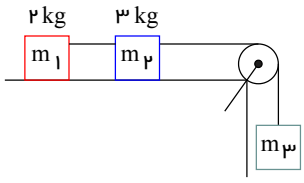
پاسخنامه تشریحی

۱ ـ گزینه ۲



$V_۱ = V_۲ = V_۳ = V$ در هر لحظه

$K_۱ + K_۲ = ۲۲/۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_۱V^۲ + \frac{۱}{۲}m_۲V^۲ = ۲۲/۵$

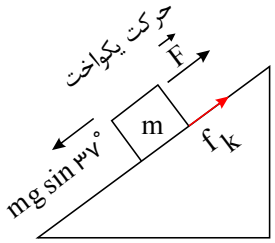
$\Rightarrow \frac{V^۲}{۲}(m_۱ + m_۲) = ۲۲/۵ \Rightarrow \frac{V^۲}{۲}(۲ + ۳) = ۲۲/۵ \Rightarrow V = ۳\frac{m}{s}$

با انتخاب مبداء انرژی پتانسیل گرانشی برای $m_۳$ ، موقعی که $m_۳$ به اندازه‌ی $۹۰cm$ پایین آمده و برای $m_۱, m_۲$ همان سطح افقی نشان داده شده، داریم:

$m_۳gh = \frac{۱}{۲}(m_۱ + m_۲ + m_۳)V^۲ \Rightarrow m_۳ \times ۱۰ \times \frac{۹}{۱۰} = \frac{۱}{۲}(۲ + ۳ + m_۳)(۳^۲) \Rightarrow m_۳ = ۵kg$

۲ ـ گزینه ۲

تذکر: جهت حرکت عکس جهت نیروی F می‌باشد، بنابراین از ابتدا مشخص است که کار این نیرو منفی است و گزینه‌های ۳ و ۴ غلط هستند.



ابتدا دیاگرام آزاد جسم را رسم می کنیم :

حال قانون دوم نیوتون را برای این دستگاه می نویسیم:

$\Sigma F = ۰ \Rightarrow F + f_k = mg\sin ۳۷^\circ \Rightarrow F = mg\sin ۳۷^\circ - mg\mu_k \cos ۳۷^\circ$

$\Rightarrow F = ۲۰ \times ۱۰ \times ۰/۶ - \frac{۱}{۴} \times ۲۰ \times ۱۰ \times \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow F = ۸۰N$

برای یافتن کار نیروی F داریم:

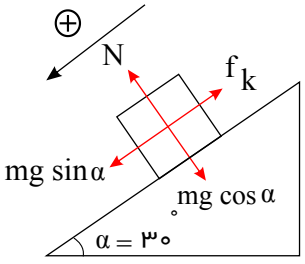
$W = Fd\cos\alpha \xrightarrow{\alpha = ۱۸۰^\circ} W = ۸۰ \times ۲ \times (-۱) = -۱۶۰J$

۳ ـ گزینه ۳ چون اصطکاک نداریم ($W_f = ۰$) می توان از اصل پایستگی انرژی بین نقطه پرتاب و نقطه مورد نظر استفاده کرد:

$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \Rightarrow ۰ + \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = U_۲ + \frac{۱}{۲}U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = \frac{۳}{۲}U_۲$

$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times m(۳۰)^۲ = \frac{۳}{۲} \times mgh \Rightarrow h = ۳۰m$

۴ ـ گزینه ۴



$\sum F = ma \Rightarrow mg\sin\alpha - f_k = ۰ \Rightarrow f_k = mg\sin\alpha$

$W_{f_k} = f_k \cdot d \cdot \cos ۱۸۰ = mg\sin\alpha \cdot d \cdot \cos ۱۸۰$

$\Rightarrow W_{f_k} = (۲ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۲}) \times ۲ \times (-۱) = -۲۰j$

۵ ـ گزینه ۴

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی : $W_t = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow{W_t = W_f} -f \cdot d = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$

$\Rightarrow -f \times ۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲۰۰۰(۰ - ۱۰^۲) \Rightarrow f = ۲۵۰۰۰ N$

abadgaranedu.ir

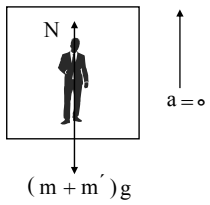
۶ - گزینه ۳

$$\frac{۱}{۲}Mv^۲ = ۴ \Rightarrow \frac{۱}{۲}M(۴)^۲ = ۴ \Rightarrow M = \frac{۱}{۲}Kg$$

$$\frac{۱}{۲}Mv'^۲ = ۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}v'^۲ = ۵ \Rightarrow v'^۲ = ۲۰ \Rightarrow v' = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}m/s$$

۷ - گزینه ۴ ابتدا نیرویی را که از طرف آسانسور به شخص وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow N - (m+m')g = ۰ \Rightarrow N = (۷۰ + ۵) \times ۱۰ = ۷۵۰N$$



اکنون از تعریف کار می‌توان نوشت:

$$W = Fd\cos\alpha = Nd\cos ۰ = ۷۵۰ \times ۶ \times ۱ = ۴۵۰۰ J$$

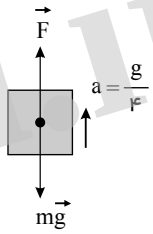
۸ - گزینه ۴ چون جسم به طرف پایین جابه‌جا شده کار نیروی وزن مثبت است و از رابطهٔ $W_{mg} = +mgh$ به دست می‌آید:

$$W_{mg} = +mgh \xrightarrow{m=۲kg\ ,\ h=۵m} W_{mg} = ۲ \times ۱۰ \times ۵ = ۱۰۰J$$

۹ - گزینه ۲ قبل از هر چیزی می‌دانیم که انرژی پتانسیل جسم در ارتفاع h نسبت به زمین به صورت $U = mgh$ محاسبه می‌شود. در اینجا به جسم دو نیرو، یکی نیروی شخص $(\vec{F})$ به طرف بالا در جهت حرکت جسم و دیگری وزن جسم $(m\vec{g})$ در خلاف جهت حرکت به آن وارد می‌شود. ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون به محاسبهٔ اندازهٔ این نیرو $(\vec{F})$ بر حسب وزن جسم می‌پردازیم:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$F - mg = ma \xrightarrow{a=\frac{g}{۴}} F = mg + \frac{mg}{۴} = \frac{۵}{۴}mg$$



کار این نیرو در جهت جابه‌جایی جسم به اندازهٔ h برابر است با:

$$W_F = (F\cos\theta)d \xrightarrow[F=\frac{۵}{۴}mg]{d=h\ ,\ \theta=۰^\circ} W_F = \frac{۵}{۴}mgh \xrightarrow{U=mgh} W_F = \frac{۵}{۴}U$$

۱۰ - گزینه ۳

با توجه به تعریف تکانه $P = mv$ چون جرم گلوله ثابت اما سرعت گلوله از لحظه رها شدن مرتب افزایش می‌یابد پس تکانه‌ی گلوله نمی‌تواند پایسته باشد.

$$E_۲ = E_۱ \Rightarrow K_۲ + \overset{۰}{\cancel{U_۲}} = \overset{۰}{\cancel{K_۱}} + U_۱ \Rightarrow K_۲ = mgh \Rightarrow \begin{cases} K_۲ \propto h \\ K_۲ \propto m \\ v_۲ \propto \sqrt{h} \end{cases}$$

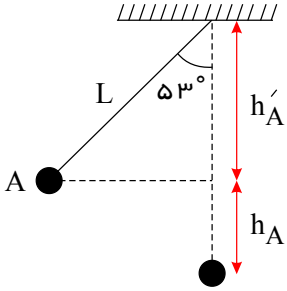
۱۱ - گزینه ۳

می دانیم کار برایند نیروهای وارد بر هر جسم در یک جابه جایی برابر است با مجموع کار تک تک نیروهای وارد بر همان جسم در همان جابه جایی.

۱۲ - گزینه ۳ ابتدا ارتفاع گلوله A را بدست می‌آوریم:

$$\cos ۵۳^\circ = \frac{h'_A}{L} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{h'_A}{۱} \Rightarrow h'_A = ۰/۶m$$

$$h_A = L - h'_A \Rightarrow h_A = ۱ - ۰/۶ \Rightarrow h_A = ۰/۴m$$



با توجه به اصل پایستگی انرژی بین نقطه‌ی A و پایین‌ترین نقطه مسیر (نقطه‌ی صفر پتانسیل) می‌توان گفت:

$$E_A = E_۰ \Rightarrow \overset{۰}{\cancel{K_A}} + U_A = K_۰ + \overset{۰}{\cancel{U_۰}} \Rightarrow mgh_A = \frac{۱}{۲}mV^۲ \Rightarrow ۱۰ \times ۰/۴ = \frac{۱}{۲} \times V^۲$$

$V^۲ = ۸ \Rightarrow V = ۲\sqrt{۲}\frac{m}{s}$ سرعت در پایین‌ترین نقطه:

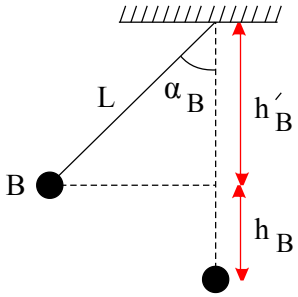
اکنون می‌توان اصل پایستگی را بین نقطه‌ی مورد نظر سوال (B) و نقطه A نوشت :

abadgaranedu.ir

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + \cancel{K_A}^{\circ} = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{۱}{۲}mV_B^{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times ۰/۴ = ۱۰ \times h_B + \frac{۱}{۲} \times (\frac{\sqrt{۲}}{۲} \times ۲\sqrt{۲})^{۲} \Rightarrow ۴ = ۱۰h_B + ۲ \Rightarrow h_B = ۰/۲m$$

بنابراین درمورد زاویه‌ی نخ با راستای قائم می توان گفت:



$$h'_B = L - h_B \Rightarrow h'_B = ۰/۸m$$

$$\cos\alpha_B = \frac{h'_B}{L} \Rightarrow \cos\alpha_B = \frac{۰/۸}{۱} \Rightarrow \alpha_B = ۳۷^{\circ}$$

۱۳ - گزینه ۱ انرژی مکانیکی دو جسم A , B را می‌یابیم:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{۱}{۲}mv_A^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۶^{۲} = ۱۸J$$

$$E_B = K_B + U_B = \frac{۱}{۲}mv_B^{۲} + mgh = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۲^{۲} + ۱ \times ۱۰ \times (۲\sin ۳۷^{\circ})$$

$$= ۲ + ۱۰ \times ۱/۲ = ۱۴J \Rightarrow \Delta E = E_B - K_A = ۱۴ - ۱۸ = -۴J$$

بنابراین انرژی مکانیکی در این جابه‌جایی $۴J$ کاهش یافته است.

دقت: کاهش انرژی مکانیکی، برابر کار نیروی اصطکاک در طی حرکت است.

۱۴ - گزینه ۴ با توجه به این که اصطکاک وجود ندارد، انرژی مکانیکی پایسته می ماند:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + ۰ = mgh_B + \frac{۱}{۲}mV_B^{۲} \Rightarrow ۳۰۰ = ۱۲۰ + \frac{۱}{۲}V_B^{۲} \Rightarrow V_B^{۲} = ۳۶۰$$

$$E_C = E_A \Rightarrow mgh_C + \frac{۱}{۲}mV_C^{۲} = mgh_A + ۰ \Rightarrow ۲۴۰ + \frac{۱}{۲}V_C^{۲} = ۳۰۰ \Rightarrow V_C^{۲} = ۱۲۰$$

$$\Rightarrow \frac{V_B}{V_C} = \sqrt{\frac{۳۶۰}{۱۲۰}} = \sqrt{۳}$$

۱۵ - گزینه ۲

چون اصطکاک نداریم ($W_f = ۰$) می توان از اصل پایستگی انرژی بین نقاط A و B استفاده کرد:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^{۲} = mgh_B + \frac{۱}{۲}mv_B^{۲} \Rightarrow gh_A + \frac{۱}{۲}v_A^{۲} = gh_B + \frac{۱}{۲}v_B^{۲}$$

$$۱۰ \times ۴ + \frac{۱}{۲}(۲)^{۲} = ۱۰ \times ۱ + \frac{۱}{۲}v_B^{۲} \xrightarrow{\text{با ضرب طرفین در } ۲} ۸۰ + ۴ = ۲۰ + v_B^{۲} \Rightarrow v_B^{۲} = ۶۴ \Rightarrow v_B = \sqrt{۶۴} = ۸m/s$$

۱۶ - گزینه ۴

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + \cancel{U_g}^{\circ}_{۱} + \cancel{U_e}^{\circ}_{۱} = E_۲ \Rightarrow E_۲ = K_۱ = \frac{۱}{۲}mV^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۲(۱۰)^{۲} = ۱۰۰ \text{ ژول}$$

۱۷ - گزینه ۳ در اینجا کار برایند نیروها را از ما خواسته که با محاسبهٔ انرژی جنبشی در ابتدا و انتهای مسیر قابل محاسبه است.

برای حل به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱) ابتدا با داشتن سرعت جسم (v) و انرژی جنبشی آن (K) به محاسبهٔ جرم آن می‌پردازیم که در محاسبهٔ کار برایند نیروها لازم است:

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^{۲} \xrightarrow[v_۱ = ۱۰m/s]{K_۱ = ۱۰۰J} ۱۰۰ = \frac{۱}{۲} \times m \times ۱۰۰ \Rightarrow m = ۲kg$$

۲) دقت کنید که انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت بستگی ندارد و فقط اندازهٔ سرعت (تندی) مهم است. لذا انرژی جنبشی در موقعیت بعدی برابر است با:

$$K_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^{۲} \xrightarrow[v_۲ = ۲۰m/s]{m = ۲kg} K_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۲۰)^{۲} = ۴۰۰J$$

۳) طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، کار برایند نیروهای وارد بر جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است، بنابراین داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ = ۴۰۰ - ۱۰۰ = ۳۰۰J$$

۱۸ - گزینه ۱

$$W = f_x \times \Delta x \Rightarrow W = ۳۰ \times ۶ = ۱۸۰j$$

۱۹ - گزینه ۱

می‌دانیم : $W_{mg} = -\Delta U_g \quad (*)$ (تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی)

برای هر سه گلوله:

$$\Delta U_g = U_{۲g} - U_{۱g}$$

اگر سطح زمین را مبنای پتانسیل گرانشی فرض کنیم:

$$U_{۲g} = ۰ \rightarrow \Delta U_g = -U_{۱g} - mgh \quad (**)$$

abadgaranedu.ir

$\xrightarrow{*\,,\,**} W_{mg} = -(-mgh) = mgh$

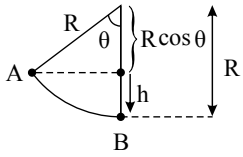
چون m و h برای هر سه گلوله یکسان است:

$(W_{mg})_۱ = (W_{mg})_۲ = (W_{mg})_۳$

طبق رابطهٔ $W_{mg} = mgh$، با توجه به مشابه بودن توپ‌ها و ارتفاع یکسان آن‌ها تا زمین، کار نیروی وزن بر روی هر سه توپ یکسان است.

۲۰ - گزینه ۱ اندازهٔ جابه‌جایی جسم در راستای قائم به طرف پایین برابر است با:

$$h = R - R\cos\theta \xrightarrow[\theta=۵۳^\circ]{R=۳۰cm=۰/۳m} h = ۰/۳ - ۰/۳ \times ۰/۶ = ۰/۱۲m$$



کار نیروی وزن در جابه‌جایی به اندازهٔ h به طرف پایین برابر است با:

$$W = mgh \xrightarrow[h=۰/۱۲m]{mg=۱N} W = ۰/۱ \times ۱۰ \times ۰/۱۲ = ۰/۱۲J$$

abadgaranedu.ir