پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱

چون جرم دو سیم و جنس آنها یکسان است بنابراین حجم آنها یکسان است.

$$V_A = V_B \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\frac{L_A}{L_B}=\frac{A_B}{A_A}} \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times (\frac{A_B}{A_A})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times (\frac{D_B}{D_A})^۴ \Rightarrow \frac{R_A}{۱۰} = ۱ \times (\frac{D_B}{\sqrt{۲} D_B})^۴ \Rightarrow R_A = ۲٫۵$$

۲ - گزینه ۴

$$R = \frac{\rho L}{A}, A = \pi \frac{D^۲}{۴} \quad , \rho_A = \rho_B \text{ (هر دو مسی)}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times (\frac{D_B}{D_A})^۲ \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{۲}{۱} \times (\frac{۲}{۱})^۲ = ۸$$

گزینه ۱ - ۳

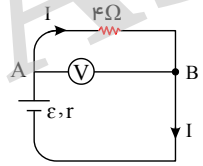
$$R = \frac{V}{I} \rightarrow I = (\frac{۱}{\underbrace{R}_{\text{شیب خط } (I-v)}})v \rightarrow \frac{۱}{R} = \text{شیب خط} \rightarrow R = \frac{۱}{\text{شیب خط}}$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{A \text{ شیب خط}}{B \text{ شیب خط}} = \frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۴}{۹}$$

۴ - گزینه ۱

چون جریان ورودی به رئوستا از C خارج می‌شود، (و نه از B) بنابراین جای لغزنده تأثیری در طول سیمی که جریان از آن عبور می‌کند ندارد. یعنی مقاومت رئوستا و در نتیجه مقاومت معادل مدار با حرکت لغزنده ثابت می‌ماند.

۵ - گزینه ۳



برای پاسخ به این تست به این نکات توجه می‌کنیم:

⋆ مقاومت ۶Ω اتصال کوتاه است و حذف می‌شود.

⋆ ۳Ω و ۱Ω با هم متوالی‌اند.

⋆ قانون اصلی ما در روبه‌رو شدن به هر ولت‌سنجی این است:

«دوسر ولت سنج را نام‌گذاری کرده و از مسیری مناسب (از یک سر به سر دیگر ولت‌سنج) روی مدار حرکت کرده، قوانین ولتاژ را می‌نویسیم تا اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج محاسبه شود.

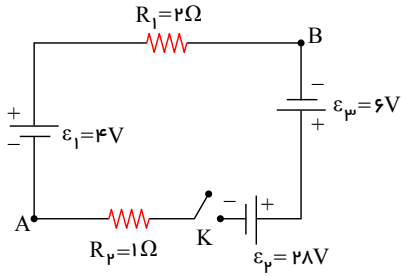
$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{۲۴}{۲+۴} = \varepsilon A$$

$$V_A - ۴ \times ۴ = V_B \rightarrow V_{AB} = ۱۶V$$

AbadgaranEdu.ir

۶ - گزینه ۳

قدم اول: قبل از بستن کلید در مدار جریان نداریم. اما اختلاف پتانسیل ($V_A - V_B$) را می‌یابیم:



$$A \to B \Rightarrow V_A + \varepsilon_1 + \cancel{R_1 I}^{\circ} = V_B \to \boxed{V_A - V_B = -\varepsilon_1 = -۴V} \quad (*)$$

قدم دوم: پس از بستن کلید K در مدار جریان الکتریکی داریم:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)}{R_1 + R_2} \to I = \frac{۲۸ - (۶ + ۴)}{(۱ + ۲)} = \frac{۱۸}{۳} = ۶A \to \boxed{I = ۶A}$$ پادساعتگرد و

قدم سوم:

$$A \to B \Rightarrow V_A + \varepsilon_1 + R_1 I = V_B \to \boxed{V_A - V_B = -\varepsilon_1 - R_1 I = -۴ - ۲ \times ۶ = -۱۶V} \quad (**)$$

قدم چهارم: با مقایسهٔ (*) و (**) در می‌یابیم که ($V_A - V_B$)، ۱۲ ولت کاهش می‌یابد.

$$\Delta(V_A - V_B) = (-۱۶) - (-۴) = -۱۲V$$

۷ - گزینه ۳ قدم به قدم:

۱) می‌دانیم توان مصرفی مقاومت R یا r : از $P = VI$ محاسبه می‌شود.

(البته روابط دیگری نیز وجود دارد $P = RI^{۲} = \frac{V^{۲}}{R}$ چون جریان در همه جای مدار تک‌حلقه‌ای مشخص شده برابر است و مقدار r داده نشده و اطلاعات مسأله در مورد ولتاژها بیشتر است رابطهٔ $P = VI$ مناسب‌تر به نظر می‌رسد.

۲) با توجه به قانون تقسیم ولتاژ (۵ راه وجود دارد!) ابتدا ولتاژ دو سر مقاومت R_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} R_1 = \frac{۱}{۳} R_2 \\ I_1 = I_2 \end{cases} \xrightarrow{V=RI} V_{R_1} = \frac{۱}{۳} V_2 = \frac{۱}{۳}(۱۲) = ۴V$$

دو سر باتری $V = V_{R_1} + V_{R_2} = ۴ + ۱۲ = ۱۶V \to V_{\text{باتری}} = \varepsilon - V_r \to V_r = \varepsilon - V_{\text{باتری}} = ۲۰ - ۱۶$

$$\to V_r = ۴V \to \frac{P_{R_1}}{P_r} = \frac{V_{R_1} \times I}{V_r \times I} = \frac{۴I}{۴I} = ۱$$

۸ - گزینه ۱ باتوجه به رابطه‌ی $R = \rho \frac{L}{A}$، برای مقایسه ی مقاومت دو سیم A و B داریم:

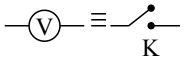
$$\rho_A = ۳\rho_B \ , \ L_A = L_B \ , \ R_A = R_B$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\text{مساحت: } A \propto d^{۲}} ۱ = ۳ \times ۱ \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^{۲} \Rightarrow \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^{۲} = \frac{۱}{۳}$$

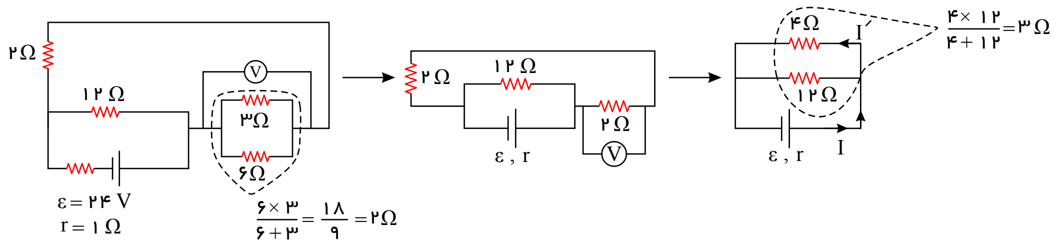
$$\Rightarrow \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^{۲} = ۳ \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{۳}$$

۹ - گزینه ۳

۱) می‌دانیم چون مقاومت اُهمی ولت‌سنج ایده‌آل بسیار زیاد است آن را مانند یک کلید قطع در نظر می‌گیریم:



۲) مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω با هم موازی‌اند. با جابه‌جایی سمت بالایی ولت‌سنج به طرف راست روی مدار به سادگی به شکل زیر می‌رسیم:

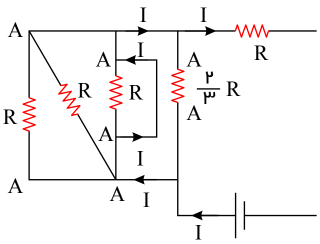


$$\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}}=\frac{۲۴}{۱+۳}=۶A \Rightarrow \text{عدد ولت‌سنج } \Delta V=۲I'=۲[(\underbrace{\frac{۱۲}{۱۲+۴}}_{\frac{۳}{۴}})\underbrace{I}_{۶A}]=۱۲\times\frac{۳}{۴}]=۹V$$

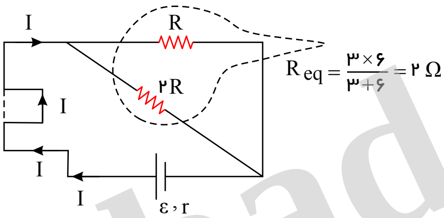
۱۰ - گزینه ۱ اگر لامپ به اختلاف پتانسیل ۲۲۰ ولت وصل شود، توان مصرفی لامپ برابر توان اسمی آن خواهد شد. پس:

$$U=Pt=\frac{۲۰۰}{۱۰۰۰}(kW)\times\frac{۹۰}{۶۰}(h)=\frac{۱۸}{۶۰}=۰/۳kWh$$

۱۱ - گزینه ۲ چون آمپرسنج ایده‌آل است مقاومت آن ناچیز بوده و در مدار مانند یک سیم رابط بدون مقاومت عمل می‌کند. با تعیین نقاط هم پتانسیل به سادگی مشخص می‌شود، سه مقاومت R و مقاومت $\frac{۲}{۳}R$ به واسطهٔ آمپرسنج ایده‌آل اتصال کوتاه می‌شوند:



بنابراین مدار به شکل زیر ساده خواهد شد:



بنابراین:

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}}=\frac{۲۴}{۲+۲}=۶A$$

۱۲ - گزینه ۳ قدم به قدم:

قدم اول) ابتدا ببینیم در کل این مولد (باتری) چه مقدار انرژی می‌تواند تولید کند. به نظر تبدیل یکای ساعت به ثانیه نیاز نیست چون در پایان تست زمان بر حسب ساعت خواسته شده است:

$$\begin{cases}\Delta U=W=\Delta Vq\\ q=It=۱۶(A\cdot h)\end{cases}\Rightarrow W=۲۴(V)\times ۱۶(A\cdot h)$$

(توصیه می‌شود در ضرب اعداد عجله نکنید. چون ممکن است ساده شوند...)

قدم دوم) به دو لامپ داده شده مثل ۲ مقاومت الکتریکی نگاه می‌کنیم. ۱۲ ولت ولتاژ اسمی و ۱۶ وات توان اسمی است. مقاومت هر لامپ:

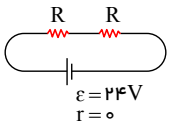
(باز هم توصیه می‌شود در ضرب و تقسیم اعداد عجله نکنید.)

$$\begin{cases}P_s=\frac{V_s^۲}{R}\\ R=\frac{V_s^۲}{p_s}=\frac{۱۲^۲}{۱۶}\end{cases}$$

به نام

AbadgaranEdu.ir

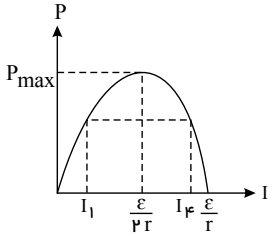
قدم سوم) مقاومت درونی باتری ناچیز است. بنابراین ولتاژ دو سر باتری همان ۲۴ ولت است. (چون مقاومت‌ها (یعنی لامپ‌ها) مشابه هستند به هر یک ۱۲ ولت می‌رسد.) حال توان مصرفی کل مقاومت‌ها:



$$P_T=\frac{V^2}{R_T}=\frac{24^2}{2(\frac{12^2}{16})}=8(\frac{24}{12})^2=32W\begin{cases}W=P_Tt=32t\\W=24\times16(vAh)\end{cases}\Rightarrow t=\frac{24\times16}{32}\to t=12h$$

۱۳ - گزینه ۳

توان خروجی باتری از رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2=(-r)I^2+\varepsilon I$ به دست می‌آید:



$$if: I=\frac{-B}{2A}=-(\frac{\varepsilon}{2(-r)}=\frac{\varepsilon}{2r}\to \overset{\text{خروجی}}{P}=P_{max}$$

به دلیل تقارن سهمی:

$$\begin{cases}\frac{I_1+I_2}{2}=\frac{\varepsilon}{2r}\\I_1=\frac{\varepsilon}{r+R_1}\\I_2=\frac{\varepsilon}{r+R_2}\end{cases}\Rightarrow\frac{(\frac{\varepsilon}{r+R_1})+(\frac{\varepsilon}{r+R_2})}{2}=\frac{\varepsilon}{2r}$$

$$\frac{1}{r+R_1}+\frac{1}{r+R_2}=\frac{1}{r}\Rightarrow\frac{(r+R_2)+(r+R_1)}{(r+R_2)+(r+R_1)}=\frac{\varepsilon}{2r}\to 2r^2+rR_2+rR_1$$

$$=r^2+R_1R_2+rR_2+rR_1\to 2r^2=r^2+R_1R_2\to r=\sqrt{R_1R_2}\to 6^2=\varepsilon R_2\to R_2=9\Omega$$

۱۴ - گزینه ۱ مقاومت ویژهٔ سیم به کار رفته در یک رئوستا نسبتاً زیاد بوده و در مدارهای الکتریکی، پتانسیومتر نقش رئوستا را ایفا میکند.

۱۵ - گزینه ۱ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل باتری و همچنین اختلاف پتانسیل بین دو سر سیم (بدون مقاومت) را نشان می‌دهد.

$$\boxed{V=RI\xrightarrow{R=0}V=0}$$

$$\varepsilon=I(\cancel{R_T}^{0}+r)=\varepsilon=Ir\quad(1)\quad\Rightarrow V=\underbrace{\varepsilon-Ir}_{0}\overset{(1)}{=\!=}0$$

۱۶ - گزینه ۲

$$W=Pt=VIt$$

نکتهٔ مهم این است که V و I مربوط به لحظهٔ t در رابطه باشد:

$$\begin{cases}V=20t=40\to t=2s\\I=3A\end{cases}\to t=1s\begin{cases}V=20V\\I=\frac{3}{2}A\end{cases}$$

$$W=VIt=20\times\frac{3}{2}\times1=30J$$

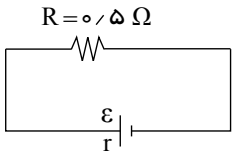
۱۷ - گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l}\text{معادلهٔ خط}: V=16-\frac{2}{5}I\\\text{معادلهٔ ولتاژ دو سر مولد}: V=\varepsilon-rI\end{array}\right\}\to\begin{cases}r=\frac{2}{5}=0/4\Omega\\\varepsilon=16\end{cases}$$

۱۸ - گزینه ۴ آمپرسنج باید در مدار به طور سری و ولت سنج به طور موازی بسته شود.

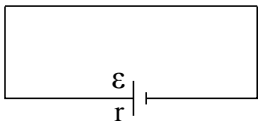
AbadgaranEdu.ir

۱۹ - گزینه ۳ ابتدا اختلاف پتانسیل مولد را در حالت کلید باز محاسبه می‌کنیم:



$$\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{۱٫۵}{۰٫۵+۰٫۵}\Rightarrow I=۱٫۵\ A$$
$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱٫۵-۱٫۵\times ۰٫۵\Rightarrow V_۱=۰٫۷۵V$$

پس از بستن کلید، مقاومت R اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد، داریم:



$$I=\frac{\varepsilon}{r}\Rightarrow I=\frac{۱٫۵}{۰٫۵}=۳A$$
$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱٫۵-۳\times ۰٫۵\Rightarrow V_۲=۰$$

بنابراین می توان نتیجه گرفت، با بستن کلید، ولتاژ دو سر مولد V ۰٫۷۵ کاهش می یابد.

۲۰ - گزینه ۴ در یک مقاومت اهمی نسبت $\frac{V}{I}$ یک مقدار ثابت و برابر R است. بنابراین:

$$\frac{V_۱+۱}{۱٫۵}=\frac{V_۱+۳}{۲}\rightarrow ۲V_۱+۲=۱٫۵V_۱+۴٫۵\rightarrow V_۱=۵V$$

۲۱ - گزینه ۳ با توجه به اینکه ولت سنج به صورت سری در مدار قرار گرفته و مقاومت آن بی‌نهایت است جریان صفر و ولت سنج طبق رابطه‌ی $V=\varepsilon-\cancel{Ir}^{\circ}=۶V$ را نشان می‌دهد.

۲۲ - گزینه ۴ می‌دانیم که آمپرسنج ایده‌آل مقاومتش نزدیک به صفر است. ولتاژی که ولت‌متر نمایش می‌دهد ولتاژ مقاومت $R_۱$ است و چون ولت‌متر دارای مقاومت زیادی است بنابراین مدار تک‌حلقه می‌شود.

$$V_۱=R_۱I\rightarrow R_۱=۲۴\Omega$$

جریان مدار $\rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R_۱+R+r}\rightarrow ۱=\frac{۲۶}{۲۴+R+۱}\rightarrow R=۱\Omega$

۲۳ - گزینه ۴

با توجه به رابطه $R=\rho\frac{L}{A}$ می توان نوشت:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho\frac{L_۲}{A_۲}}{\rho\frac{L_۱}{A_۱}}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲A_۱}{L_۱A_۲}$$

از طرفی می دانیم که حجم سیم تغییر نکرده، پس:

$$V_۲=V_۱\Rightarrow L_۲A_۲=L_۱A_۱\Rightarrow\frac{L_۲}{L_۱}=\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\left(\frac{A_۱}{A_۲}\right)^{۲}$$

اما سطح دایره با مربع شعاع آن متناسب است. پس:

$$\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\left[\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^{۲}\right]^{۲}=\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^{۴}$$

۲۴ - گزینه ۲ چون دو کره مشابه هستند بار نهایی آن‌ها برابر است با:

$$q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{+۱۴-۶}{۲}=۴\mu C$$

(بار عبوری از سیم) $\Delta q=۱۴-۴=۱۰\mu C\Rightarrow\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{۱۰\times ۱۰^{-۶}}{۴\times ۱۰^{-۳}}=۲٫۵mA$

۲۵ - گزینه ۱

مدار $I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۲۰}{۴+۱}=۴A$ $\rightarrow$ کلید k بسته باشد.

عددی که ولت‌متر نشان می‌دهد $\rightarrow V=\varepsilon-Ir\rightarrow V=۲۰-۴\times ۱=۱۶V$

کلید k باز باشد. $\rightarrow V=\varepsilon=۲۰V\ \Rightarrow\ \Delta V=۲۰-۱۶=+۴V$

AbadgaranEdu.ir