کاهش می‌یابد تا جایی که اندازه نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن با یکدیگر برابر می‌شوند. در این لحظه، شتاب حرکت صفر می‌شود و چتر باز با تندی حدی مسیر حرکت را ادامه می‌دهد. با انتخاب جهت مثبت حرکت به سمت بالا داریم:

$$f_D - W = ma \Rightarrow a = \frac{f_D}{m} - \frac{W}{m}$$

$$\begin{aligned} W = mg, m = 80 \text{ kg} &\rightarrow a = \frac{5v^2}{80} - 10 \xrightarrow{a=0} v^2 = 160 \\ f_D = 5v^2, g = 10 \text{ N/kg} & \\ \Rightarrow |v| = 4\sqrt{10} \text{ m/s} & \end{aligned}$$



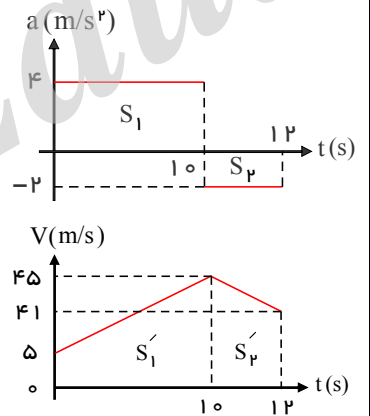
در لحظه باز شدن چتر بزرگی شتاب چتر باز بیشینه مقدار را دارد:

$$a = \frac{f_D}{m} - g \xrightarrow[m=80 \text{ kg}, f_D=5v^2]{v=4\sqrt{10} \text{ m/s}} a_{\max} = \frac{5 \times 160}{80} - 10 = 15 \text{ m/s}^2$$

۱۰۶ - گزینه ۴ برای حل این تست بهترین روش رسم نمودار سرعت زمان از روی نمودار شتاب زمان می‌باشد.

$$S_1 = \frac{\Delta V}{(0-10)} = V_{10} - V_0 \Rightarrow 40 = V_{10} - 0 \Rightarrow V_{10} = 45$$

$$S_2 = \frac{\Delta V}{(10-12)} = V_{12} - V_{10} \Rightarrow -4 = V_{12} - 45 \Rightarrow V_{12} = 41$$



$$\Delta x = S'_1 + S'_2 = \frac{(5 + 45) \times 10}{2} + \frac{(45 + 41) \times 2}{2} = 336 \text{ m}$$

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۰۷ - گزینه ۴ نکته: سطح زیر نمودار  $a-t$  برابر  $\Delta V$  می‌باشد.

با توجه به نمودار ارایه شده در متن سؤال، مشخص است که شتاب متحرک در بازه‌ی زمانی نشان داده شده همواره مثبت است. برای به دست آوردن علامت سرعت سطح زیر منحنی را در فاصله‌ی زمانی نشان داده شده به دست می‌آوریم.

$$S_{(0-5)} = \Delta V = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta V = 10 \Rightarrow V_5 - V_0 = 10 \Rightarrow V_5 - (-6) = 10 \Rightarrow V_5 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

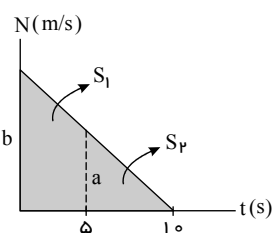
اکنون با بررسی علامت سرعت و شتاب در این بازه‌ی زمانی داریم:

$$\text{کند شوند} \begin{cases} a_0 = 4 > 0 \\ V_0 = -6 < 0 \end{cases} \rightarrow a \cdot V < 0$$

$$\text{تند شوند} \begin{cases} a_5 > 0 \\ V_5 = 4 \end{cases} \rightarrow a \cdot V > 0$$

۱۰۸ - گزینه ۳

چون متحرک تغییر جهت نداده است، بنابراین مسافت با جابه‌جایی برابر است.



$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} \times 5 \times (a+b)}{\frac{1}{2} \times (10-5)(a)} = 3 \rightarrow \frac{15a}{5a} = 3 \\ \frac{a}{b} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \rightarrow b = 2a \end{cases}$$

۱۰۹ - گزینه ۳

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 0 - 12 = \frac{0+v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

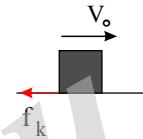
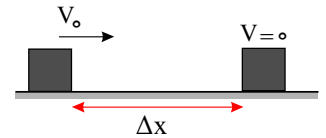
با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در  $t = 4$  است، سرعت در  $t = 8 \text{ s}$  هم اندازه سرعت در لحظه صفر است. پس:  $v = +6 \text{ m/s}$

۱۱ - گزینه ۴ با توجه به اینکه پس از پرتاب تنها نیروی مؤثر بر جسمها در راستای افقی، نیروی اصطکاک است، پس حرکت جسمها کند شونده بوده و پس از طی مسافت  $\Delta x$  متوقف می شوند.

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g$$

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x_{\text{توقف}} \xrightarrow{V=0} \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{-V_0^2}{2a} = \frac{V_0^2}{2\mu_k g}$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{V_{0A}^2}{V_{0B}^2} \times \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} \xrightarrow{V_{0A}=V_{0B}} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{1}{2}$$



توجه داشته باشید که جرم وزنه ها در مسافت توقف آنها تأثیری ندارد.

۱۱۱ - گزینه ۱

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t$$

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = 2a + 2V_0 = 12$$

$$\Rightarrow a + V_0 = 6,5 \text{ (I)}$$

$$\begin{cases} t = 4 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = 8a + 4V_0 \\ t = 6 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = 18a + 6V_0 \end{cases}$$

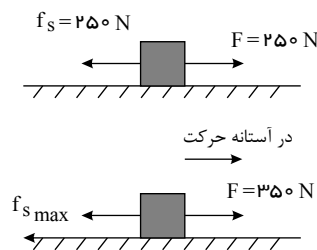
$$\Rightarrow \Delta x_{\text{(دو ثانیه سوم)}} = \Delta x_6 - \Delta x_4 = 10a + 2V_0 = 25$$

$$\Rightarrow 5a + V_0 = 12,5 \text{ (II)}$$

$$I, II \Rightarrow 4a = 12,5 - 6,5 \Rightarrow a = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۱۱۲ - گزینه ۱

ابتدا که جسم ساکن است:

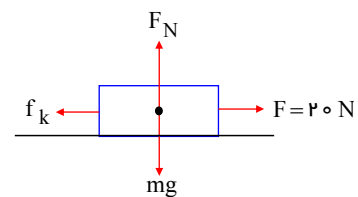


$$(f_s)_{max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \rightarrow \mu_s = \frac{(f_s)_{max}}{mg} = \frac{250}{500} \rightarrow \mu_s = 0,5$$

۱۱۳ - گزینه ۳ با توجه به شکل رو به رو شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma_1$$

$$\Rightarrow F - \mu_k mg = ma_1 \Rightarrow 200 - 0,3 \times 4 \times 10 = 4 \times a_1 \Rightarrow a_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



سرعت جسم در لحظه  $t = 3 \text{ s}$  برابر است با:

$$V_1 = a_1 t + V_0 \Rightarrow V_1 = 2 \times 3 + 0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در نتیجه جابه جایی جسم بعد از ۳s برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{V_0 + V_1}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{0 + 6}{2} \times 3 = 9m$$

اگر در این لحظه ( $t = 3s$ ) نیروی  $F$  قطع شود. جسم در اثر نیروی اصطکاک جنبشی بعد از مدتی متوقف می شود که می توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -0.3 \times 10 = -3 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین جابه جایی جسم از لحظه  $t = 3s$  تا توقف کامل برابر است با:

$$V_f^2 - V_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (6)^2 = 2(-3) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 6m$$

در نتیجه کل جابه جایی جسم از شروع حرکت تا توقف کامل برابر است با:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 9 + 6 = 15m$$

۱۱۴ - گزینه ۳ ثانیه سوم، فاصله زمانی بین  $t = 2s$  تا  $t = 3s$  است. سرعت متوسط را در این یک ثانیه حساب می کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 2s \Rightarrow V_1 = (4 \times 2 + 2) \frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s} \\ t_2 = 3s \Rightarrow V_2 = (4 \times 3 + 2) \frac{m}{s} = 14 \frac{m}{s} \end{array} \right. , \quad \bar{V} = \frac{V_1 + V_2}{2} = \left( \frac{10 + 14}{2} \right) \frac{m}{s} = 12 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \bar{V} \cdot \Delta t = (12 \times 1)m = 12m$$

به این دلیل که متحرک تغییر جهت نداده است (سرعت پیوسته مثبت است)، اندازه جابه جایی با مسافت پیموده شده برابر است.

۱۱۵ - گزینه ۱

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma \Rightarrow 24 - \mu \times 6 \times 10 = 6 \times 3 \Rightarrow \mu = 0.1$$

۱۱۶ - گزینه ۴ ابتدا باید ببینیم جسم حرکت می کند یا خیر. هر چند با نگاه به هر ۴ گزینه می شود فهمید که جسم متحرک بوده است:

$$\left\{ \begin{array}{l} (f_s)_{max} = \mu_s N = \frac{f}{10} \times 20 = 12N \\ F = 40N > 12N \Rightarrow \text{جسم حرکت می کند} \end{array} \right.$$

$$\text{قانون دوم نیوتون: } F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 40 - 0.5 \times 20 = 2a \Rightarrow a = 15m/s^2$$

$$\text{۵ ثانیه بعد: } F_{net} = ma \Rightarrow F' - f_k = ma' \Rightarrow 10 - 0.5 \times 20 = 2a' \Rightarrow a' = 0$$

پس حرکت جسم با سرعت ثابت ادامه می یابد.

۱۱۷ - گزینه ۳ با استفاده از رابطه  $p = mv$  تکانه سرعت متحرک را به دست می آوریم:

$$p = mv \Rightarrow 6 = 2v \Rightarrow v = 3 \frac{m}{s}$$

سپس با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2 \times (3)^2 = 9J$$

۱۱۸ - گزینه ۳ در مورد برآیند سه بردار (نیرو) می توان گفت:

بیشینه: در حالتی رخ می دهد که بردارها در یک جهت باشند:

$$|\vec{F}_{net}| = |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| + |\vec{F}_3| \Rightarrow F_{net,max} = 15N$$

کمینه: اگر سه بردار تشکیل مثلث بدهند (مجموع اندازه هر ۲ بردار از بردار سوم بیش تر شود) می توان نتیجه گرفت که کم ترین مقدار برآیند این بردارها می تواند صفر باشد. که در این سوال این شرط برقرار است. بنابراین:

$$F_{net,min} = 0$$

با توجه به توضیحات بالا می توان گفت:

$$\left. \begin{array}{l} F_{net,max} = ma_{max} \Rightarrow 15 = 1a_{max} \Rightarrow a_{max} = 15 \frac{m}{s^2} \\ F_{net,min} = ma_{min} \Rightarrow 0 = 1a_{min} \Rightarrow a_{min} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a_{max} - a_{min} = 15$$

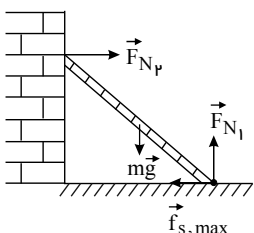
۱۱۹ - گزینه ۴

$$\text{طبق رابطه } g = \frac{GM_e}{R^2 e}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} g_1 = \frac{GM_e}{9R_e^2} \\ g_2 = \frac{1}{9}g_1 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{GM_e}{(R_e+h)^2} = \frac{1}{9} \frac{GM_e}{9R_e^2} \Rightarrow (R_e+h)^2 = 81R_e^2 \Rightarrow R_e+h = 9R_e \Rightarrow h = 8R_e$$

۱۲۰ - گزینه ۱

چون نردبان در آستانه سر خوردن (حرکت) است. بنابراین نیروی خالص وارد بر نردبان در دو راستای افقی و عمودی صفر است. بنابراین داریم:







روش اول:

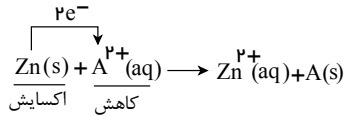
$$1 \text{ mL HCl} \times \frac{0,02 \text{ mol}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{100 \text{ g}}{1 \text{ mol CaCO}_3} = 1 \text{ mg}$$

روش دوم:

$$\frac{1 \text{ mL} \times 0,02 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{ HCl}}{2 \text{ mol}} = \frac{x \text{ mg CaCO}_3}{100 \text{ g}} \Rightarrow x = 1 \text{ mg}$$

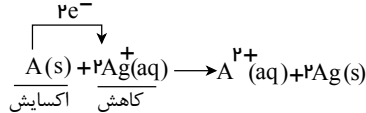
۱۳۰ - گزینه ۲

واکنش زیر با انتقال الکترون از Zn به  $A^{2+}$  انجام می پذیرد.



ولت  $E^\circ = E^\circ(A^{2+}/A) - (-0,76) \Rightarrow E^\circ(A^{2+}/A) = -0,41$  و  $E^\circ$  واکنش  $= E^\circ$  کاهش  $- E^\circ$  اکسایش  $\Rightarrow 0,35 = E^\circ(A^{2+}/A) - (-0,76) \Rightarrow E^\circ(A^{2+}/A) = -0,41$

اکنون می توان  $E^\circ$  واکنش زیر را به دست آورد.



ولت  $E^\circ$  واکنش  $= E^\circ$  کاهش  $- E^\circ$  اکسایش  $= +0,8 - (-0,41) = +1,21$

۱۳۱ - گزینه ۲ گزاره های الف، د و ت، درست هستند.

بررسی گزاره های نادرست:

ب: آرنیوس معتقد بود که اسیدها و بازها هنگام انحلال در آب به صورت جزئی یا کامل یونیده می شوند و یون ایجاد می کنند.

پ: اسیدها در تماس با پوست احساس سوزش و بازها در تماس با پوست احساس لیزی ایجاد می کنند.

$$132 - 1 \text{ } pH = -\log[H^+] = -\log 4 \times 10^{-5} = -[\log 4 + \log 10^{-5}] = -[2 \log 2 + \log 10^{-5}] = 4,4$$

۱۳۳ - گزینه ۲

روش اول:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow -\log[H^+] = 3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

روش دوم:

$$[H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow \alpha \cdot [HA]_{\text{اولیه}} = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{\alpha^2 \cdot [HA]_{\text{اولیه}}}{1 - \alpha} \Rightarrow K_a = \frac{\alpha \cdot \alpha \cdot [HA]_{\text{اولیه}}}{1 - \alpha} \Rightarrow 5 \times 10^{-4} (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}) = \frac{\alpha \times 10^{-3} (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})}{1 - \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \Rightarrow 2\alpha = 1 - \alpha \Rightarrow 3\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\alpha \cdot [HA]_{\text{اولیه}} = 10^{-3} (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}) \Rightarrow [HA]_{\text{اولیه}} = 3 \times 10^{-3} (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})$$

$$[HA] = \frac{\text{مول HA}}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow 3 \times 10^{-3} (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}) = \frac{\text{مول HA}}{0,1 \text{ (L)}} \Rightarrow \text{مول HA} = 3 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$?gHA = 3 \times 10^{-4} \text{ mol HA} \times \frac{240 \text{ g HA}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 72 \text{ mg HA}$$

۱۳۴ - گزینه ۱

$$\frac{K_b}{[BOH]_{\text{اولیه}}} = \frac{5 \times 10^{-4} (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})}{2 \times 10^{-3} (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})} = 0,25 > 0,002 \Rightarrow K_b = \frac{\alpha^2 [BOH]_{\text{اولیه}}}{1 - \alpha}$$

$$\Rightarrow 5 \times 10^{-4} (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}) = \frac{\alpha^2 \times 2 \times 10^{-3} (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})}{1 - \alpha} = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4\alpha^2 = 1 - \alpha$$

$$4\alpha^2 + \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{8} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{5}{8} \times \\ \alpha = \frac{3}{8} \sqrt{} \end{cases}$$

توجه:  $\sqrt{17}$  را برابر با در نظر ۴ بگیرید.

$$\alpha = \frac{[OH^-]}{[BOH]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow [OH^-] = 75 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pOH = -\log[OH^-] = -\log 75 \times 10^{-5} = -[2 \log 5 + \log 3 + \log 10^{-5}] = 3,1$$

$$pH + pOH = 14 \Rightarrow pH = 10,9$$

۱۳۵ - گزینه ۴

$$HBr \{ pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2} \frac{\text{mol}}{L} \quad 10^{-2} \frac{\text{mol}}{L} \times 0,4L = 0,004 \text{ mol } H^+$$

$$KOH \{ pH = 12,3 \Rightarrow pOH = 1,7 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1,7} = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{L}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{L} \times 0,1L = 0,002 \text{ mol } OH^-$$

تعداد مول  $H^+$  بیشتر از تعداد مول  $OH^-$  است، پس تعداد مول  $H^+$  باقی مانده عبارت است از:

$$\text{تعداد مول } H^+ \text{ باقی مانده} = 0,004 - 0,002 = 0,002 \text{ mol}$$

$$[H^+] = \frac{0,002 \text{ mol}}{0,500 \times 10^{-3} L} = 0,004 \rightarrow pH = 3 - \log 4 = 2,4$$

۱۳۶ - گزینه ۴ در سلول گالوانی حاصل از دو الکترود روی و  $M$ ، که  $M$  به دلیل پایین تر بودن در جدول پتانسیل کاهش و کمتر بودن پتانسیل الکترودی، آند و روی کاتد است.

$$E^{\circ} \text{ سلول} = -0,76 - (-1,18) = 0,42V$$

سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱):  $M^+$  روی آند بوده و آنیون‌ها به آن وارد می‌شوند.

گزینه (۲):  $M$  آند بوده و اکسایش پیدا می‌کند و از جرم تیغه آن کاسته می‌شود.

گزینه (۳):  $E^{\circ}$  سلول برابر  $1,2 - (-0,76) = 1,96V$  سلول  $E^{\circ}$  است.

۱۳۷ - گزینه ۱ جیوه در سری الکتروشیمیایی پایین تر از هیدروژن قرار دارد بنابراین نمی‌تواند یون‌های  $H^+$  را کاهش دهد.

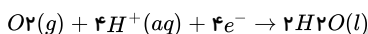
۱۳۸ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

الف) جمله درست است.

ب) اکسیژن در کاتد از عدد اکسایش صفر به  $-2$  یعنی ۲ درجه کاهش می‌یابد و هیدروژن در آند از عدد اکسایش صفر به  $+1$  اکسایش می‌یابد که نسبت مقدار تغییر آنها ۲ می‌شود. جمله درست است.

پ) باتوجه به واکنش کلی پیل:  $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$  ضریب مولی موازنه هیدروژن دو برابر اکسیژن است ولی مقدار مصرف آن بر حسب گرم دو برابر اکسیژن نخواهد بود.

ت) در واکنش کاتد همراه با مصرف یک مول اکسیژن دو مول آب تولید می‌شود و جمله درست است:



۱۳۹ - گزینه ۲ چون محلول غلیظ سدیم کلرید است، گونه پیروز در آند  $Cl^-$  و محصول آند، گاز کلر است و در کاتد نیز آب پیروز می‌شود و فرآورده گاز هیدروژن است و  $OH^-$  باعث قلیایی شدن اطراف کاتد می‌شود. وقتی در اطراف آند محیط اسیدی می‌شود که گونه پیروز در آند آب باشد.

۱۴۰ - گزینه ۴ هرگاه بخواهیم یک قاشق مسی را با لایه نازکی از فلز  $M$  بپوشانیم، باید قاشق مسی را کاتد و فلز  $M$  را آند سلول الکترولیتی قرار دهیم. فراموش نکنید در سلول‌های الکترولیتی، فلزی که به قطب مثبت باتری متصل می‌شود آند و فلزی که به قطب منفی باتری متصل می‌شود کاتد است و لزومی ندارد که فلز آند در سری الکتروشیمیایی پایین تر از فلز کاتد باشد.