



## فارسی (۳)

## ۱- گزینۀ «۱»

(مریم شمیرانی)

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینۀ «۲»: خصال: خوی‌ها

گزینۀ «۳»: باسق: بلند، بالیده

گزینۀ «۴»: صواب: درست، پسندیده، مصلحت / ثواب: پاداش

(فارسی ۳، لغت، واژه‌نامه)

## ۲- گزینۀ «۱»

(مسن وسکری - ساری)

بیت «الف»: روح فرا/ بیت «د»: ستوران

(فارسی ۳، املا، ترکیبی)

## ۳- گزینۀ «۴»

(سیریمال طباطبایی نژاد)

در گزینۀ «۴»، «آتش بقا» تشبیه است اما بیت اغراق ندارد.

مفهوم ساده بیت این است: «تا مرگ فرا نرسیده است، به فکر توشۀ آخرت باش.»

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینۀ «۱»: ایهام: «هوا» دو معنا دارد: ۱- فضا ۲- عشق و محبت / «ذره شیفته است.» استعاره

گزینۀ «۲»: «خندنگ» (درختی است با چوب سخت) در این بیت مجاز از «تیسر» /

«به خون خفتن دل» کنایه از «غمگین و زخمی شدن دل»

گزینۀ «۳»: «داغ عشق»: تشبیه/ واج‌آرایی: تکرار مصوت (-)

(فارسی ۳، آرایه، ترکیبی)

## ۴- گزینۀ «۲»

(الهام مسمری)

«فی حقیقه العشق» از شهاب‌الدین سهروردی

(فارسی ۳، تاریخ ادبیات، صفحه ۵۲)

## ۵- گزینۀ «۲»

(امیرمهر مرادزیا - مشهر)

ارجمند: مسند / راستی: نهاد

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینۀ «۱»: «حقه لعل» متمم است و «مرورید» نقش مفعول را دارد.

گزینۀ «۳»: «هر کسی» نهاد و «ویران» مسند است.

گزینۀ «۴»: «همت» مفعول و «نوسفر» مسند است.

(فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه ۵۵)

## ۶- گزینۀ «۳»

(مسن اصغری)

گزینۀ «۳»: سرانجام واقعیت تلخ: سرانجام (هسته)، واقعیت (وابسته هسته)

مضاف‌الیه، تلخ (وابسته وابسته) صفت مضاف‌الیه / پایان همه راه‌ها: پایان (هسته)،

همه (وابسته وابسته) صفت مضاف‌الیه، راه‌ها (وابسته هسته) مضاف‌الیه

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینۀ «۱»: «۱»: حقیقت اغراق آمیز آرمان‌های بشر: حقیقت (هسته)، اغراق آمیز (وابسته

هسته) صفت، آرمان‌ها (وابسته هسته) مضاف‌الیه، بشر (وابسته وابسته) مضاف‌الیه

مضاف‌الیه / وجود پهلوانان خیالی: وجود (هسته)، پهلوانان (وابسته هسته)، خیالی

(وابسته وابسته) صفت مضاف‌الیه

گزینۀ «۲»: سرچشمه این فتنه: سرچشمه (هسته)، این (وابسته وابسته) صفت

مضاف‌الیه، فتنه (وابسته هسته) مضاف‌الیه/ دوران پادشاهی او: دوران (هسته)،

پادشاهی (وابسته هسته) مضاف‌الیه، او (وابسته وابسته) مضاف‌الیه مضاف‌الیه

گزینۀ «۴»: روح دلاور ناکام: روح (هسته)، دلاور (وابسته هسته) مضاف‌الیه، ناکام

(وابسته وابسته) صفت مضاف‌الیه/ مقاله استاد ادبیات: مقاله (هسته)، استاد (وابسته

هسته) مضاف‌الیه، ادبیات (وابسته وابسته) مضاف‌الیه مضاف‌الیه

(فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

## ۷- گزینۀ «۳»

(مرتضی منشاری - اردبیل)

در ابیات گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به داشتن همت عالی برای رسیدن به هدف اشاره

شده است، اما در گزینۀ «۳» می‌گوید که هر کس همت عالی داشته باشد کمتر به

آرزویش می‌رسد.

## ۸- گزینۀ «۴»

(مسن خدایی - شیراز)

مفهوم مشترک ابیات «الف»، «د» و بیت صورت سؤال، راه رسیدن به عشق ترک خود و

نفی خود و ترک تعلقات است.

## ۹- گزینۀ «۳»

(کاترم کاترمی)

مفهوم مشترک مصراع دوم بیت صورت سؤال و بیت گزینۀ «۳»: عزت و ذلت

انسان‌ها تحت اراده خداوند است.

## مفاهیم سایر ابیات:

گزینۀ «۱»: [روزگار] با گروهی دوست و با گروهی دشمن است و دوستی و دشمنی‌اش

ثبات ندارد.

گزینۀ «۲»: با لطف و عنایت خداوند، انسان‌ها سعادت‌مند و معروف می‌شوند.

گزینۀ «۴»: خداوند طبایع انسان‌ها را متفاوت آفریده است.

## ۱۰- گزینۀ «۳»

(مریم شمیرانی)

مفهوم مشترک بیت صورت سؤال و گزینۀ «۳» این است که محرمی پیدا نمی‌شود

که اسرار ما را دریابد؛ پس بهتر است، سکوت کنیم.

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینۀ «۱»: چون سرمستم نمی‌توانم حسن محبوب را شرح دهم.

گزینۀ «۲»: سخنان سنجیده را بشنو و فرد بیپوده‌گوی را خاموش کن.

گزینۀ «۴»: اندیشه من قدرت درک عظمت او را ندارد.

(فارسی ۳، مفهومی، صفحه ۴۷)



## کتاب زرد

## ۱۱- گزینه «۲»

کتاب زرد عمومی (دوازدهم)  
معنای سه واژه نادرست آمده است که معانی درست آن‌ها عبارت‌اند از:  
کرنند: اسبی که رنگ آن میان زرد و بور باشد. / مباحثات: سرافرازی / طلیسان: نوعی ردا

(فارسی ۳، لغت، واژه‌نامه)

## ۱۲- گزینه «۳»

کتاب زرد عمومی (دوازدهم)  
املاي درست واژه: قضا ← غزا (جنگ)

(فارسی ۳، املا، ترکیبی)

## ۱۳- گزینه «۲»

کتاب زرد عمومی (دوازدهم)  
بیت د: تشبیه (دل پرشکن ما، زلف شب قدر است) / بیت ج: چشم جهان: استعاره / بیت هـ: عراق: بردباری و مقاومت ما از کوه هم بیش تر است. / بیت الف: تلمیح: اشاره به آتش طور که راهنمای حضرت موسی (ع) بود. / بیت ب: پارادوکس، بی‌کلهی، کلاه گوشه‌ماست.

(فارسی ۳، آرایه، ترکیبی)

## ۱۴- گزینه «۲»

کتاب زرد عمومی (دوازدهم)  
مشبه: رنگ زمین و طبع زمان / مشبه‌به: رخ و دم / ادات تشبیه: چون / وجه شبه: ندارد.

وجه شبه در سایر ابیات:

گزینه «۱»: به پیچ و تاب افتادن

گزینه «۳»: ناله داشتن

گزینه «۴»: مشهور و شب‌نشین بودن

(فارسی ۳، آرایه، صفت ۵۶)

## ۱۵- گزینه «۳»

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: فعل «است» از پایان بیت، به قرینه لفظی حذف شده است: گوید بکش که مال سبیل است و جان فدا است.

گزینه «۲»: فعل «است» در مصراع دوم به قرینه معنوی حذف شده است: چه ارمغانی به (بهرت) از این است که تو خویشتن بیایی.

گزینه «۴»: فعل «است» در مصراع دوم به قرینه معنوی، حذف شده است: نیکبخت آن است که تو در هر دو جهانش باشی.

توجه: در مصراع دوم بیت گزینه «۳» با وجود صفت تفضیلی «به = بهتر» هیچ فعلی حذف نشده است: به (بهرت) از سعدی شیرازی سخن نگوید.

(فارسی ۳، زبان فارسی، صفت‌های ۱۵ و ۱۶)

## ۱۶- گزینه «۱»

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: صواب

گزینه «۳»: سمن

گزینه «۴»: اثیر (روان، روح)، عسیر (دشوار، سخت)

(فارسی ۳، زبان فارسی، صفت ۱۵)

## ۱۷- گزینه «۳»

کتاب زرد عمومی (دوازدهم)  
مفهوم کلی عبارت سؤال و گزینه «۳»، از مشکلی بیرون آمدن و گرفتار شدن است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: اگر یوسفان و زیبارویان من در چاه زمین بسته نبودند من چشمه‌های خون از رگ‌های زمین می‌گشودم.

گزینه «۲»: اگر دشمن من چاه بگند که من در آن چاه گرفتار شوم، آن چاه کننده ابتدا خودش گرفتار خواهد شد.

گزینه «۴»: ای کسی که تو با ظلم و ستم خویش چاه می‌کنی، چاه را برای خودت می‌کنی.

(فارسی ۳، مفهوم، صفت ۶۲)

## ۱۸- گزینه «۱»

کتاب زرد عمومی (دوازدهم)  
گوینده در بیت صورت سؤال معتقد است، چون خداوند منزّه از چگونگی و بی‌نشان است، قابل توصیف نیست ولی در گزینه «۱» می‌گوید که دهان تو از غایت کوچکی «نیست» است و قابل توصیف نیست. تنها وقتی که سخن بگویی می‌فهمم که لب و دهان داری.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: این حالت قابل‌وصف نیست، چون هنگام توصیف قلم می‌شکند و کاغذ از هم می‌درد.

گزینه «۳»: خداوند را با صفات زمانه توصیف نکن که در این صورت زمانه را توصیف کرده‌ای نه خدا را.

گزینه «۴»: نمی‌توان خوبی او را وصف کرد، زیرا هر چه شرح بدهم باز هم کم است.

(فارسی ۳، مفهوم، صفت ۱۱۳)

## ۱۹- گزینه «۲»

کتاب زرد عمومی (دوازدهم)  
مفهوم «تحمّل سختی‌های راه عشق» به‌طور مشترک در بیت صورت سؤال و ابیات گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» وجود دارد، اما شاعر در بیت گزینه «۲» از دوری و هجران و اندوه حاصل از آن می‌نالد.

(فارسی ۳، مفهوم، صفت ۲۰)

## ۲۰- گزینه «۱»

کتاب زرد عمومی (دوازدهم)  
مفهوم بیت صورت سؤال، فدا کردن جان در راه عشق است و از گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» نیز همین مفهوم برداشت می‌شود. در گزینه «۱» می‌گوید که جان انسان بدون عشق به معشوق نمی‌رسد.

(فارسی ۳، مفهوم، صفت ۵۳)



## عربی زبان قرآن ۳

## ۲۱- گزینه ۳

«أَقِمْ وَجْهَكَ لِلدِّينِ» «به دین روی آور» / «خَنيفاً»: «با یکتاپرستی»  
(فائزه کشاورزبان)  
(ترجمه)

## ۲۲- گزینه ۳

«لَا تَسْتَوُوا»: دشنام ندهید (رد گزینه ۴) / «النَّاسِ»: مردم / «فَتَكْتَسِبُوا»: که کسب می‌کنید (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «الْعَادُوا»: دشمنی (رد گزینه ۴)  
(سیر ممرعلی مرتضوی)  
(ترجمه)

## ۲۳- گزینه ۱

«أَتَحْتَبِنَ»: «آیا دوست داری» / «أَنْ تَزُورِي»: «که زیارت کنی» / «زَمِيلَاتِكَ الصَّالِحَاتِ»: «همکاران شایسته‌ات، همکلاسی‌های شایسته‌ات»  
(مبیر همای)

## ۲۴- گزینه ۴

«تَمَرٌ»: می‌گذرد / «ذِكْرِيَاتِي»: خاطراتم / «أَمَامَ»: برابر / «عَيْونِي»: چشمانم / «مَعَ أُنْتِي»: با این که من / «تَحَمَّلْتُ»: تحمل کردم / «الكَثِيرِ مِنَ الْأَلَامِ»: بسیاری از دردها  
(رضا معصومی)  
(ترجمه)

## ۲۵- گزینه ۳

**تشریح گزینه‌های دیگر**  
گزینه «۱»: من از گناهانم می‌ترسم و به خدا امیدوارم، چرا که او امید من را قطع نمی‌کند!

گزینه «۲»: پدرم! دختر کوچکت را کنارت بنشان و با او صحبت کن!  
گزینه «۴»: دانسته‌ام که هیچ خیری در هم‌نشینی با نادان نیست!

(ترجمه)

## ۲۶- گزینه ۱

«نمی‌توانم»: لا أقدِرُ، لا أستطيعُ / «راحت»: براحةٍ / «بخوابم»: أن أنامَ / «چون»: لِأَنَّ / «عَظْمَ رَجُلِي يُؤَلِّمُنِي»: استخوان پایم درد می‌کند  
در گزینه «۲»: «رَجُلَيْنِ: دو پا»، در گزینه «۳»: «ها استطعتُ: نتوانستم» و در گزینه «۴»: «عِظام: استخوان‌ها / أَلِيمة: دردناک» نادرست‌اند.  
(فاطمه منصورفان)

(تعریب)

## ۲۷- گزینه ۴

در گزینه «۴» حال به کار نرفته است. «كأساً» مفعول و «رُجَاجِيّاً» صفت آن است.  
(فاطمه منصورفان)

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «مُتَأَخَّراً» حال است.

گزینه «۲»: «مُهَاجِرَةً» حال است.

گزینه «۳»: «بَاكِيينَ» حال است.

(حال)

## ۲۸- گزینه ۴

(سیر ممرعلی مرتضوی)  
حال نقشی است که عموماً با حذف آن، جمله کامل و بدون نقص باقی می‌ماند. اگر «یتعبد» در جای خالی قرار بگیرد، «متواضعاً» می‌تواند حال باشد. (ترجمه عبارت: همانا مؤمن با فروتنی عبادت می‌کند!)

(حال)

## ۲۹- گزینه ۲

(مبیر همای)  
در گزینه «۲»، از حروف مشبّهة بالفعل نیامده است. «کان» از افعال ناقصه و «أن» از حروف ناصبه (حروفی که معنای مضارع التزامی می‌سازند) برای فعل مضارع است.

(انواع جملات)

## ۳۰- گزینه ۳

(سیر ممرعلی مرتضوی)  
**تشریح گزینه‌های دیگر**  
گزینه «۱»: «کان» به معنی «بود» از افعال ناقصه است و معنای تشبیه ندارد.  
گزینه «۲»: «أن» برای ایجاد ارتباط بین جملات می‌آید.  
گزینه «۴»: «لا» از نوع نفی فعل مضارع است.

(انواع جملات)

## کتاب زرد

## ۳۱- گزینه ۳

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)  
«يُؤَجَدُ»: (فعل مضارع مجهول) پیدا می‌شود / «فِي أَكْثَرِ الْجِبَالِ»: در بیشتر کوه‌ها / «مَلْجَأً»: پناهگاهی / «لِكُلِّ رِيَاضِيٍّ»: برای هر ورزشکاری / «يَصْعَدُ عَلَيَّ...»: از ... بالا رود / «قِمَمِهَا الْمُرْتَفِعَةَ»: قله‌های بلند آن‌ها

(ترجمه)

## ۳۲- گزینه ۱

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)  
ترجمه درست عبارت: شاید انسان ارزش تندرستی را پیش از بیماری بفهمد!

(ترجمه)

## ۳۳- گزینه ۱

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)  
«المُسَابَقَةُ» مصدر باب مفاعلة و بر وزن «مُفَاعَلَةٌ» است، پس به صورت «المُسَابَقَةُ» قرأنت می‌شود.

(هرکت گذاری)



## ۳۴- گزینه «۴»

(کتاب زرر عمومی دوازدهم)

ترجمه: گیاهان مختلف در آن رشد می کنند: خاک

## تشریح گزینه های دیگر

(۱) کسی که به تعمیر یک وسیله خراب می پردازد: تعمیر شده (به صورت اسم مفعول آمده و خطاست).

درست آن ← المصلح: مکانیک، تعمیرکار (اسم فاعل است).

(۲) در آن هواپیماهای بسیاری را می بینیم: ایستگاه (خطا). درست آن ← المطار: فرودگاه.

(۳) مایع سرخی که در اعضای بدن جریان دارد: اشک: خطا. درست آن ← الدم: خون

(مفعول)

## ترجمه متن درک مطلب:

غار حراء در کوه نور قرار دارد، که به خاطر ظهور نورهای پیامبری در آن بدین اسم نامیده شده است. آنجا وحی برای نخستین بار بر پیامبر (ص) نازل شد. ارتفاع قله اش به ۶۲۴ متر می رسد و از جهت شمال شرقی در فاصله ۴ کیلومتری مکه مکرمه قرار دارد، و سرازیری کوه، برای زائران، در صعود از آن، دشواری ایجاد می کند که دیدن غار را برای برخی سخت می سازد، مانند کهن سالانی که نمی توانند مسیر صعود (از کوه) را به اتمام برسانند. غار در فاصله ۲۰ متری از قله کوه قرار دارد، و ورود به آن تنها با خم کردن سر امکان پذیر است؛ شایان ذکر است که دیدن مکه مکرمه از بالای کوه نور، ممکن است. اکنون غار، محل بازدید برای حاجیانی به شمار می رود که در مقابل ورودی آن، برای پیشی گرفتن در وارد شدن ازدحام می نمایند. صعود به قله کوه نور تقریباً ۳۰ دقیقه طول می کشد که بر حسب توان حاجی و سلامتی اش متفاوت است!

## ۳۵- گزینه «۲»

(کتاب زرر عمومی دوازدهم)

با توجه به ترجمه متن، درمی یابیم که گزینه «۲» (توصیف غار حراء)، عنوانی مناسب برای آن است.

## تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: «مکان های مقدس در سفر حج» عنوان مناسبی برای متن نیست.

گزینه «۳»: «نازل شدن وحی بر پیامبر (ص)» عنوان مناسبی برای متن نیست.

گزینه «۴»: «سختی ها برای رسیدن به قله کوه نور» عنوان مناسبی برای متن نیست.

(درک مطلب)

## ۳۶- گزینه «۲»

(کتاب زرر عمومی دوازدهم)

در متن دلیل نامگذاری کوه نور بیان شده، اما در مورد نامگذاری غار حراء صحبتی نشده است.

## تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: «سالخورگان نمی توانند به غار حراء صعود کنند!» درست است.

گزینه «۳»: «حاجیان از بالای کوه نور مکه مکرمه را می بینند!» درست است.

گزینه «۴»: «غار حراء یکی از مکان های مقدسی است که حاجیان آن را زیارت می کنند!» درست است.

(درک مطلب)

## ۳۷- گزینه «۳»

(کتاب زرر عمومی دوازدهم)

در متن گفته شده که ارتفاع قله کوه نور ۶۲۴ متر است.

## تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: در متن، در مورد «زدحام حاجیان در مکه مکرمه» سخنی گفته نشده است.

گزینه «۲»: در متن، در مورد «نزول نخستین سوره قرآن» سخنی گفته نشده است.

گزینه «۴»: در متن، در مورد «لزوم سلامتی حاجیان در سفرشان» سخنی گفته نشده است.

(درک مطلب)

## ۳۸- گزینه «۲»

(کتاب زرر عمومی دوازدهم)

## تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: «مجهول، فاعله محذوف» نادرست است.

گزینه «۳»: «تفعل» نادرست است.

گزینه «۴»: «خبر» نادرست است. (تقلیل صرفی و محل اعرابی)

## ۳۹- گزینه «۱»

(کتاب زرر عمومی دوازدهم)

## تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۲»: «مجرد ثلاثی، فعل و فاعل» نادرست است.

گزینه «۳»: «مجهول» نادرست است.

گزینه «۴»: «مصدره: تمکین، مجهول، مفعوله اللّخول» نادرست است.

(تقلیل صرفی و محل اعرابی)

## ۴۰- گزینه «۳»

(کتاب زرر عمومی دوازدهم)

## تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: «مضاف الیه» نادرست است.

گزینه «۲»: «مؤنث، معرفة بالعلمیة، مضاف الیه...» نادرست است.

گزینه «۴»: «من مصدر مزید ثلاثی، نكرة» نادرست است.

(تقلیل صرفی و محل اعرابی)



## دین و زندگی (۳)

## ۴۱- گزینه ۴

(معمده کاغذی)

قرآن کریم در مورد کسی که هوای نفس را معبود خود گرفت، خطاب به پیامبر (ص) می فرماید: «أَفَأَنْتَ تَكُونُ عَلَيْهِ وَكَيْلًا»

(دین و زندگی دوازدهم، درس ۳، صفحه ۳۳۳)

## ۴۲- گزینه ۱

(معمده رضایی بقا)

از آنجا که خداوند، تنها مالک جهان است (توحید در مالکیت)، تنها ولی و سرپرست جهان نیز هست (توحید در ولایت).

پس علیت ولایت الهی که در آیه «مَا لَهُمْ مِنْ دُونِهِ مِنْ وَلِيٍّ» تأکید شده است، مالکیت است که در آیه «وَلِلَّهِ مَا فِي السَّمَاوَاتِ وَمَا فِي الْأَرْضِ» آمده است. ولایت به عنوان نتیجه حاصله به مفهوم حق تصرف و تغییر به طور انحصاری برای خداست.

(دین و زندگی دوازدهم، درس ۲، صفحه ۱۹)

## ۴۳- گزینه ۱

(مرفعی مسنی کبیر)

خالقیت خداوند از واحد بودن (اصل توحید) نشأت می گیرد: «قُلِ اللَّهُ خَالِقُ كُلِّ شَيْءٍ وَهُوَ الْوَاحِدُ الْقَهَّارُ؛ بگو خالق همه چیز خداست و او یکتای مقتدر است» انسانی که به توحید عملی در بُعد فردی آراسته شده است، می کوشد تمایلات درونی و تصمیمها و فعالیت های خود را در جهت خواست و رضایت الهی قرار دهد.

(دین و زندگی دوازدهم، درس ۲ و ۳، صفحه های ۱۹ و ۲۰ و ۳۲)

## ۴۴- گزینه ۲

(غیروز نژادنهف - تبریز)

پیوند محکمی میان معرفت به خداوند و ایمان به او وجود دارد، و همچنین ارتباط دقیقی بین ایمان به خداوند و اخلاص برقرار است. بنابراین هر قدر که معرفت ما به خداوند بیشتر شود به افزایش درجه اخلاص کمک خواهد کرد.

بیت «آفرینش همه تنبیه خداوند دل است...» به لزوم افزایش معرفت به خدا از راه تفکر در نشانه های الهی اشاره دارد.

(دین و زندگی دوازدهم، درس ۴، صفحه ۴۵ و ۴۶)

## ۴۵- گزینه ۲

(امین اسرپان پور)

مفهوم آیه شریفه در صورت سؤال ناظر بر سنت امداد عام است که مفهوم آیه شریفه «كُلًّا نُمِدُّ هُوَآءًا...» نیز در همین راستاست.

(دین و زندگی دوازدهم، درس ۶، صفحه ۶۷ و ۷۲)

## ۴۶- گزینه ۴

(سیر اسمان هنری)

سنت املاء و استدراج منحصرأ حاکم بر زندگی گناهکاران است و آیه شریفه «وَ لَا يَحْسَبَنَّ الَّذِينَ كَفَرُوا أَنَّمَا نُمَلِّئُهُمْ خَيْرٌ لَّأَنفُسِهِمْ...» بیانگر این سنت است.

(دین و زندگی دوازدهم، درس ۶، صفحه های ۶۷ و ۷۴)

## ۴۷- گزینه ۳

(معمده رضایی بقا)

با توجه به ترجمه حدیث حضرت علی (ع): «هیچ چیزی را مشاهده نکردم مگر اینکه خدا را قبل از آن، بعد از آن و با آن دیدم». قبل از پیدایش چیزی، خدا را دیدن، بیانگر نیازمندی به خدا در پیدایش است و بعد از نابودی یک چیز، خدا را دیدن، بیانگر نیازمندی به خدا در بقا است. به طور کلی رؤیت خدا در جهان هستی و مشهود بودن او را بابا طاهر این گونه بیان می دارد:

«به صحرا بنگرم، صحرا تو بینم / به دریا بنگرم، دریا تو بینم»

(دوازدهم، درس ۱، صفحه های ۱۱ و ۱۲)

## ۴۸- گزینه ۴

(معمده آقاصالح)

انسان موحد، چون پیرو فرمان های خداوند است (خدا را اطاعت کنید)، شخصیتی ثابت و پایدار دارد و برخوردار از آرامش روحی است و در برابر آن، فرد غیر موحد درونی ناآرام دارد؛ زیرا از یکسو هوای نفسانی وی هر روز خواسته جدیدی جلوی او می گذارد و عبارت قرآنی «تَعْبُدُ اللَّهَ عَلَى حَرْفٍ» مؤید آن است.

(دوازدهم، درس ۳، صفحه های ۳۳ و ۳۴)

## ۴۹- گزینه ۲

(معمده ابتهام)

افزایش خودشناسی ← افزایش بیشتر فقر و نیاز به خدا ← افزایش عبودیت و بندگی (دوازدهم، درس ۱، صفحه ۱۰)

## ۵۰- گزینه ۲

(امین اسرپان پور)

به ترتیب مفاهیم دچار تردید شدن مربوط به تفکر و تصمیم، دریغ و افسوس مرتبط با پشیمانی، و خود را مستحق مجازات دانستن ناظر بر مسئولیت پذیری از شواهد وجود اختیار در انسان هستند.

(دوازدهم، درس ۵، صفحه ۵۴)

## کتاب زرد

## ۵۱- گزینه ۲

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

به علت آن که بتها اختیار سود و زیان خود را ندارند، نمی توانند ولی و سرپرست باشند.

(دوازدهم، درس ۲، صفحه های ۲۲ و ۲۳)

## ۵۲- گزینه ۴

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

شناخت قوانین حاکم بر زندگی انسانها در روابطمان با خدا، خود، خلقت و دیگران تأثیر بسزایی دارد. وصول آسان تر به هدف و فراهم کردن اسباب از سوی خدا با سنت توفیق یا امداد خاص ارتباط دارد.

(دوازدهم، درس ۶، صفحه های ۶۹ و ۷۳)

## ۵۳- گزینه ۱

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

این که انسان بتواند با هر چیزی خدا را ببیند، معرفتی عمیق و والات است که در نگاه اول مشکل به نظر می آید اما هدفی قابل دسترس است. اگر قدم پیش بگذاریم و با عزم و تصمیم قوی حرکت کنیم، به یقین خداوند نیز کمک خواهد کرد.

(دوازدهم، درس ۱، صفحه ۱۲)

## ۵۴- گزینه ۳

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

حسن فعلی: کار به درستی و به همان صورت که خدا فرمان داده است انجام شود.  
حسن فاعلی: انجام دهنده کار، دارای نیت الهی باشد.  
گاه پیش می آید که انسانهای نادان (جاهل) به تصور اینکه کار خیر می کنند، مرتکب گناهان بزرگ می شوند.

(دوازدهم، درس ۴، صفحه ۴۵ و ۴۶)



### زبان انگلیسی (۳)

#### ۵۵- گزینه ۴»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

حصول این اطمینان از اعتقاد به خداوند حکیم که جهان خلقت حافظ و نگهدارنده دارد که در کار او اشتباه نیست از آیه «ان الله یمسک السماوات...» برداشت می‌شود.

(دوازدهم، درس ۵، صفحه ۵۶)

#### ۵۶- گزینه ۲»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

امام صادق (ع) در ادامه حدیث می‌فرماید: «... این همان است که خداوند فرموده: سنستدرجهم من حیث لا یعلمون»

(دوازدهم، درس ۶، صفحه‌های ۶۸ و ۷۵)

#### ۵۷- گزینه ۳»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

شخصی که به نیاز دائمی و لحظه‌به‌لحظه خود به خداوند که در بیت «ما همه شیران ولی شیر علم / حمله‌مان از باد باشد دم به دم» نیز بیان شده آگاه باشد (معرفت به خود)، رابطه‌اش با خدا را بیشتر احساس و ناتوانی و بندگی خود را بیشتر ابراز می‌کند. برای همین است که پیامبر گرامی ما، با آن مقام و منزلت خود در پیشگاه الهی، عاجزانه از خداوند می‌خواهد که برای یک لحظه هم، لطف و رحمت خاصش را از او نگیرد و او را به حال خود واگذار نکند: «اللهم لا تکلینی الی نفسی طرفة عین ابدأ: خدایا مرا چشم به هم زدن به خود وا مگذار.»

(دوازدهم، درس ۱، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

#### ۵۸- گزینه ۱»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

اختیار انسان یک تقدیر الهی است. وجود اختیار و اراده در انسان ناشی از اراده الهی و خواست خداست. به عبارت دیگر خداوند اراده کرده است که انسان موجودی مختار و دارای اراده باشد. در فعل اختیاری تا زمانی که ما به انجام دادن فعلی اراده نکرده‌ایم، آن فعل انجام نمی‌گیرد. در عین حال وجود ما، اراده و عملی که از ما سر می‌زند، همگی وابسته به اراده خداوند است. یعنی اراده انسان در طول اراده خداست و با آن منافاتی ندارد.

(دوازدهم، درس ۵، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

#### ۵۹- گزینه ۳»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

امام علی (ع) می‌فرماید: «خدای من! مرا این عزت بس که بنده تو باشم و این افتخار بس که تو پروردگار منی.» بنابراین آیه شریفه «ان اعبدونی هذا صراط مستقیم» با اشاره به بندگی خدا به نهایت عزت اشاره دارد و پذیرفتن خداوند به عنوان «پروردگار (رب)» که مؤید توحید در ربوبیت است، بیانگر بالاترین افتخار است.

(دوازدهم، درس‌های ۲ و ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۲۰ و ۳۳)

#### ۶۰- گزینه ۲»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

برای یک انسان موحد جهان معنای خاص خود را دارد، او هیچ حادثه‌ای را در عالم بی‌حکمت نمی‌داند گرچه حکمتش را نداند. گزینه یک به نحوه زندگی او مربوط می‌شود، نه نگاه او به عالم.

(دوازدهم، درس ۳، صفحه ۳۲)

#### ۶۱- گزینه ۴»

(میرمسین زاهدی)

ترجمه جمله: «به‌خاطر توجه کردن بیش از حد ضرورت به مایک، او قادر نبود که اعتماد به نفسش را افزایش دهد.»

- (۱) علاقه‌مند کردن  
(۲) وقف کردن  
(۳) کاهش دادن  
(۴) افزایش دادن

(واژگان)

#### ۶۲- گزینه ۱»

(میرمسین زاهدی)

ترجمه جمله: «ترسان اما لیخندزان، ماریا توسط پدرش نجات یافت و خودش را در آغوش او که عاشقانه بغلش کرده بود، یافت.»

- (۱) عاشقانه  
(۲) به‌ندرت  
(۳) به‌طور صحیح  
(۴) ماهرانه

(واژگان)

#### ۶۳- گزینه ۳»

(میرمسین زاهدی)

ترجمه جمله: «بهترین عنوان برای متن می‌تواند «پیدا کردن محل یک کلمه در لغت‌نامه» باشد.»

(درک مطلب)

#### ۶۴- گزینه ۴»

(میرمسین زاهدی)

ترجمه جمله: «کلمه "dictionary" در صفحه‌ای که کلمات راهنمای آن "delete" (حذف کردن) و "direction" (جهت) هستند، ظاهر می‌شود.»

(درک مطلب)

#### ۶۵- گزینه ۱»

(میرمسین زاهدی)

ترجمه جمله: «بر اساس متن، کدامیک از جملات زیر درست است؟»  
«کلمه راهنما در بالا سمت چپ اولین کلمه آن صفحه را نشان می‌دهد.»

(درک مطلب)

#### ۶۶- گزینه ۲»

(میرمسین زاهدی)

ترجمه جمله: «کلمه مشخص شده "approximate" به معنی «تقریبی و نزدیک» در پاراگراف اول به معنی "close" (نزدیک) می‌باشد.»

(درک مطلب)

#### ۶۷- گزینه ۱»

(مهمر، ریمیمی نصرآبادی)

ترجمه جمله: «کدامیک از جملات زیر سازماندهی متن را به بهترین شکل نشان می‌دهد؟»

«یک مفهوم کلی تعریف می‌شود، مثال‌هایی داده می‌شود و چندین نتیجه‌گیری انجام می‌شود.»

(درک مطلب)

#### ۶۸- گزینه ۴»

(مهمر، ریمیمی نصرآبادی)

ترجمه جمله: «مطالعات اولیه در مورد ویتامین‌ها نشان داد که ویتامین‌ها عوامل لازم برای رشد هستند که در مقادیر خیلی کوچک مورد نیازند.»

(درک مطلب)



## ۶۹- گزینه ۴»

(مفرد ریاضی نصر آباری)

ترجمه جمله: «از متن می‌توان نتیجه‌گیری کرد که دانشمندان هنوز همه چیز را دربارهٔ ویتامین‌ها نمی‌دانند.»

(درک مطلب)

## ۷۰- گزینه ۳»

(مفرد ریاضی نصر آباری)

ترجمه جمله: «این متن به احتمال زیاد در کدام بخش از یک کتاب علمی پدیدار می‌شود؟»

«غذا و نیازهای انسان»

(درک مطلب)

## کتاب زرد

## ۷۱- گزینه ۴»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

ترجمه جمله: «او احقر است. وقتی پول زیادی دارد، همهٔ آن را خیلی سریع خرج می‌کند و بعد هیچ پولی برای غذا ندارد!»

## نکته مهم درسی

با توجه به معنی جمله، باید از کلمهٔ ربط هم پایهٔ "and" استفاده کنیم.

(گرامر)

## ۷۲- گزینه ۳»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

ترجمه جمله: «این باور وجود دارد که الکساندر سلکرک یک الگو برای رابینسون کروزوئه است، اما داستان او از رمان معروف خیلی متفاوت بود.»

## نکته مهم درسی

دقت کنید اصل جمله به صورت زیر بوده است:

They believe Alexander Selkirk is a model for ...

برای مجهول کردن "believe" از ساختار زیر استفاده کردیم:

«مصدر با "to" + believed + "to be" + نهاد»

(گرامر)

## ۷۳- گزینه ۳»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

ترجمه جمله: «وقتی به آن‌جا رسیدیم، همهٔ مهمانان قبلاً رفته بودند، نرفته بودند؟»

## نکته مهم درسی

زمان اصلی جمله با وجود ترکیب "had left"، نشان‌دهندهٔ ماضی بعید است؛ پس با توجه به معنی جمله کافی است همین فعل را به صورت منفی (hadn't) در دنبالهٔ سؤال به کار ببریم.

(گرامر)

## ۷۴- گزینه ۲»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

ترجمه جمله: «هنوز برای خانواده حیرت‌آور بود که چرا دختری که او عاشقش بود و قصد داشت تابستان آینده با او ازدواج کند، بدون هیچ دلیل معقولی ترکش کرد.»

## نکته مهم درسی

تست در مورد کاربرد ضمائر موصولی است. اگر به معنی جمله دقت کنید، متوجه می‌شوید که اسم "the girl" نسبت به فعل "fell in love" نقش مفعولی دارد، پس ضمیر موصولی "whom" به کار می‌رود. از طرفی، عبارت "fell in love" به معنی «عاشق شدن» با حرف اضافهٔ "with" همراه است که می‌تواند قبل از "whom" به کار رود. غلط بودن گزینهٔ «۱» به این خاطر است که بعد از "who" اسم به کار نمی‌رود، بلکه فعل قرار می‌گیرد. گزینهٔ «۳» نیز غلط است زیرا "that" با حرف اضافهٔ به کار نمی‌رود. ترکیب گزینهٔ «۴» نادرست است.

(گرامر)

## ۷۵- گزینه ۱»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

ترجمه جمله: «معلممان مکرراً به ما یادآوری می‌کند که بدون یادقت خواندن دستورالعمل‌ها، فوراً به سؤالات پاسخ ندهیم. آن‌ها (دستورالعمل‌ها) به شما می‌گویند که چگونه مسائل را حل کنید.»

- (۱) وارد شدن، پریدن به  
(۲) نماد چیزی بودن  
(۳) فهمیدن  
(۴) جست‌وجو کردن لغت

(واژگان)

## ۷۶- گزینه ۳»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

ترجمه جمله: «اعتقاد بر این است که توانایی انسان‌ها برای فکر کردن، نوشتن و صحبت کردن مهمترین عاملی باشد که آن‌ها را از حیوانات متمایز می‌سازد.»

- (۱) به مخاطره انداختن  
(۲) بهبود دادن  
(۳) متمایز کردن  
(۴) بزرگ‌نمایی کردن

(واژگان)

## ۷۷- گزینه ۴»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

ترجمه جمله: «چیزهای خوب قرار نیست که همین‌طوری برای شما اتفاق بیفتد. خداوند بسیار بخشنده است، اما از شما انتظار دارد که ابتدا سهم خودتان را انجام دهید.»

- (۱) متعجب  
(۲) تنها، مجرد  
(۳) عمومی  
(۴) بخشنده

(واژگان)

## ۷۸- گزینه ۱»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

ترجمه جمله: «یک گفتار الهام‌بخش از ولتر هست (که می‌گوید): «قدردانی چیز فوق‌العاده‌ای است. آن باعث می‌شود آنچه در دیگران شگرف است، به ما نیز تعلق داشته باشد.»

- (۱) قدردانی  
(۲) ترکیب  
(۳) گوناگونی  
(۴) راه‌حل

(واژگان)

## ۷۹- گزینه ۴»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

ترجمه جمله: «پزشکان ابراز امیدواری می‌کنند و می‌گویند که بیماری هنوز در مرحلهٔ میانی خودش است که به این معناست که بیماری فعال نیست و اکنون به راحتی می‌تواند درمان شود.»

- (۱) پیشرفته  
(۲) صلح‌آمیز  
(۳) مسئول  
(۴) میانی

(واژگان)

## ۸۰- گزینه ۲»

(کتاب زرد عمومی دوازدهم)

ترجمه جمله: «من فکر می‌کنم برای دانش‌آموزان ضروری است که فقط از کسانی که در آموزش حرفه‌ای هستند، یعنی (به عبارت دیگر) معلمان، توصیهٔ کارشناسانه بخواهند، نه از هیچ‌کس دیگری.»

- (۱) ایمان، عقیده  
(۲) توصیه  
(۳) نتیجه  
(۴) رسم، سنت

(واژگان)



# دفترچه پاسخ

آزمون ۲۰ دی ۹۸

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

## گروه علمی

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر و مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	محمدحسن محمدزاده مقدم

## گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	عادل حسینی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروفنگار و صفحه آرا	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

-۸۱

ابتدا دامنه  $f$  را به دست آورده و سپس از روی آن دامنه تابع

$$g(x) = 3f(4x - 2) - 3 \text{ را به دست می آوریم:}$$

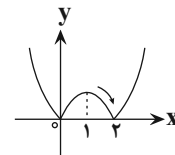
$$-2 \leq x \leq 6 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 12 \Rightarrow -5 \leq 2x - 1 \leq 11$$

پس دامنه  $f$  به صورت  $[-5, 11]$  می باشد. برای به دست آوردن دامنه  $g$  داریم:

$$-5 \leq 4x - 2 \leq 11 \Rightarrow -3 \leq 4x \leq 13 \Rightarrow -\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{13}{4}$$

-۸۲

نمودار تابع  $y = |x||x - 2| = |x^2 - 2x|$  را رسم می کنیم:



همان طور که می بینید تابع در بازه های  $(-\infty, 0)$  و  $(1, 2)$  نزولی است.

-۸۳

می توان گفت اگر عبارتی بر یک عبارت بخش پذیر باشد بر عامل های آن

عبارت نیز بخش پذیر است. حال چون  $3x^4 + ax^3 + b$  بر  $(x^2 - 1)$

بخش پذیر است، پس بر عامل های آن یعنی بر  $x - 1$  و  $x + 1$  نیز

بخش پذیر است. بنابراین:

$$p(x) = 3x^4 + ax^3 + b$$

$$\begin{cases} p(1) = 0 \Rightarrow 3 + a + b = 0 \\ p(-1) = 0 \Rightarrow 3 - a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = -3$$

(ریاضی ۳، صفحه های ۵۰ و ۵۱)

-۸۴

ابتدا ضابطه تابع را ساده تر می کنیم:

$$y = a \sin\left(\pi\left(\frac{3}{4} + bx\right)\right) = a \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \pi bx\right) = -a \cos(\pi bx)$$

اگر به نمودار و ضابطه تابع دقت کنیم، به مطالب زیر پی می بریم:

(۱) نمودار تابع، نموداری کسینوسی است که نسبت به محور  $x$  قرینه شده،

یعنی قطعاً یک عدد منفی در ضابطه تابع باید ضرب شده باشد که این عدد

منفی هم اکنون در ضابطه تابع وجود دارد. پس  $a$  قطعاً مثبت بوده است.

(۲) کم ترین و بیش ترین مقدار تابع کسینوس در حالت عادی  $\pm 1$  است،

در حالی که این مقادیر در نمودار کشیده شده  $\pm 3$  هستند، پس باید یک

ضریب ۳ در پشت تابع کسینوس ضرب شده باشد.  $a = 3$

(۳) در تابع  $\cos x$ ، دوره تناوب  $2\pi$  و لذا در تابع  $\cos(\pi bx)$  دوره تناوب

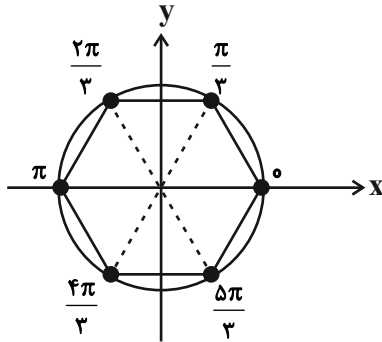
$$\frac{2\pi}{|\pi b|} = \frac{2}{|b|} \text{ است. حال با توجه به این که نمودار کشیده شده در فاصله}$$

$[0, 3]$  دوبار تکرار شده است، پس دوره تناوب  $\frac{3}{4}$  است. یعنی:

$$\frac{2}{|b|} = \frac{3}{4} \Rightarrow |b| = \frac{4}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{4}{3}$$

اما دقت کنید، با توجه به این که  $\cos \alpha = \cos(-\alpha)$  می باشد، هر دو مقدار

برای  $b$  قابل قبول است. پس دو مقدار برای  $a + b$  وجود دارد.



طول ضلع شش ضلعی برابر شعاع دایره یعنی ۱ و در نتیجه محیط آن برابر ۶

است.

$$\cos \Delta x = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow \Delta x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \Delta x = 2k\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \Delta x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

-۸۷

-۸۸

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|y-x|}{\sqrt{x+6}-x} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2}{\sqrt{x+6}-x} \times \frac{\sqrt{x+6}+x}{\sqrt{x+6}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2(\sqrt{x+6}+x)}{x+6-x^2} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2(6)}{-(x^2-x-6)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{12}{(x-3)(x+2)} = \frac{12}{(0^+)(5)} = \frac{12}{0^+} = +\infty$$

-۸۵

$$a + b = \begin{cases} 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3} \\ 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

از آن جا که کم ترین مقدار  $a + b$  مدنظر است، پس  $\frac{5}{3}$  قابل قبول است.

نمودار تابع در بازه  $[0, 5]$  دو بار تکرار شده است. یعنی دوره تناوب این

تابع  $\frac{5}{2}$  است. زیرا:  $2T = 5 \Rightarrow T = \frac{5}{2}$  (۱)

دوره تناوب تابع  $f(x) = \tan(cx)$  برابر با  $T = \frac{\pi}{|c|}$  است. پس در

این جا:

$$f(x) = a \tan(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{\pi}{|b\pi|} = \frac{1}{|b|} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{1}{|b|} = \frac{5}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{2}{5}$$

با مقایسه نمودار تابع داده شده و فرم اصلی  $y = \tan x$  متوجه می شویم

که نمودار تابع در یک منفی ضرب شده است. در نتیجه  $a$  و  $b$

مختلف علامت هستند. لذا گزینه «۴» صحیح است.

-۸۶

$$\tan 3x = 0 \Rightarrow 3x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$$

انتهای کمان جواب ها، مطابق شکل زیر یک شش ضلعی منتظم را می سازند.

حسابان ۲ (کتاب زرد ۹۸)

۹۱-

ابتدا ضابطه تابع را با استفاده از روش مربع کامل بازنویسی می‌کنیم. داریم:

$$y_1 = -x^2 + 2x + 5 = -(x-1)^2 + 6$$

حال با انتقال ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین داریم:

$$y_2 = -(x-3-1)^2 + 6-2 = -(x-4)^2 + 4$$

نیمساز ناحیه اول خط  $y = x$  است ( $x > 0$ ). بنابراین باید نامعادله

$y_2 > x$  را حل کنیم:

$$\Rightarrow y_2 = -(x-4)^2 + 4 = -x^2 + 8x - 12 > x$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x + 12 < 0 \Rightarrow (x-3)(x-4) < 0 \Rightarrow 3 < x < 4$$

۹۲-

تابع را با توجه به ریشه‌های قدرمطلق  $x = -2$  و  $x = 1$  به سه بازه تفکیک

می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} \text{اکیداً نزولی} \Rightarrow -x-2-x+1 = -2x-1 & x < -2 \\ \text{ثابت} \Rightarrow x+2-x+1 = 3 & -2 \leq x \leq 1 \\ \text{اکیداً صعودی} \Rightarrow x+2+x-1 = 2x+1 & x > 1 \end{cases}$$

پس برای  $x < -2$  یا  $x \in (-\infty, -2)$  تابع اکیداً نزولی است.

۹۳-

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

توجه کنید که در همسایگی راست نقطه ۳، تابع  $y = [2-x]$  برخط

$y = -2$  منطبق است.

۸۹-

ابتدا ضابطه  $f$  را می‌نویسیم. شیب خط  $f$  برابر  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{2}$  است. پس داریم:

$$f(x) = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$\Rightarrow \frac{2f(x)+1}{f(3x)-x} = \frac{2(-\frac{1}{2}x+1)+1}{-\frac{1}{2}(3x)+1-x} = \frac{-x+3}{-\frac{5}{2}x+1}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+3}{-\frac{5}{2}x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{-\frac{5}{2}x} = \frac{2}{5}$$

۹۰-

حاصل حد را به‌ازای مقادیر مختلف  $n$  حساب می‌کنیم. بیش‌ترین مقدار

حد به‌ازای  $n=1$  به‌دست می‌آید که  $m = \frac{3}{2}$  می‌شود.

$$\begin{cases} n=1 \Rightarrow m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{2x^2} = \frac{3}{2} \\ n=2 \Rightarrow m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2}{3x^2} = \frac{4}{3} \\ n \geq 3 \Rightarrow m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{x^n} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m+n = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} = 2.5$$

در نتیجه:

-۹۵

$$4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = 1 \Rightarrow -4 \sin x \cos x = 1$$

$$\Rightarrow -2 \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} & (1) \\ 2x = 2k\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} & (2) \end{cases}$$

چون جواب‌ها را در بازه  $[0, 2\pi]$  می‌خواهیم، در جواب (۱) مقادیر

$k = 1, 2$  و در جواب (۲) نیز مقادیر  $k = 0, 1$  را جایگزین می‌کنیم:

$$x = \frac{11\pi}{12}, \frac{22\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = \frac{\pi(11+22+7+19)}{12} = \frac{60\pi}{12} = 5\pi$$

-۹۶

$$\cos 3x = -\cos x \Rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi - (\pi - x) \Rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

به‌ازای  $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$ ،  $\cos x = 0$  است که با شرط سوال ( $\cos x \neq 0$ )

مغایرت دارد. پس فقط  $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  قابل قبول است.

-۹۷

موقعیت زاویه‌های  $\frac{4\pi}{3}$  و  $\frac{2\pi}{3}$  روی دایره مثلثاتی مطابق زیر است:

$$y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = a + b \sin x$$

چون تابع در اطراف  $x = 0$  صعودی است،  $b > 0$  است.

$$\text{بیش‌ترین مقدار تابع} = a + |b| = a + b = 3 \quad (1)$$

از طرفی مختصات نقطه  $(0, -\frac{5\pi}{6})$  در ضابطه تابع صدق می‌کند:

$$a + b \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow a - b \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Rightarrow a - \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow a = \frac{b}{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{3b}{2} = 3 \Rightarrow b = 2, a = 1$$

$$y = 1 + 2 \sin x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{6}} y = 1 + 2 \sin \frac{\pi}{6} = 1 + 2 \times \frac{1}{2} = 2$$

-۹۴

با تبدیل  $\cot \pi x$  به  $\tan \pi x$  داریم:

$$f(x) = \tan \pi x - \frac{1}{\tan \pi x} = \frac{\tan^2 \pi x - 1}{\tan \pi x}$$

با استفاده رابطه  $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ ، درمی‌یابیم که:

$$f(x) = -\frac{2}{\tan 2\pi x} = -2 \cot 2\pi x$$

حال می‌دانیم دوره تناوب توابع  $y = \tan ax$  و  $y = \cot ax$  برابر است

$$T_f = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2} \quad \text{با } \frac{\pi}{|a|} \text{ بنابراین داریم:}$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow a + b = 0$$

-۹۹

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + x}}{x} \stackrel{\text{قضیه برتوان}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |2x|}{x} \stackrel{x < 0}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 2x}{x} = 3$$

-۱۰۰

$$y = 2 - \frac{\Delta x + 2}{x^2 + 2x}$$

می توانیم ضابطه تابع را به صورت مقابل بنویسیم:

واضح است که  $y = 2$  خط مجانب افقی تابع است. از طرفی داریم:

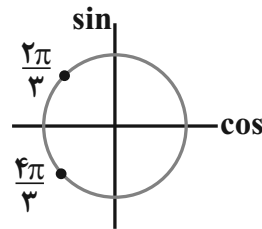
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\Delta x + 2}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\Delta}{x} = 0^+$$

یعنی در  $+\infty$ ، نمودار تابع با مقادیر کم تر از ۲ به مجانب خود نزدیک

می شود. به طریق مشابه می توان گفت در  $-\infty$ ، نمودار تابع با مقادیر بیشتر

از ۲ به آن نزدیک می شود.

با این توضیحات، نمودار تابع گزینه «۱» صحیح است.



$$\cos \frac{2\pi}{3} = \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} = \frac{\sin \frac{2\pi}{3}}{1 + 2(-\frac{1}{2})^-} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + (-1)^-} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^-} = -\infty$$

مشابه بالا اثبات می شود که  $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x)$  برابر  $+\infty$  است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}^+} \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} = \frac{\sin \frac{4\pi}{3}}{1 + 2(-\frac{1}{2})^+} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^+} = -\infty$$

و  $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}^-} f(x) = +\infty$  است، سپس  $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} f(x)$  وجود ندارد.

فقط گزینه «۱» صحیح است.

-۹۸

حد عبارت صورت وقتی  $x \rightarrow 2$  میل کند، برابر ۱- است. بنابراین برای

اینکه حاصل حد مورد نظر  $-\infty$  باشد،  $x = 2$  باید ریشه مضاعف عبارت

مخرج باشد.

هندسه ۳

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10+c \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ 10+c = 1 \Rightarrow c = -9 \end{cases}$$

-۱.۵

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \Rightarrow a^2 - 1 = \frac{1}{|A|} \Rightarrow |A| = \frac{1}{a^2 - 1}$$

$$|2A| = 2 \Rightarrow 4|A| = 2 \Rightarrow |A| = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2 - 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow a^2 - 1 = 2 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$$

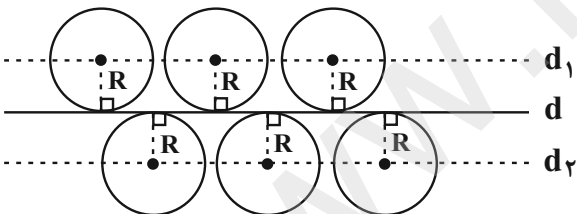
-۱.۶

اگر  $A$  ماتریس  $n \times n$  باشد و  $k \in \mathbb{R}$ ، آنگاه  $|kA| = k^n |A|$  است.  
اگر دترمینان ماتریس  $A$  را برحسب سطر اول آن به دست آوریم، داریم:

$$|A| = 2(6-0) + 0 + 1(0-8) = 12 - 8 = 4$$

$$\Rightarrow |2A| = 2 \Rightarrow |kA| = 2 \Rightarrow k^3 |A| = 2 \Rightarrow k^3 \times 4 = 2 \Rightarrow k^3 = \frac{1}{2}$$

-۱.۷



مطابق شکل مراکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت  $R$  که بر خط  $d$  در صفحه مماس‌اند، به فاصله ثابت  $R$  از خط  $d$  قرار دارند. بنابراین مکان هندسی مورد نظر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  موازی با خط  $d$  و به فاصله  $R$  از آن در دو طرف خط  $d$  می‌باشد.

-۱.۸

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 2x + 1) - 1 + (y^2 + 4y + 4) - 4 - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 10$$

بنابراین  $O(1, -2)$  مرکز و  $R = \sqrt{10}$  شعاع دایره است. نقطه‌ای درون این دایره واقع است که فاصله آن از مرکز دایره کمتر از شعاع دایره باشد.  
داریم:

$$OA = \sqrt{(-1-1)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{5} < \sqrt{10} \rightarrow \text{درون دایره است}$$

$$A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k \end{bmatrix}$$

ماتریس اسکالر غیرصفر از مرتبه ۴ به صورت

می‌باشد ( $k \neq 0$ ) که حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی آن  $k^4$  و مجموع درایه‌های آن  $4k$  است؛ داریم:

$$k^4 = 2(4k) \Rightarrow k^4 = 8k \xrightarrow{k \neq 0} k^3 = 8 \rightarrow k = 2$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

در نتیجه مجموع درایه‌های  $A^2$  برابر ۱۶ است.

-۱.۲

از آنجا که  $a$  واسطه هندسی دو عدد  $b$  و  $c$  است، داریم:  $a^2 = bc$ . برای ماتریس داده شده در گزینه «۳» داریم:

$$\begin{vmatrix} b & a \\ a & c \end{vmatrix} = bc - a^2 = 0$$

بنابراین ماتریس داده شده وارون‌پذیر نیست. از آنجا که  $b$  و  $c$  دو عدد طبیعی و متمایز هستند، دترمینان سایر ماتریس‌های داده شده نمی‌تواند صفر باشد و در نتیجه وارون‌پذیر هستند.

-۱.۳

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

شرط فاقد جواب بودن دستگاه آن است که:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{m-1}{-1} = \frac{-3}{m+1} \neq \frac{4m+1}{2m-1}$$

با توجه به شرط  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$  داریم:

$$m^2 - 1 = 3 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$m = 2 \Rightarrow -\frac{3}{3} \neq \frac{9}{3}$$

$$m = -2 \Rightarrow \frac{-3}{-1} \neq \frac{-7}{-5}$$

پس به ازای هر دو مقدار ۲ و -۲، دستگاه فاقد جواب است.

-۱.۴

اگر  $A$  ماتریس ضرایب،  $X$  ماتریس مجهولات و  $B$  ماتریس مقادیر ثابت دستگاه باشند، آنگاه داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2 \times 3 - 1 \times 4} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AX = A - 2I \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1}(AX) = A^{-1}(A - 2I)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(A^{-1}A)}_I X = \underbrace{A^{-1}A}_I - 2A^{-1}I$$

$$\Rightarrow X = I - 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

-۱۱۳

$$\|A\|A\| = |4A| = 4^2 \|A\| = 64 \times 4 = 256$$

-۱۱۴

$$\begin{bmatrix} x & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y & -2 \\ 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x + 4y - 1 & -2x + 4 \\ y + 7 & -3 \end{bmatrix}$$

برای اینکه ماتریس حاصل، قطری باشد، لازم است درایه‌های خارج قطر

$$\begin{cases} -2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ y + 7 = 0 \Rightarrow y = -7 \end{cases}$$

اصولی آن برابر صفر گردند. در این صورت داریم:

-۱۱۵

دو طرف تساوی  $AX = B$  را از سمت چپ در  $A^{-1}$  ضرب می‌کنیم تا ماتریس  $X$  به دست بیاید. داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2(-2) - 3(-1)} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$AX = B \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1}(AX) = A^{-1}B \Rightarrow \underbrace{(A^{-1}A)}_I X = A^{-1}B$$

$$\Rightarrow X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 13 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$$

-۱۱۶

طبق دستور ساروس برای محاسبهٔ دترمینان ماتریس‌های  $3 \times 3$  داریم:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & 6 & 1 \end{vmatrix} = (0 + 10 + 72) - (0 + 60 - 3) = 82 - 57 = 25$$

$$OB = \sqrt{(2-1)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{26} > \sqrt{10} \rightarrow \text{بیرون دایره است}$$

$$OC = \sqrt{(4-1)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{10} \rightarrow \text{روی دایره است}$$

$$OD = \sqrt{(-2-1)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{13} > \sqrt{10} \rightarrow \text{بیرون دایره است}$$

-۱۰۹

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$$

$$\text{مرکز } O(2, 3), \text{ شعاع } R = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + (-6)^2 - 4(-3)} = 4$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$$

$$\text{مرکز } O'(4, 2), \text{ شعاع } R' = \frac{1}{2} \sqrt{(-8)^2 + (-4)^2 - 4 \times 19} = 1$$

$$\text{طول خط‌المركزين } OO' = \sqrt{(4-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{5}, |R - R'| = 3$$

$OO' < |R - R'| \Rightarrow$  دو دایره متداخل‌اند

-۱۱۰

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0 \Rightarrow \text{مرکز دایره } O(-2, 1)$$

خط مماس بر دایره در نقطه  $A$  بر شعاع گذرنده از این نقطه عمود است.

بنابراین اگر خط مماس را  $d$  بنامیم، آنگاه داریم:

$$m_{OA} = \frac{4-1}{-1+2} = 3 \Rightarrow m_d = -\frac{1}{3}$$

$$d \text{ معادله خط } : y - 4 = -\frac{1}{3}(x + 1) \xrightarrow{\times 3} 3y - 12 = -x - 1$$

$$\Rightarrow x + 3y = 11$$

در بین نقاط داده شده، تنها نقطه  $(2, 3)$  بر این خط واقع است.

هندسه ۳ (کتاب زرد ۹۸)

-۱۱۱

$$\begin{bmatrix} x & 2x & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 11x - 1 & -x - 2 & -3x \\ x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 11x^2 - x - 2x^2 - 4x + 3x = 0 \Rightarrow 9x^2 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow x(9x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{9} \end{cases}$$

-۱۱۲

دو طرف تساوی  $AX = A - 2I$  را از سمت چپ در  $A^{-1}$  ضرب می‌کنیم.

داریم:



-۱۱۷

$$R = OA = \sqrt{\left(-1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{34}{4}}$$

$$C \text{ دایره } C: \text{ معادله دایره } C: \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{34}{4} \Rightarrow x^2 + y^2 - x - 3y = 6$$

راه حل دوم:

فرض کنید معادله دایره مورد نظر به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  باشد. برای یافتن معادله وتر مشترک دو دایره متقاطع، کافی است معادلات دو دایره را برابر هم قرار دهیم. داریم:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = x^2 + y^2 - 4x - 6$$

$$\Rightarrow (a+4)x + by + c + 6 = 0$$

با توجه به اینکه وتر مشترک دو دایره منطبق بر نیمساز ناحیه اول است، پس معادله حاصل باید مضربی از معادله  $(x-y=0)y=x$  باشد، بنابراین  $c+6=0 \Rightarrow c=-6$  داریم:

$$\frac{b}{a+4} = -1 \Rightarrow b = -a-4$$

دایره از نقطه  $(-1, 4)$  عبور می‌کند، بنابراین داریم:

$$x^2 + y^2 + ax + (-a-4)y - 6 = 0$$

$$\xrightarrow{(-1,4)} 1+16-a-4a-16-6=0$$

$$\Rightarrow -5a = 5 \Rightarrow a = -1$$

در نتیجه معادله دایره مورد نظر به صورت زیر است:

$$x^2 + y^2 - x - 3y = 6$$

راه حل سوم:

دایره  $C$  از نقطه  $(-1, 4)$  می‌گذرد، پس مختصات این نقطه باید در معادله دایره صدق کند. در بین گزینه‌ها این موضوع تنها برای گزینه «۴» برقرار است.

-۱۱۹

خط مماس بر دایره در نقطه تماس، بر شعاع گذرنده از نقطه تماس عمود است. بنابراین خط  $3x + 2y = a$ ، در راستای یکی از شعاع‌های دایره (خط قائم بر دایره) است و در نتیجه از مرکز دایره عبور می‌کند. داریم:

$$O(1, -\frac{1}{2}) \Rightarrow 3(1) + 2(-\frac{1}{2}) = a \Rightarrow a = 2$$

-۱۲۰

نقطه  $O(8, 7)$  مرکز دایره  $C$  و نقطه  $O'(2, -1)$  مرکز دایره  $R'$  است. داریم:

$$OO' = \sqrt{(2-8)^2 + (-1-7)^2} = 10$$

شرط مماس خارج بودن دو دایره  $OO' = R + R'$ 

$$\Rightarrow 10 = R + 3 \Rightarrow R = 7$$

فرض کنید معادله دایره  $C$  به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  باشد. برای یافتن معادله وتر مشترک دو دایره، معادلات دو دایره را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = x^2 + y^2 - 17 \Rightarrow ax + by = -c - 17$$

وتر مشترک دو دایره بر خط  $2x - y = 3$  منطبق است، پس داریم:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{-1} = \frac{-c-17}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = -2b \\ c = 3b - 17 \end{cases}$$

نقطه  $(6, -1)$  روی دایره است، پس مختصات آن در معادله دایره صدق

$$x^2 + y^2 - 2bx + by + 3b - 17 = 0 \quad \text{می‌کند:}$$

$$\xrightarrow{(6,-1)} 36+1-12b-b+3b-17=0$$

$$\Rightarrow 10b = 20 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ c = -11 \end{cases}$$

$$\text{شعاع دایره } R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{16+4+44}}{2} = \frac{\sqrt{64}}{2} = 4$$

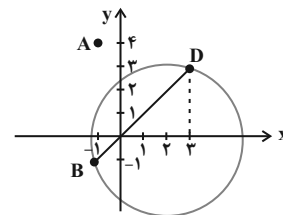
-۱۱۸

راه حل اول: ابتدا وتر مشترک دو دایره  $(y=x)$  را با دایره تلافی می‌دهیم تا نقاط مشترک دو دایره حاصل شوند:

$$x^2 + y^2 - 4x = 6 \xrightarrow{y=x} 2x^2 - 4x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow D(3, 3) \\ x = -1 \Rightarrow B(-1, -1) \end{cases}$$

می‌دانیم مرکز دایره بر عمودمنصف هر یک از وترهای دایره واقع است، بنابراین با در نظر گرفتن نقطه  $A(-1, 4)$  و نقاط  $B(-1, -1)$  و  $D(3, 3)$  و به دست آوردن عمودمنصف‌های دو وتر از سه وتر موجود، می‌توان مختصات مرکز دایره را به دست آورد.



$$\left. \begin{matrix} A(-1, 4) \\ B(-1, -1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{عمودمنصف } AB: y = \frac{4+(-1)}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

$$\left. \begin{matrix} B(-1, -1) \\ D(3, 3) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} m_{BD} = 1 \\ \text{عمودمنصف } BD: m_d = -1 \end{cases} \Rightarrow M(1, 1) \text{ (وسط } BD)$$

$$d \text{ معادله خط } y - 1 = -(x - 1) \Rightarrow y = -x + 2$$

$$y = -x + 2 \xrightarrow{y=\frac{3}{2}} \frac{3}{2} = -x + 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

بنابراین  $O(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$  مرکز دایره است و شعاع آن برابر است با:



ریاضیات گسسته

-۱۲۱

(P, مجموعه اعداد اول است) فرد است.  $2 \in P, 3 \in P, 2+3=5$  گزینه ۱

زوج است  $2 \in P, 3 \in P, 2 \times 3=6$  گزینه ۲

گزینه ۳:  $\sqrt{2} \in Q', \sqrt{3} \in Q', (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \notin Q$

-۱۲۲

$$3xy + y - 5 = 0 \Rightarrow y(3x+1) = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{3x+1}$$

$$y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3x+1 \mid 5 \Rightarrow 3x+1 = \pm 1 \text{ یا } 3x+1 = \pm 5$$

$$3x+1=1 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=5 \rightarrow A(0,5)$$

$$3x+1=-1 \Rightarrow x=-\frac{2}{3} \text{ (غقق)}$$

$$3x+1=5 \Rightarrow x=\frac{4}{3} \text{ (غقق)}$$

$$3x+1=-5 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow y=-1 \rightarrow B(-2,-1)$$

پس دو نقطه A و B با مختصات صحیح روی منحنی قرار دارد.

-۱۲۳

چون  $b^2 \mid a$  و  $b^2 \mid b^2$  ، پس  $b \mid a$  و در نتیجه  $(b, a) = |b|$  .

از طرفی  $b^2 \mid a$  ، پس  $b^4 \mid a^2$  و در نتیجه  $(a^2, b^4) = b^4$  . بنابراین داریم:

$$((a^2, b^4), (b, a)) = (b^4, b) = |b|$$

-۱۲۴

$$8 \equiv 2 \pmod{6} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 8^2 \equiv 4 \equiv -2 \pmod{6}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۵}} 8^{10} \equiv -32 \equiv 4 \pmod{6} \xrightarrow{\times 8} 8^{11} \equiv 32 \equiv 2 \pmod{6}$$

$$7 \equiv 1 \pmod{6} \xrightarrow{\text{به توان ۲۰}} 7^{20} \equiv 1 \pmod{6}$$

$$\left. \begin{aligned} 8^{11} &\equiv 2 \pmod{6} \\ 7^{20} &\equiv 1 \pmod{6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 7^{20} \times 8^{11} \equiv 2 \pmod{6}$$

-۱۲۵

ابتدا محاسبه می کنیم که روز اول اسفند در آن سال چه روزی از هفته است.

$$29 + 4 \times 30 + 1 = 150 \Rightarrow 150 \equiv 3 \pmod{7}$$

↓                      ↓                      ↓  
اسفند                      آبان                      تا بهمن                      مهر

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
صفر	۱	۲	۳	۴	۵	۶

در صورتی که اول مهر به عنوان مبدأ (صفر) در نظر گرفته شود، طبق جدول

روز اول اسفند سه شنبه بوده و در نتیجه اولین جمعه ماه اسفند، چهارمین روز

این ماه خواهد بود.

-۱۲۶

$$7x + 4y = 110 \Rightarrow 7x \equiv 110 \pmod{4} \Rightarrow -x \equiv 3 \pmod{4}$$

$$\Rightarrow x \equiv -2 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k - 2 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

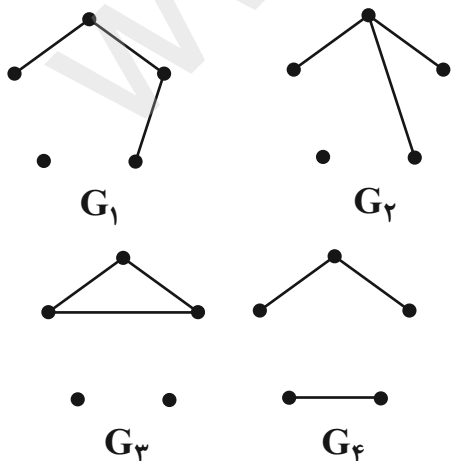
$$7(4k - 2) + 4y = 110 \Rightarrow 4y = -28k + 124 \Rightarrow y = -7k + 31$$

$$\left. \begin{aligned} x > 0 &\Rightarrow 4k - 2 > 0 \Rightarrow k > \frac{1}{2} \\ y > 0 &\Rightarrow -7k + 31 > 0 \Rightarrow k < \frac{31}{7} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 1, 2, 3, 4$$

بنابراین معادله سیاله مورد نظر، ۴ دسته جواب در مجموعه اعداد طبیعی دارد.

-۱۲۷

گراف های مورد نظر عبارت اند از:



-۱۲۸

-۱۲۸

$$\left. \begin{aligned} a = 6q + 5 &\xrightarrow{\times 11} 11a = 66q + 55 \\ a = 11q' + 7 &\xrightarrow{\times 6} 6a = 66q' + 42 \end{aligned} \right\}$$

تفاضل  $\rightarrow 5a = 66(q - q') + 13$

$$\Rightarrow 5a \equiv 13 \pmod{66} \Rightarrow 5a \equiv 13 + 2 \times 66 \equiv 145 \pmod{66} \xrightarrow{\div 5} a \equiv 29 \pmod{66}$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} a = 11q + 7 &\xrightarrow{\times 12} 12a = 66(2q) + 84 \\ a = 6q' + 5 &\xrightarrow{\times 11} 11a = 66q' + 55 \end{aligned} \right\}$$

تفاضل  $\rightarrow a = 66(2q - q') + 29 \Rightarrow a = 66k + 29$

-۱۳۲

$$\left. \begin{aligned} \alpha | 13n + 3 &\xrightarrow{\times 7} \alpha | 91n + 21 \\ \alpha | 7n + 4 &\xrightarrow{\times 13} \alpha | 91n + 52 \end{aligned} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow \alpha | 31$$

$\alpha > 1 \rightarrow \alpha = 31$

$$31 | 7n + 4 \Rightarrow 7n + 4 \equiv 0 \pmod{31} \Rightarrow 7n \equiv -4 \pmod{31} \Rightarrow 7n \equiv -4 - 31 \equiv -35 \pmod{31}$$

$$\xrightarrow{\div 7} n \equiv -5 \pmod{31} \Rightarrow n = 31k - 5 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

کوچکترین عدد طبیعی  $n$  به ازای  $k = 1$  حاصل می‌شود که برابر ۲۶ است و مجموع ارقام آن برابر ۸ می‌باشد.

-۱۳۳

اگر تعداد کالاهای خریداری شده به قیمت‌های ۲۲۰ و ۱۴۰ تومان به ترتیب برابر  $x$  و  $y$  باشد، آنگاه داریم:

$$220x + 140y = 19000 \xrightarrow{\div 20} 11x + 7y = 950 \Rightarrow 11x \equiv 950 - 7y$$

$$\Rightarrow 4x \equiv 5 \pmod{11} \xrightarrow{\div 4} x \equiv 3 \pmod{11} \Rightarrow x = 11k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$11(11k + 3) + 7y = 950 \Rightarrow 7y = -77k + 917$$

$$\xrightarrow{\div 7} y = -11k + 131$$

$$\left. \begin{aligned} x > 0 &\Rightarrow 11k + 3 > 0 \Rightarrow k > -\frac{3}{11} \\ y > 0 &\Rightarrow -11k + 131 > 0 \Rightarrow k < \frac{131}{11} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 \leq k \leq 11$$

بنابراین  $k$  می‌تواند ۱۲ مقدار مختلف داشته باشد، یعنی به ۱۲ طریق می‌توان از این دو نوع کالا خریداری کرد.

در گراف کامل مرتبه ۱۰، تعداد یال‌ها برابر  $\frac{10 \times 9}{2} = 45$  است. بنابراین

دو یال از گراف  $K_1$  حذف شده که به یکی از دو صورت زیر انجام می‌شود:

(الف) ۲ یال را از ۴ رأس حذف کنیم؛ در این وضعیت ۴ رأس از درجه ۹ به درجه ۸ تبدیل می‌شوند و ۶ رأس از درجه ۹ باقی می‌ماند.

(ب) ۲ یال را از ۳ رأس حذف کنیم؛ در این وضعیت یک رأس از درجه ۷، ۲ رأس از درجه ۸ و ۷ رأس از درجه ۹ خواهیم داشت.

چنانچه ملاحظه می‌شود حداکثر تعداد راس‌های درجه ۹، متعلق به حالت (ب) می‌باشد که ۷ رأس درجه ۹ داریم.

-۱۲۹

در یک گراف  $r$ -منتظم،  $r < p$  است. بنابراین در این گراف  $p \geq 4$  است. اگر  $p = 4$  باشد، گراف  $\bar{G}$  تهی می‌شود که خلاف فرض است. حالت  $p = 5$  امکان‌پذیر نیست، چون گراف ۳-منتظم از مرتبه ۵ وجود ندارد. اگر  $p = 6$  باشد، آنگاه گراف  $\bar{G}$ ، ۲-منتظم است و در نتیجه داریم:

$$2q = pr = 6 \times 2 = 12 \Rightarrow q = 6$$

بنابراین حداقل تعداد یال‌های گراف  $\bar{G}$ ، برابر ۶ است.

-۱۳۰

$u - v$  مسیر به طول ۱:  $uv$

$u - v$  مسیر به طول ۲:  $uzv, uwwv$

$u - v$  مسیر به طول ۳:  $uzwv, uwzv$

$u - v$  مسیر به طول ۴:  $uwyzv, uzywv$

ریاضیات گسسته (کتاب زرد ۹۸)

-۱۳۱

راه حل اول:

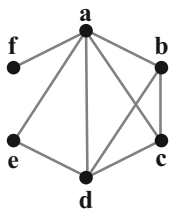
$$\left. \begin{aligned} x > 0 &\Rightarrow -13k + 82 > 0 \Rightarrow k < \frac{82}{13} \\ y > 0 &\Rightarrow 9k - 1 > 0 \Rightarrow k > \frac{1}{9} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 \leq k \leq 6$$

یعنی این معادله سیاله دارای ۶ دسته جواب طبیعی است.

-۱۳۸

$$\begin{aligned} 5^3 &\equiv 125 \equiv 2 \pmod{41} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} 5^9 \equiv 8 \pmod{41} \xrightarrow{\times 5} 5^{10} \equiv 40 \equiv -1 \pmod{41} \\ &\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 5^{20} \equiv 1 \pmod{41} \end{aligned}$$

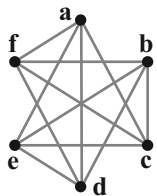
-۱۳۹



نمودار گراف مطابق شکل روبه‌رو است.  
دوره‌های به‌طول ۳ در این گراف عبارت‌اند از:

abca, abda, acda, adea, bcdb

-۱۴۰

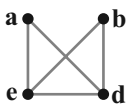


گراف ۴-منتظم از مرتبه ۶ در شکل مقابل رسم گردیده است. هر ۴ رأس دلخواه از این گراف و یال‌های بین آنها به یکی از دو صورت زیر هستند:

(الف) ۴ رأس می‌توانند یک گراف با اندازه ۴ مطابق شکل زیر ایجاد کنند. چنین گرافی فقط یک دور به طول ۴ (دور acbda) دارد.



(ب) ۴ رأس می‌توانند یک گراف با اندازه ۵ مطابق شکل زیر ایجاد کنند. چنین گرافی نیز فقط یک دور به طول ۴ (دور adbea) دارد.



یعنی هر ۴ رأس دلخواه در این گراف، فقط یک دور به طول ۴ ایجاد می‌کند. پس تعداد دوره‌های به‌طول ۴ در گراف ۴-منتظم مرتبه ۶ برابر است با:

$$\binom{6}{4} = 15$$

-۱۳۴

$$\begin{aligned} 7^2 &\equiv 3 \pmod{23} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} 7^6 \equiv 27 \equiv 4 \pmod{23} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 7^{12} \equiv 16 \pmod{23} \\ &\xrightarrow{\times 7} 7^{13} \equiv 112 \equiv -3 \pmod{23} \Rightarrow 7^{13} + a \equiv a - 3 \equiv 0 \pmod{23} \Rightarrow a \equiv 3 \pmod{23} \end{aligned}$$

بنابراین کوچک‌ترین عدد طبیعی  $a$ ، برابر ۳ است.

-۱۳۵

ابتدا اعداد ۶۲۷، ۴۲۹ و ۱۵۴ را به عامل‌های اول آنها تجزیه می‌کنیم داریم:

$$\begin{aligned} 627 &= 3 \times 11 \times 19, \quad 429 = 3 \times 11 \times 13, \quad 154 = 2 \times 7 \times 11 \\ [(627, 429), 154] &= [(3 \times 11 \times 19, 3 \times 11 \times 13), 154] \\ &= [3 \times 11, 2 \times 7 \times 11] = 2 \times 3 \times 7 \times 11 = 462 \end{aligned}$$

تذکر: ب.م.م دو عدد برابر حاصل‌ضرب پایه‌های مشترک با توان کمتر و ک.م.م دو عدد برابر حاصل‌ضرب تمامی پایه‌ها شامل پایه‌های مشترک با توان بیشتر است.

-۱۳۶

$$\left. \begin{aligned} \alpha \mid 5n + 4 &\xrightarrow{\times 11} \alpha \mid 55n + 44 \\ \alpha \mid 11n + 3 &\xrightarrow{\times 5} \alpha \mid 55n + 15 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} \alpha \mid 29 \xrightarrow{\alpha > 1} \alpha = 29$$

$$29 \mid 5n + 4 \Rightarrow 5n + 4 \equiv 0 \pmod{29} \Rightarrow 5n \equiv -4 \equiv 25 \pmod{29}$$

$$\xrightarrow{\div 5} n \equiv 5 \pmod{29} \Rightarrow n = 29k + 5 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین اعداد دو رقمی  $n$  عبارت‌اند از: ۳۴، ۶۳، ۹۲

-۱۳۷

$$9x + 13y = 725 \Rightarrow 13y = 725 - 9x \Rightarrow 4y = 5 - x$$

$$\xrightarrow{\div 4} y \equiv -1 \pmod{13} \Rightarrow y = 9k - 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$9x + 13(9k - 1) = 725 \Rightarrow 9x = -117k + 728$$

$$\Rightarrow x = -13k + 82$$

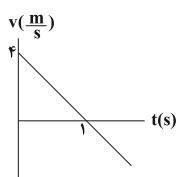
فیزیک ۳

۱۴۱-

$$x = -2t^2 + 4t + 5 \rightarrow \begin{cases} -a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{s^2} \\ v_0 = \frac{4}{s} \\ x_0 = 5m \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow v = -\frac{2}{s}t + 4$$

$$\frac{v=0}{\rightarrow} t = \frac{4}{2} = 2s$$



با توجه به نمودار سرعت - زمان، تنها در بازه زمانی صفر تا ۲s حرکت متحرک کندشونده است. بنابراین در ده ثانیه اول حرکت متحرک ۹ ثانیه به صورت تندشونده است.

۱۴۴-

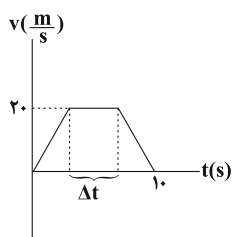
مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. با توجه به نمودار، مدت زمانی که حرکت متحرک یکنواخت است را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \Delta x = S = v_{av} \Delta t = 15 \times 10 = 150m$$

$$S = \frac{(10 + \Delta t) \times 20}{2} \Rightarrow (10 + \Delta t)10 = 150 \Rightarrow \Delta t = 5s$$

اکنون با توجه به رابطه جابه‌جایی در حرکت یکنواخت داریم:

$$\Delta x' = v \Delta t = 20 \times 5 = 100m$$



۱۴۲-

تندی در هر لحظه دلخواه  $t$ ، برابر با اندازه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است. بنابراین چون اندازه شیب نمودار مکان - زمان در بازه زمانی صفر تا  $t_1$ ، در حال کاهش است، تندی متحرک در این بازه زمانی در حال کاهش است. از آنجایی که در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  متحرک یک بار از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین بردار مکان یک بار تغییر جهت داده است. تذکر: اگر در حین حرکت، متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد.

جابه‌جایی یک کمیت برداری است و برابر است با  $\Delta x = x_2 - x_1$  بنابراین:

$$\Delta x = -5 - (+10) = -5 - 10 = -15m$$

مسافت یک کمیت نرده‌ای است و برابر مجموع طول تمام مسیرهای طی شده توسط متحرک است. بنابراین:

$$l = 5 + 15 + 5 = 25m$$

۱۴۳-

در حرکت با شتاب ثابت اگر بردارهای سرعت اولیه و بردار شتاب با یکدیگر هم‌جهت باشند، نوع حرکت متحرک پیوسته تندشونده است و اگر بردارهای سرعت اولیه و شتاب خلاف جهت هم باشند، نوع حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. با توجه به معادله مکان - زمان حرکت متحرک شتاب ثابت است. اکنون معادله سرعت - زمان متحرک را به دست می‌آوریم:



-۱۴۵

راه حل اول: با توجه به رابطه  $v = at + v_0$ ، سرعت متحرک را در نقاط A

و B به دست می آوریم:

$$v_B = a(t + \frac{1}{2}) \rightarrow 12 = at + \frac{1}{2}a \Rightarrow at = 12 - \frac{1}{2}a$$

اکنون با استفاده از رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$\frac{v_A + v_B}{2} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \quad v_A = at, at = 12 - \frac{1}{2}a, \Delta x_{AB} = 36 \text{ m}$$

$$v_B = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta t = 4 \text{ s}$$

$$\frac{12 - \frac{1}{2}a + 12}{2} = \frac{36}{4} \Rightarrow 24 - \frac{1}{2}a = 36$$

$$\Rightarrow a = \frac{36}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow t_B = 1 \text{ s} \Rightarrow \overline{OA} = \overline{OB} - \overline{AB} \quad \overline{OB} = \frac{1}{2}at_B^2$$

$$\overline{AB} = 36 \text{ m}$$

$$\overline{OA} = \frac{1}{2} \times 18 \times 1^2 - 36 = 12 \text{ m}$$

راه حل دوم: با استفاده از رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت

داریم:

$$\frac{v_A + v_B}{2} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \quad v_B = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta x_{AB} = 36 \text{ m}$$

$$\Delta t = 4 \text{ s} \rightarrow v_A = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_A - 0}{t_A - 0} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} \rightarrow t_A = 4 \text{ s}$$

$$\overline{OA} = \frac{0 + v_A}{2} \times t_A = \frac{0 + 6}{2} \times 4 = 12 \text{ m}$$

-۱۴۶

چترباز وقتی از حال سکون سقوط می کند، تندی آن افزایش می یابد، از آنجا

که نیروی مقاومت هوا به تندی چترباز بستگی دارد، با افزایش تندی بزرگی

شتاب چترباز کاهش می یابد. در لحظه ای که چترباز چتر خود را باز می کند

تندی چترباز بیشینه است و با باز شدن چتر نیروی مقاومت هوا افزایش می یابد

و جهت شتاب حرکت چترباز به سمت بالا می شود به این ترتیب پس از این

لحظه نوع حرکت چترباز کندشونده می شود تا جایی که اندازه نیروی مقاومت

هوا با اندازه نیروی وزن چترباز برابر می شود و پس از این لحظه نیروی

مقاومت هوا ثابت می ماند و چترباز با تندی حدی ادامه مسیر خود را طی

می کند.

-۱۴۷

از آنجا که جسم ثابت است، پس برابری نیروهای وارد بر آن، برابر صفر می باشد.

$$F_N + mg = F$$

$$\Rightarrow F_N = F - mg$$

$$\Rightarrow F_N = 80 - 50 = 30 \text{ N}$$

-۱۴۸

ابتدا شتاب حرکت جسم را به دست می آوریم:

$$x = t^2 - 4t \rightarrow \frac{dx}{dt} = 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

اکنون مطابق قانون دوم نیوتون، بزرگی برابری نیروهای وارد بر متحرک را

به دست می آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \quad a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

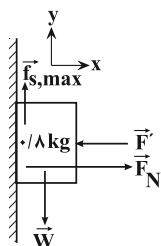
$$m = 50 \text{ kg} \rightarrow F_{\text{net}} = 100 \text{ N}$$

-۱۴۹

زمانی جسم در آستانه حرکت قرار می گیرد که نیروی وزن جسم با بیشینه

نیروی اصطکاک ایستایی برابر است؛ اکنون نیروی عمودی سطح را درحالی که

جسم در آستانه حرکت به سمت پایین قرار می گیرد به دست می آوریم:



۱۵۲-

ابتدا دوره حرکت نوسانها را حساب می کنیم، داریم:

$$\frac{\pi}{\Delta} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1.0s$$

در بازه زمانی ۵ ثانیه ای، یعنی معادل نصف یک دوره نوسان، فاز نوسانگر  $\pi$  رادیان تغییر می کند. نوسانگر در این مدت معادل با دو برابر دامنه نوسان ( $2 \times 3 = 6cm$ ) را طی خواهد کرد.

۱۵۳-

شتاب نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان است. بنابراین هرگاه نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان باشد، سرعت و شتاب آن هم جهت بوده، پس حرکتش تندشونده است و اگر در حال دور شدن از مرکز نوسان باشد، حرکتش کندشونده خواهد بود. پس حرکت این نوسانگر در این بازه زمانی، ابتدا تندشونده و سپس کندشونده خواهد بود.

در مورد انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر می توان گفت هر چه به دو انتهای مسیر نوسان نزدیکتر شویم، انرژی پتانسیل کشسانی بیشتر شده و در مرکز نوسان انرژی پتانسیل کشسانی صفر است، پس انرژی پتانسیل کشسانی این نوسانگر ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است.

۱۵۴-

این فاصله از روی شکل معادل  $\frac{5\lambda}{4}$  است. داریم:

$$v = \lambda f \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lambda f$$

$$\Rightarrow \frac{1/25\lambda}{2/5} = \lambda f \Rightarrow f = 10 Hz$$

۱۵۵-

چون دو تار هم جنس هستند، چگالی آنها یکسان است و بنابراین داریم:

$$\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow \frac{m_1}{A_1 L_1} = \frac{m_2}{A_2 L_2}$$

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = \bar{F}'$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow W = f_{s,max}$$

$$\frac{f_{s,max} = \mu_s F_N, m = 0.1kg, \mu_s = 0.4}{F_N = F', W = mg, g = 10 \frac{N}{kg}} \rightarrow 0.4 \times F' = \lambda \Rightarrow F' = 2.0N$$

بنابراین نیروی F باید ۲۰N کاهش یابد.

۱۵۰-

از روی نمودار نسبت ثابت فنرها را به دست می آوریم: (شیب نمودار  $F_e - x$  برابر با ثابت فنر است.) اکنون با استفاده از رابطه  $F_e = k\Delta l$  داریم:

$$\frac{F_{e2}}{k_2} = \frac{x_2}{k_1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

اکنون با استفاده از رابطه  $F_e = k\Delta l$  داریم:

$$\frac{F_{e2}}{F_{e1}} = \frac{k_2 \Delta l_2}{k_1 \Delta l_1} \rightarrow \frac{F_{e2} = m_2 g, m_2 = 900g}{F_{e1} = m_1 g, m_1 = 500g, \Delta l_1 = 5cm} \rightarrow \frac{900g}{500g} = \frac{1}{2} \times \frac{\Delta l_2}{5}$$

$$\Rightarrow \Delta l_2 = 3cm$$

۱۵۱-

نیروی مرکزگرا برای حرکت اتومبیل در مسیر افقی دایره ای توسط نیروی اصطکاک ایستایی بین چرخهای اتومبیل و سطح جاده تأمین می شود و چون اتومبیل با بیشینه سرعت ممکن بدون آن که بلغزد، حرکت می کند، اصطکاک ایستایی نیز بیشینه خواهد بود. داریم:

$$f_{s,max} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \mu_s mg = m \frac{4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow \mu_s = \frac{4\pi^2 r}{g T^2} \quad (1)$$

$$2\pi r = 600 \Rightarrow 2 \times 3r = 600 \Rightarrow r = 100m$$

و نیز چون در ۲۰ ثانیه یک دور می زند پس  $T = 2.0s$  می باشد.

که با جایگذاری مقادیر به دست آمده در رابطه (۱)،  $\mu_s$  به دست می آید:

$$\mu_s = \frac{4 \times 3^2 \times 100}{10 \times 2.0^2} \Rightarrow \mu_s = 0.9$$

$$a = \text{شیب} = \frac{22 - (-8)}{15} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow v = 2t - 8$$

در زمان  $t$  سرعت متحرک صفر است.

$$v = 2t - 8 \xrightarrow{v=0} 0 = 2t - 8 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

مجموع مساحت دو مثلث  $S_1$  و  $S_2$  همان مسافت طی شده توسط متحرک از ۰ تا ۲۰ ثانیه است.

$$\text{مسافت} = |S_1| + |S_2| = \frac{1}{2}(4 \times 8) + \frac{1}{2}(16)(22) = 192 \text{ m}$$

-۱۵۸

از روی نمودار شتاب - زمان سرعت متحرک را در لحظات  $t_1 = 10 \text{ s}$  و

$t_2 = 15 \text{ s}$  به دست می آوریم. با توجه به نمودار شتاب - زمان، حرکت متحرک

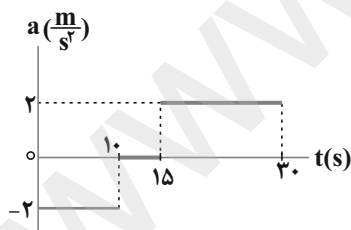
در بازه زمانی  $t_1 = 10 \text{ s}$  تا  $t_2 = 15 \text{ s}$  یکنواخت و در بازه زمانی  $t_2 = 15 \text{ s}$

تا  $t_3 = 30 \text{ s}$  با شتاب ثابت است. برای به دست آوردن سرعت متوسط ابتدا باید

جابه جایی متحرک را در این دو بازه زمانی به دست آوریم.

از آنجا که مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر با

تغییرات سرعت است، داریم:



$$\Delta v_{10 \rightarrow 15} = v_{(t=15 \text{ s})} - v_{(t=10 \text{ s})} = \frac{\Delta v = -S_1 = -2 \times 10 = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{v_{(t=10 \text{ s})} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$-20 = v_{(t=15 \text{ s})} - 30 \rightarrow v_{(t=15 \text{ s})} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به رابطه جابه جایی در حرکت یکنواخت، ابتدا جابه جایی متحرک در

بازه زمانی  $t_1 = 10 \text{ s}$  تا  $t_2 = 15 \text{ s}$  را محاسبه می کنیم.

$$\Delta x_1 = v \Delta t \xrightarrow{\Delta t = 15 - 10 = 5 \text{ s}} \xrightarrow{v = v_{(t=15 \text{ s})} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Delta x_1 = 50 \text{ m}$$

$$\frac{A_1 = 3A_2}{L_1} \rightarrow \frac{m_1}{L_1} = 3 \frac{m_2}{L_2} \Rightarrow \mu_1 = 3\mu_2$$

حال با استفاده از رابطه سرعت انتشار امواج عرضی در یک تار مرتعش، داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{F_1}{F_2} \times \frac{\mu_2}{\mu_1}} = \sqrt{3 \times \frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 1$$

فیزیک ۳ (کتاب زرد ۹۸)

-۱۵۶

جابه جایی یک متحرک در یک بازه زمانی تنها به مکان ابتدایی و انتهایی وابسته

است، با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o} \Rightarrow v_{av} = \frac{20 - (-40)}{10} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

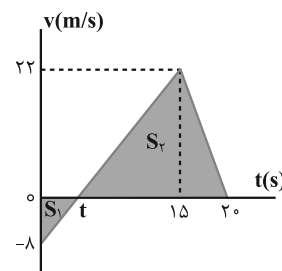
-۱۵۷

مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه جایی متحرک است. توجه

کنید در قسمت هایی که نمودار زیر محور  $t$  ها است متحرک در خلاف جهت

محور  $x$  در حرکت است و جابه جایی منفی می باشد. سؤال مسافت طی شده

را می خواهد بنابراین باید مجموع قدرمطلق جابه جایی ها را در نظر گرفت.



برای حل این مسئله ابتدا محل برخورد نمودار را با محور زمان به دست

می آوریم. معادله خط از صفر تا ۱۵ ثانیه همان معادله  $v = at + v_0$  است

که شیب خط، شتاب حرکت را نشان می دهد.

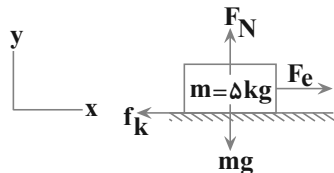
$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=0} -8 = 0 + v_0 \Rightarrow v_0 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۶۱-

طبق قانون اول نیوتون، وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد، همچنان ساکن باقی می ماند و اگر در حال حرکت باشد، سرعت جسم تغییر نمی کند و ثابت می ماند.

۱۶۲-

چون جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است مطابق قانون اول نیوتون بر ایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است. با نوشتن بر ایند نیروهای وارد بر جسم در دو راستای X و Y داریم:



$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N = mg = 50 \text{ N}$$

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_e - f_k = 0 \xrightarrow{F_e = k\Delta x} f_k = k\Delta x$$

$$f_k = \mu_k F_N \rightarrow \mu_k \times 5 \times 10 = 200 \times \frac{5}{100} \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

۱۶۳-

وزن ظاهری شخص همان نیروی عکس‌العملی است که کف باسکول به شخص وارد می کند. در حرکت آسانسور چهار حالت پیش می آید که مطابق رابطه زیر، وقتی علامت + در نظر گرفته می شود که حرکت تندشونده و رو به بالا و یا کندشونده رو به پایین باشد. همچنین علامت - زمانی در نظر گرفته می شود که حرکت کندشونده رو به بالا و تندشونده رو به پایین باشد.

$$N = m(g \pm a)$$

هنگامی که در رابطه فوق علامت + در نظر گرفته شود وزن نشان داده شده توسط باسکول به اندازه ma اضافه می شود.

برای به دست آوردن جابه جایی متحرک در بازه زمانی  $t_p = 15 \text{ s}$  تا  $t_p = 30 \text{ s}$  با استفاده از رابطه مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x_p = \frac{1}{2} a t^2 + v_i t \quad \left. \begin{array}{l} v_i = v(t=15\text{s}) = v(t=10\text{s}) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t = 30 - 15 = 15\text{s}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{array} \right\}$$

$$\Delta x_p = \frac{1}{2} \times 2 \times 15^2 + 10 \times 15 = 225 + 150 = 375 \text{ m}$$

با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_p}{\Delta t_1 + \Delta t_p} \Rightarrow v_{av} = \frac{50 + 375}{20} = 21.25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۵۹-

در لحظه t داریم:

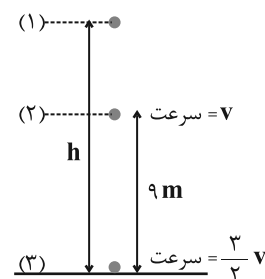
$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 \Rightarrow 75 = \frac{1}{2} \times 1 / \Delta t^2 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 - 75 \Rightarrow 75 = \frac{1}{2} a_B \times 10^2 - 75 \Rightarrow a_B = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین نسبت سرعت متحرکها در لحظه  $t = 10 \text{ s}$  برابر است با:

$$v = at \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{a_B}{a_A} = \frac{3}{2} = 1.5$$

۱۶۰-



برای محاسبه h، با استفاده از معادله سرعت - جابه جایی داریم:

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = -2g(h-9) \\ \left(\frac{3}{2}v\right)^2 = -2gh \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{h}{h-9} \Rightarrow h = 16/2 \text{ m}$$



۱۶۴-

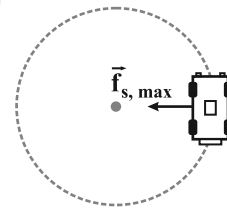
از رابطه انرژی جنبشی با تکانه استفاده می‌کنیم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{22}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{121}{100}$$

بنابراین انرژی جنبشی ۲۱ درصد افزایش یافته است.

۱۶۵-

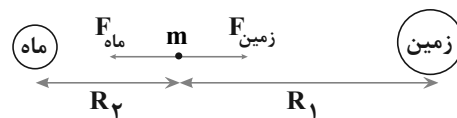
نیروی مرکزگرا برای حرکت دایره‌ای یکنواخت اتومبیل در سطح افقی توسط نیروی اصطکاک ایستایی تأمین می‌شود و چون اتومبیل با حداکثر سرعت مجاز بدون لغزیدن مسیر را طی می‌کند، نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم بیشینه است.



$$F_{net} = f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.5 \times 1200 \times 10 = 6000 \text{ N}$$

۱۶۶-

نیروی گرانش وارد بر جسم از طرف زمین و ماه برابر است با:



$$F_{\text{جسم به زمین}} = \frac{GM_{\text{زمین}} m}{R_1^2}$$

$$F_{\text{جسم به ماه}} = \frac{GM_{\text{ماه}} m}{R_2^2}$$

$$\frac{F_{\text{ماه به جسم}} = F_{\text{زمین به جسم}}}{M_{\text{ماه}} = 81 M_{\text{زمین}}} \Rightarrow \frac{M_{\text{زمین}}}{R_1^2} = \frac{M_{\text{ماه}}}{R_2^2} \Rightarrow \frac{81}{R_1^2} = \frac{1}{R_2^2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 9$$

۱۶۷-

تعداد نوسان در مدت یک ثانیه همان بسامد نوسان است. داریم:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2 \times 3} \sqrt{\frac{360}{0.4}} = \frac{1}{6} \times 30 \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

۱۶۸-

با استفاده از رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده، داریم:

$$E = 2\pi^2 m A^2 f^2 \Rightarrow 40 = 2 \times 10 \times 0.05 \times (0.08)^2 f^2 \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$$

۱۶۹-

در یک موج عرضی در حال انتشار در یک طناب بسامد زاویه‌ای و دوره نوسان تمام ذرات طناب یکسان است.

۱۷۰-

از رابطه  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  سرعت موج را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{250}{4 \times 10^{-3}}} = 250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{250}{312/5} = 0.4 \text{ m}$$

شیمی ۳

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] \times \frac{[H^+]}{4 \times 10^6} = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[H^+] = -\log(2 \times 10^{-4}) = 3.7$$

۱۷۸-

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: برای باز کردن این لوله‌ها از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید استفاده می‌شود.

گزینه «۳»: فراورده این واکنش صابون است که خاصیت چربی‌زدایی دارد.

گزینه «۴»: اسیدهای چرب درون لوله و در دمای اتاق به صورت جامد می‌باشند.

۱۷۹-

عبارت‌های (ب) و (ت) صحیح هستند.

بررسی سایر موارد:

مورد (آ) در برخی از واکنش‌های اکسایش - کاهش، افزون بر دادوستد الکترون، انرژی نیز آزاد می‌شود.

مورد (ب) در گذشته برای عکاسی از سوختن منیزیم استفاده می‌کردند که در آن منیزیم نقش کاهنده را ایفا می‌کرد.

۱۸۰-

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: جای قطب‌ها در شکل داده شده نادرست است و در آن باید روی قطب منفی و مس قطب مثبت باشد.

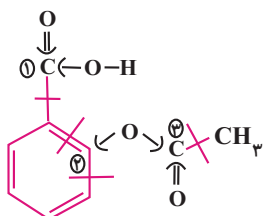
گزینه «۳»: قطب منفی سلول‌های گالوانی آند و قطب مثبت آن‌ها کاتد می‌باشد.

گزینه «۴»: با گذشت زمان یون‌های  $\text{Cu}^{2+}$  به  $\text{Cu}$  تبدیل می‌شود. بنابراین با توجه به این که رنگ محلول این نیم‌سلول مربوط به یون  $\text{Cu}^{2+}$  است، با گذشت زمان رنگ محلول در این نیم‌سلول کم‌رنگ‌تر می‌شود.

۱۸۱-

با توجه به این که واکنش اول انجام پذیر است و واکنش دوم انجام‌ناپذیر است پس ترتیب قدرت کاهندگی این سه عنصر به صورت  $C > B > A$  است. بنابراین چون عنصر B پایین‌تر از H است، می‌توان گفت عنصر C نیز پایین‌تر از H است و می‌تواند با HCl واکنش دهد.

۱۸۲-



$$(1) \rightarrow 4 - 1 = 3$$

$$(2) \rightarrow 4 - 3 = 1$$

۱۷۱-

با اضافه کردن مقداری کات کیود (نمک مس (II) سولفات) به آب، محلول آبی‌رنگی به دست می‌آید که نور را به‌طور کامل از خود عبور می‌دهد و آن را پخش نمی‌کند.

۱۷۲-

در فرمول پاک‌کننده‌های غیرصابونی به جای  $\text{CO}_3^{2-}$ ، گروه  $\text{SO}_3^-$  وجود دارد.

۱۷۳-

صابون جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب و صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

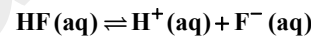
۱۷۴-

درصد یونش اسید برابر است با نسبت مولکول‌های یونیده شده به کل مولکول‌های حل شده، ضربدر ۱۰۰. کل مولکول‌های حل شده: مولکول‌های یونیده شده + مولکول‌های یونیده نشده پس تعداد کل مولکول‌ها  $300 + 270 = 570$  است.

$$\alpha \% = \frac{300}{570} \times 100 = 52.6\%$$

۱۷۵-

واکنش یونش HF به شکل زیر است:



در نتیجه غلظت  $\text{H}^+$  و  $\text{F}^-$  با هم برابر است.

$$K = \frac{[\text{H}^+][\text{F}^-]}{[\text{HF}]} = \frac{(2/43 \times 10^{-2})(2/43 \times 10^{-2})}{1} \approx 5/9 \times 10^{-4}$$

۱۷۶-

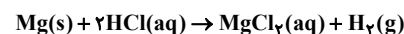
موارد «آ» و «ب» نادرست است.

صورت درست موارد آ و پ:

آ) سرعت واکنش فلز منیزیم با محلول هیدروکلریک اسید بیش‌تر از سرعت واکنش آن با محلول استیک اسید است.

پ) غلظت یون‌های موجود در محلول هیدروکلریک اسید بیش‌تر از محلول استیک اسید است.

توجه: در این دو آزمایش میزان گاز  $\text{H}_2$  تولیدشده باهم برابر است، اما شدت و سرعت واکنش هیدروکلریک اسید با فلز منیزیم بیش‌تر خواهد بود به‌طوری که در واحد زمان، گاز  $\text{H}_2$  بیش‌تری تولید می‌شود.



۱۷۷-

$$\frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} = 4 \times 10^6$$

$$= 12/1 \times 10^{-6} = 1/21 \times 10^{-5} \text{ mol.l}^{-1}$$

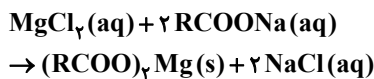
-۱۸۸

برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها، افزودن سدیم هیدروژن کربنات (جوش شیرین) بهتر است. زیرا:

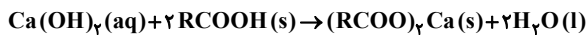


بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) افزودن منیزیم کلرید، سبب افزایش سختی آب شده و قدرت شویندگی پاک‌کننده صابونی کاهش می‌یابد.



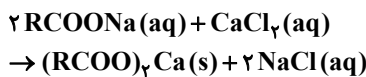
(۲) کلسیم هیدروکسید، در واکنش با اسید چرب ترکیب نامحلول در آب ایجاد می‌کند. بنابراین، به پاک‌کنندگی شوینده کمک نمی‌کند.



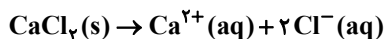
(۴) آلومینیم هیدروکسید ( $\text{Al(OH)}_3$ ) یک ترکیب نامحلول در آب است، بنابراین، نمی‌تواند به پاک‌کنندگی شوینده‌ها کمک کند.

-۱۸۹

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



معادله انحلال کلسیم کلرید به صورت زیر است:



برای حل، ابتدا با توجه به مقدار  $\text{Ca}^{2+}$ ، مقدار رسوب را به دست می‌آوریم. سپس، با توجه به مقدار صابون، مقدار رسوب را تعیین می‌کنیم. سپس درصد رسوب تشکیل شده را مشخص می‌کنیم.

$$200 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \times \frac{2000 \text{ g Ca}^{2+}}{10^6 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{40 \text{ g Ca}^{2+}} \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{1 \text{ mol Ca}^{2+}} \times \frac{1 \text{ mol (RCOO)}_2\text{Ca}}{1 \text{ mol CaCl}_2} = 0.01 \text{ mol (RCOO)}_2\text{Ca}$$

$$4/72 \text{ g RCOONa} \times \frac{1 \text{ mol RCOONa}}{236 \text{ g RCOONa}} \times \frac{1 \text{ mol (RCOO)}_2\text{Ca}}{2 \text{ mol RCOONa}} = 0.01 \text{ mol (RCOO)}_2\text{Ca}$$

درصد رسوب برابر است با:

$$\text{درصد رسوب} = \frac{0.01}{0.01} \times 100 = 100$$

-۱۹۰

با توجه به رابطه درصد یونش داریم:

$$\text{درصد یونش} = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HA}]} \times 100 = \frac{4 \times 10^{-3}}{0.1} \times 100 = 4$$

برای محاسبه pH داریم:

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(4 \times 10^{-3}) = -[\log 4 + \log 10^{-3}]$$

$$(3) \rightarrow 4 - 1 = +3$$

مجموع عدد اکسایش اتم‌های مشخص شده

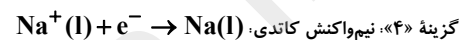
$$= (+3) + (+1) + (+3) = +7$$

-۱۸۳

گزینه «۱»: در فرایند صنعتی تولید فلز سدیم در آند گاز  $\text{Cl}_2$  تولید می‌شود در صورتی که در پرکافت آب، گازهای  $\text{O}_2$  و  $\text{H}_2$  تولید می‌شود.

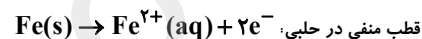
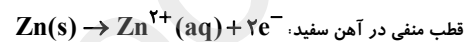
گزینه «۲»: با افزودن مقداری  $\text{CaCl}_2$  (نه در حالت محلول)، دمای ذوب تا حدود  $587^\circ\text{C}$  پایین می‌آید.

گزینه «۳»: الکتروود آند به قطب مثبت باتری وصل بوده و مسئول اکسایش یون  $\text{Cl}^{-}$  می‌باشد



-۱۸۴

نیم‌واکنش انجام یافته در بخش آندی (نه کاتدی) به صورت زیر است:



-۱۸۵

در سلول آبکاری، تیغه نقره به قطب مثبت باتری متصل است.

شیمی ۳ (کتاب زرد کنکور ۹۸)

-۱۸۶

$$? \text{ mol H}^+ = 44/8 \text{ mL HCl} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{22400 \text{ mL HCl}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol HCl}} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol H}^+$$

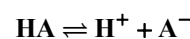
$$M_{\text{H}^+} = \frac{\text{mol H}^+}{L} = \frac{2 \times 10^{-3}}{0.5} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.l}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 4 \times 10^{-3} = -[\log 4 + \log 10^{-3}] = 3 - 0.6 = 2.4$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{1}{4} \times 10^{-11}$$

$$\frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} = \frac{4 \times 10^{-3}}{\frac{1}{4} \times 10^{-11}} = 16 \times 10^{+8} = 1/6 \times 10^9$$

-۱۸۷



$$K = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} = \frac{[\text{H}^+]^2}{[\text{HA}]} = \frac{(5/5 \times 10^{-4})^2}{2/5 \times 10^{-2}}$$

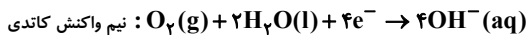
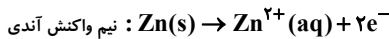
$$\Rightarrow [H^+] = \frac{0.3 \text{ mol}}{3 \text{ L}} = 0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pH = -\log [H^+] \Rightarrow pH = -\log 0.1 = 1$$

$$? Ag = 0.3 \text{ mol } e^- \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mole } e^-} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 32.4 \text{ g Ag}$$

-۱۹۷

نیم واکنش‌های آندی و کاتدی در آهن گالوانیزه به صورت زیر است:



شمار الکترون‌ها در نیم واکنش کاتدی در شکل نادرست است.

-۱۹۸

در محلول به کار رفته برای آبکاری یک قاشق مسی با استفاده از الکتروآند نقره، کاتیون مس وجود ندارد.

با خورده شدن الکتروآند نقره، غلظت  $\text{Ag}^+$  در محلول ثابت می‌ماند. بنابراین، نمودار گزینه «۱» به درستی رسم شده است.

-۱۹۹

موارد (پ) و (ت) صحیح هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

عبارت (آ)، یون  $\text{Ag}^+$  در آن کاهش پیدا کرده است.

عبارت (ب)،  $\text{Ag}_2\text{O}$  که در آن  $\text{Ag}^+$  کاهش پیدا کرده است، نقش اکسندار را دارد.

-۲۰۰

زمانی که غلظت دو برابر می‌شود، یعنی جرم یا حجم محلول نصف شده است. پس از یک کیلوگرم آب، ۰/۵ کیلوگرم آن تبخیر شده است:



$$? \text{ L گاز} = 0.5 \text{ kg H}_2\text{O} \times \frac{1000 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ kg H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol گاز}}{2 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{22.4 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} = 933.3 \text{ L گازها}$$

$$= -[0.6 - 3] = 2.4$$

-۱۹۱

تعداد هیدروژن‌های یک اسید چرب باید زوج باشد. بنابراین تنها گزینه درست گزینه «۲» است. همچنین اسیدهای چرب دارای ۲ اتم اکسیژن هستند.

-۱۹۲

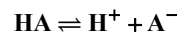
$$pH = 10.7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-10.7} = 10^{-10} \times 10^{-0.7}$$

$$= 0.2 \times 10^{-10} = 2 \times 10^{-11} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{5 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-11}} = 2.5 \times 10^7$$

-۱۹۳

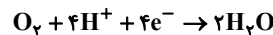


$$K = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{(5 \times 10^{-4})^2}{0.05} = \frac{25 \times 10^{-8}}{5 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^{-6}$$

-۱۹۴

گزینه «۱» بخار آب از بخش کاتدی خارج می‌شود.

گزینه «۳»، به ازای مصرف هر مول گاز اکسیژن، ۴ مول پروتون در غشا مبادله می‌شود.



-۱۹۵

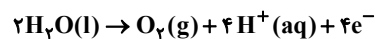
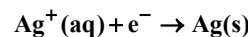
موارد آ و ب صحیح هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

پ، الکترودی که در آن الکترون مصرف می‌شود، کاتد نامیده می‌شود.

ت، کاتیون‌ها همواره به سمت کاتد حرکت می‌کنند، نه آند.

-۱۹۶



$$? \text{ mol H}^+ = 0.3 \text{ mol } e^- \times \frac{4 \text{ mol H}^+}{4 \text{ mol } e^-} = 0.3 \text{ mol H}^+$$