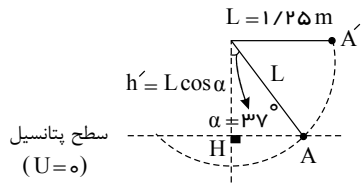
پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ با توجه به پایستگی انرژی‌مکانیکی $E_A = E_{A'}$ واز طرفی دیگراگر کم‌ترین سرعت گلوله درنقطه‌ی A را بخواهیم به گونه‌ای که گلوله به نقطه‌ی A' برسد باید سرعت در نقطه‌ی A' برابر صفر شود.

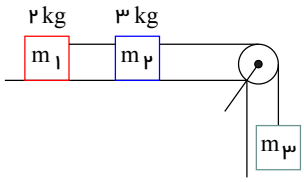


$$E_A = E_{A'} \Rightarrow K_A + U_A = K_{A'} + U_{A'}$$

$$۲ \times (\frac{۱}{۲} \cancel{m} V_A^۲ + ۰ = ۰ + \cancel{m} gh')$$

$$V_A^۲ = ۲gh' \xrightarrow{h' = L\cos ۳۷^\circ} V_A = \sqrt{۲gh'} = \sqrt{۲gL\cos ۳۷^\circ} = \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۱/۲۵ \times ۰/۸} = ۲\sqrt{۵}\frac{m}{s}$$

۲ - گزینه ۲



در هر لحظه $V_۱ = V_۲ = V_۳ = V$

$$K_۱ + K_۲ = ۲۲/۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_۱V^۲ + \frac{۱}{۲}m_۲V^۲ = ۲۲/۵$$

$$\Rightarrow \frac{V^۲}{۲}(m_۱ + m_۲) = ۲۲/۵ \Rightarrow \frac{V^۲}{۲}(۲ + ۳) = ۲۲/۵ \Rightarrow V = ۳\frac{m}{s}$$

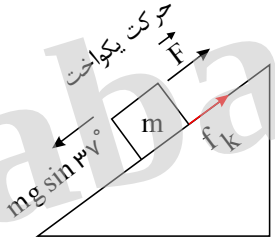
با انتخاب مبداء انرژی پتانسیل گرانشی برای $m_۳$ ، موقعی که $m_۳$ به اندازه‌ی $۹۰cm$ پایین آمده و برای $m_۱, m_۲$ همان سطح افقی نشان داده شده، داریم:

$$m_۳gh = \frac{۱}{۲}(m_۱ + m_۲ + m_۳)V^۲ \Rightarrow m_۳ \times ۱۰ \times \frac{۹}{۱۰} = \frac{۱}{۲}(۲ + ۳ + m_۳)(۳^۲) \Rightarrow m_۳ = ۵kg$$

۳ - گزینه ۴ چون جهت حرکت مشخص نیست، می توان نتیجه گرفت نوع حرکت ممکن است هر سه مدل ذکر شده باشد و بنابراین h یا Δy نیز ممکن است افزایش یا کاهش یابد و یا حتی ابتدا کاهش و سپس افزایش بیابد و طبق رابطه $W_{mg} = mgh$ می توان گفت W_{mg} نیز بسته به شرایط ممکن است افزایش، کاهش و یا ابتدا کاهش و سپس افزایش بیابد.

۴ - گزینه ۲

تذکر: جهت حرکت عکس جهت نیروی F می‌باشد، بنابراین از ابتدا مشخص است که کار این نیرو منفی است و گزینه‌های ۳ و ۴ غلط هستند.



ابتدا دیاگرام آزاد جسم را رسم می کنیم :

حال قانون دوم نیوتون را برای این دستگاه می نویسیم:

$$\Sigma F = ۰ \Rightarrow F + f_k = mg\sin ۳۷^\circ \Rightarrow F = mg\sin ۳۷^\circ - mg\mu_k \cos ۳۷^\circ$$

$$\Rightarrow F = ۲۰ \times ۱۰ \times ۰/۶ - \frac{۱}{۴} \times ۲۰ \times ۱۰ \times \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow F = ۸۰N$$

برای یافتن کار نیروی F داریم:

$$W = Fd\cos\alpha \xrightarrow{\alpha = ۱۸۰^\circ} W = ۸۰ \times ۲ \times (-۱) = -۱۶۰J$$

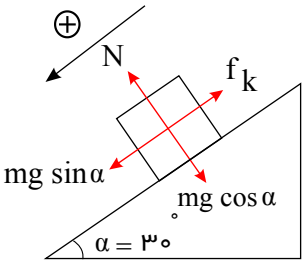
۵ - گزینه ۳ چون اصطکاک نداریم ($W_f = ۰$) می توان از اصل پایستگی انرژی بین نقطه پرتاب و نقطه مورد نظر استفاده کرد:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \Rightarrow ۰ + \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = U_۲ + \frac{۱}{۲}U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = \frac{۳}{۲}U_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times m(۳۰)^۲ = \frac{۳}{۲} \times mgh \Rightarrow h = ۳۰m$$

abadgaranedu.ir

۶ - گزینه ۴



$$\sum F = ma \Rightarrow mg\sin\alpha - f_k = ۰ \Rightarrow f_k = mg\sin\alpha$$
$$W_{f_k} = f_k \cdot d \cdot \cos ۱۸۰ = mg\sin\alpha \cdot d \cdot \cos ۱۸۰$$
$$\Rightarrow W_{f_k} = (۲ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۲}) \times ۲ \times (-۱) = -۲۰j$$

۷ - گزینه ۴

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی : $W_t = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow{W_t = W_f} -f \cdot d = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$

$$\Rightarrow -f \times ۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲۰۰۰(۰ - ۱۰^۲) \Rightarrow f = ۲۵۰۰۰\ N$$

۸ - گزینه ۳

با توجه به تعریف تکانه $P = mv$ چون جرم گلوله ثابت اما سرعت گلوله از لحظه رها شدن مرتب افزایش می‌یابد پس تکانه‌ی گلوله نمی‌تواند پایسته باشد.

$$E_۲ = E_۱ \Rightarrow K_۲ + \cancel{U_۲^{۰}} = \cancel{K_۱^{۰}} + U_۱ \Rightarrow K_۲ = mgh \Rightarrow \begin{cases} K_۲ \propto h \\ K_۲ \propto m \\ v_۲ \propto \sqrt{h} \end{cases}$$

۹ - گزینه ۳

می دانیم کار برایند نیروهای وارد بر هر جسم در یک جابه جایی برابر است با مجموع کار تک تک نیروهای وارد بر همان جسم در همان جابه جایی.

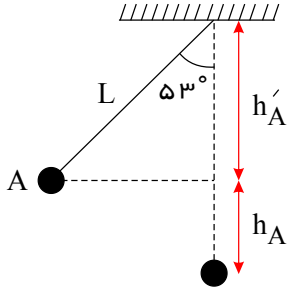
۱۰ - گزینه ۳

$$\frac{۱}{۲}Mv^۲ = ۴ \Rightarrow \frac{۱}{۲}M(۴)^۲ = ۴ \Rightarrow M = \frac{۱}{۲}Kg$$
$$\frac{۱}{۲}Mv'^۲ = ۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}v'^۲ = ۵ \Rightarrow v'^۲ = ۲۰ \Rightarrow v' = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}m/s$$

۱۱ - گزینه ۲

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۲۰ = a \times ۱۰ + ۰ \Rightarrow a = ۲m/s^۲$$
$$F = ma = ۹۰۰ \times ۲ = ۱۸۰۰N$$
$$\bar{P} = F \times \bar{v} \Rightarrow \bar{P} = ۱۸۰۰\left(\frac{۰ + ۲۰}{۲}\right) = ۱۸۰۰۰W = ۱۸KW$$

۱۲ - گزینه ۳ ابتدا ارتفاع گلوله A را بدست می‌آوریم:



$$\cos ۵۳^\circ = \frac{h'_A}{L} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{h'_A}{۱} \Rightarrow h'_A = ۰/۶m$$
$$h_A = L - h'_A \Rightarrow h_A = ۱ - ۰/۶ \Rightarrow h_A = ۰/۴m$$

با توجه به اصل پایستگی انرژی بین نقطه‌ی A و پایین‌ترین نقطه مسیر (نقطه‌ی صفر پتانسیل) می‌توان گفت:

$$E_A = E_۰ \Rightarrow \cancel{K_A^{۰}} + U_A = K_۰ + \cancel{U_۰^{۰}} \Rightarrow mgh_A = \frac{۱}{۲}mV^۲ \Rightarrow ۱۰ \times ۰/۴ = \frac{۱}{۲} \times V^۲$$
$$V^۲ = ۸ \Rightarrow V = ۲\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$ سرعت در پایین‌ترین نقطه:

اکنون می‌توان اصل پایستگی را بین نقطه‌ی مورد نظر سوال (B) و نقطه A نوشت :

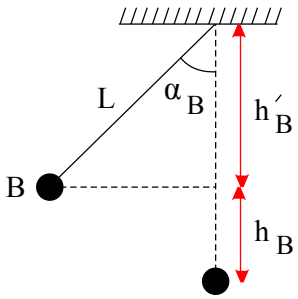
$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + \cancel{K_A^{۰}} = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{۱}{۲}mV_B^۲$$
$$\Rightarrow ۱۰ \times ۰/۴ = ۱۰ \times h_B + \frac{۱}{۲} \times (\frac{\sqrt{۲}}{۲} \times ۲\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow ۴ = ۱۰h_B + ۲ \Rightarrow h_B = ۰/۲m$$

بنابراین درمورد زاویه‌ی نخ با راستای قائم می‌توان گفت:

abadgaranedu.ir

$h'_B = L - h_B \Rightarrow h'_B = ۰/۸m$

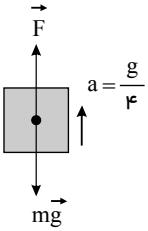
$\cos\alpha_B = \frac{h'_B}{L} \Rightarrow \cos\alpha_B = \frac{۰/۸}{۱} \Rightarrow \alpha_B = ۳۷^\circ$



۱۳ - گزینه ۲ قبل از هر چیزی می‌دانیم که انرژی پتانسیل جسم در ارتفاع h نسبت به زمین به صورت $U = mgh$ محاسبه می‌شود. در اینجا به جسم دو نیرو، یکی نیروی شخص $(\vec{F})$ به طرف بالا در جهت حرکت جسم و دیگری وزن جسم $(m\vec{g})$ در خلاف جهت حرکت به آن وارد می‌شود. ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون به محاسبهٔ اندازهٔ این نیرو $(\vec{F})$ بر حسب وزن جسم می‌پردازیم:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$F - mg = ma \xrightarrow{a=\frac{g}{۴}} F = mg + \frac{mg}{۴} = \frac{۵}{۴}mg$$



کار این نیرو در جهت جابه‌جایی جسم به اندازهٔ h برابر است با:

$$W_F = (F\cos\theta)d \xrightarrow[F=\frac{۵}{۴}mg]{d=h\ ,\ \theta=۰^\circ} W_F = \frac{۵}{۴}mgh \xrightarrow{U=mgh} W_F = \frac{۵}{۴}U$$

۱۴ - گزینه ۴ با توجه به این که اصطکاک وجود ندارد، انرژی مکانیکی پایسته می ماند:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + ۰ = mgh_B + \frac{۱}{۲}mV_B^۲ \Rightarrow ۳۰۰ = ۱۲۰ + \frac{۱}{۲}V_B^۲ \Rightarrow V_B^۲ = ۳۶۰$$

$$E_C = E_A \Rightarrow mgh_C + \frac{۱}{۲}mV_C^۲ = mgh_A + ۰ \Rightarrow ۲۴۰ + \frac{۱}{۲}V_C^۲ = ۳۰۰ \Rightarrow V_C^۲ = ۱۲۰$$

$$\Rightarrow \frac{V_B}{V_C} = \sqrt{\frac{۳۶۰}{۱۲۰}} = \sqrt{۳}$$

۱۵ - گزینه ۲

چون اصطکاک نداریم $(W_f = ۰)$ می توان از اصل پایستگی انرژی بین نقاط A و B استفاده کرد:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = mgh_B + \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \Rightarrow gh_A + \frac{۱}{۲}v_A^۲ = gh_B + \frac{۱}{۲}v_B^۲$$

$$۱۰ \times ۴ + \frac{۱}{۲}(۲)^۲ = ۱۰ \times ۱ + \frac{۱}{۲}v_B^۲ \xrightarrow{\text{با ضرب طرفین در } ۲} ۸۰ + ۴ = ۲۰ + v_B^۲ \Rightarrow v_B^۲ = ۶۴ \Rightarrow v_B = \sqrt{۶۴} = ۸m/s$$

۱۶ - گزینه ۴

$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + \cancel{U_{g_۱}^{۰}} + \cancel{U_{e_۱}^{۰}} = E_۲ \Rightarrow E_۲ = K_۱ = \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲(۱۰)^۲ = ۱۰۰$ ژول

۱۷ - گزینه ۱ انرژی مکانیکی دو جسم A , B را می‌یابیم:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۶^۲ = ۱۸J$$

$$E_B = K_B + U_B = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ + mgh = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۲^۲ + ۱ \times ۱۰ \times (۲\sin ۳۷^\circ)$$

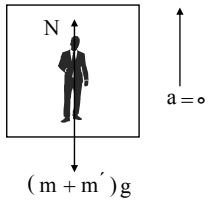
$$= ۲ + ۱۰ \times ۱/۲ = ۱۴J \Rightarrow \Delta E = E_B - K_A = ۱۴ - ۱۸ = -۴J$$

بنابراین انرژی مکانیکی در این جابه‌جایی $۴J$ کاهش یافته است.

دقت: کاهش انرژی مکانیکی، برابر کار نیروی اصطکاک در طی حرکت است.

۱۸ - گزینه ۴ ابتدا نیرویی را که از طرف آسانسور به شخص وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow N - (m+m')g = ۰ \Rightarrow N = (۷۰ + ۵) \times ۱۰ = ۷۵۰N$$



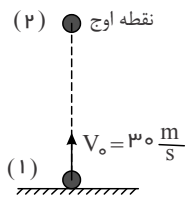
اکنون از تعریف کار می‌توان نوشت:

$$W = Fd\cos\alpha = Nd\cos ۰ = ۷۵۰ \times ۶ \times ۱ = ۴۵۰۰\ J$$

فیزیک

abadgaranedu.ir

۱۹ - گزینه ۱ در صورتی که مقاومت هوا وجود نداشته باشد، انرژی مکانیکی دستگاه پایسته می‌ماند و می‌توان نوشت:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \cancel{u_۱}^{۰} + k_۱ = u_۲ + \cancel{k_۲}^{۰} \Rightarrow k_۱ = u_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = mgh \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۳۰^۲ = ۱۰ \times h \Rightarrow h = ۴۵m$$

وجود نیروی اصطکاک (نیروی مقاومت هوا) سبب تلف شدن انرژی مکانیکی دستگاه می‌شود و در این‌صورت داریم:

$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow (u_۲ + \cancel{k_۲}^{۰}) - (\cancel{u_۱}^{۰} + k_۱) = W_f \Rightarrow mgh' - \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = -۱۰$$

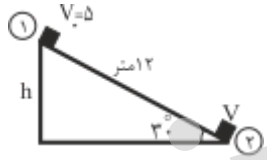
$$\Rightarrow ۰/۲ \times ۱۰ \times h' - \frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times ۳۰^۲ = -۱۰ \Rightarrow ۲h' = ۸۰ \Rightarrow h' = ۴۰m$$

$$\Delta h = h - h' = ۴۵ - ۴۰ = ۵m$$

۲۰ - گزینه ۴ چون جسم به طرف پایین جابه‌جا شده کار نیروی وزن مثبت است و از رابطهٔ $W_{mg} = +mgh$ به دست می‌آید:

$$W_{mg} = +mgh \xrightarrow{m=۲kg\ ,\ h=۵m} W_{mg} = ۲ \times ۱۰ \times ۵ = ۱۰۰J$$

۲۱ - گزینه ۴



$$h = \frac{L}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = ۶m$$

$$E_۲ - E_۱ = W_{f_k} \Rightarrow (K_۲ + \cancel{U_{g_۲}}^{۰} + \cancel{U_{e_۲}}^{۰}) - (K_۱ + U_{g_۱} + \cancel{U_{e_۱}}^{۰})$$

$$\frac{۱}{۲}Mv^۲ - \left[Mgh + \frac{۱}{۲}Mv_۰^۲\right] = W_{f_k}$$

$$\frac{۱}{۲} \times ۲(۸)^۲ - \left[۲ \times ۱۰ \times ۶ + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۵\right] = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -۸۱$$

۲۲ - گزینه ۱

(تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی) $(*)$ $W_{mg} = -\Delta U_g$: می‌دانیم

برای هر سه گلوله:

$$\Delta U_g = U_{۲g} - U_{۱g}$$

اگر سطح زمین را مبنای پتانسیل گرانشی فرض کنیم:

$$U_{۲g} = ۰ \rightarrow \Delta U_g = -U_{۱g} - mgh \quad (**)$$

$$\xrightarrow{*\ ,\ **} W_{mg} = -(-mgh) = mgh$$

چون m و h برای هر سه گلوله یکسان است:

$$(W_{mg})_۱ = (W_{mg})_۲ = (W_{mg})_۳$$

طبق رابطهٔ $W_{mg} = mgh$، با توجه به مشابه بودن توپ‌ها و ارتفاع یکسان آن‌ها تا زمین، کار نیروی وزن بر روی هر سه توپ یکسان است.

۲۳ - گزینه ۴

$$R_a = \frac{mgh}{Pt} \Rightarrow \frac{۸۰}{۱۰۰} = \frac{۲۵۲۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱۲}{P \times ۳۶۰۰} \Rightarrow P = ۱۰/۵kW$$

۲۴ - گزینه ۱

$$W = f_x \times \Delta x \Rightarrow W = ۳۰ \times ۶ = ۱۸۰j$$

۲۵ - گزینه ۳ در اینجا کار برایند نیروها را از ما خواسته که با محاسبهٔ انرژی جنبشی در ابتدا و انتهای مسیر قابل محاسبه است.

برای حل به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱) ابتدا با داشتن سرعت جسم (v) و انرژی جنبشی آن (K) به محاسبهٔ جرم آن می‌پردازیم که در محاسبهٔ کار برایند نیروها لازم است:

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \xrightarrow[v_۱ = ۱۰m/s]{K_۱ = ۱۰۰J} ۱۰۰ = \frac{۱}{۲} \times m \times ۱۰۰ \Rightarrow m = ۲kg$$

۲) دقت کنید که انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت بستگی ندارد و فقط اندازهٔ سرعت (تندی) مهم است. لذا انرژی جنبشی در موقعیت بعدی برابر است با:

$$K_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \xrightarrow[v_۲ = ۲۰m/s]{m=۲kg} K_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۲۰)^۲ = ۴۰۰J$$

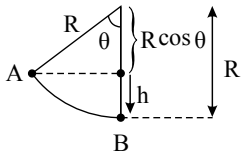
۳) طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، کار برایند نیروهای وارد بر جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است، بنابراین داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ = ۴۰۰ - ۱۰۰ = ۳۰۰J$$

۲۶ - گزینه ۱ اندازهٔ جابه‌جایی جسم در راستای قائم به طرف پایین برابر است با:

abadgaranedu.ir

$$h = R - R\cos\theta \xrightarrow[\theta=۵۳^\circ]{R=۳۰cm=۰/۳m} h = ۰/۳ - ۰/۳ \times ۰/۶ = ۰/۱۲m$$

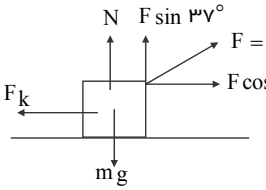


کار نیروی وزن در جابه‌جایی به اندازهٔ h به طرف پایین برابر است با:

$$W = mgh \xrightarrow[h=۰/۱۲m]{mg=۱N} W = ۰/۱ \times ۱۰ \times ۰/۱۲ = ۰/۱۲J$$

۲۷ - گزینه ۳

برای محاسبه‌ی کار نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند چون کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است فقط کار نیروی اصطکاک را محاسبه می‌کنیم.



$$W_R = W_{fk} + \cancel{W_N} \Rightarrow W_R = W_{fk}$$

ابتدا نیروی N را محاسبه می‌کنیم : $N + F\sin ۳۷^\circ - mg = ۰ \Rightarrow N + ۵۰ \times ۰/۶ = ۵ \times ۱۰ = ۰ \Rightarrow N = ۲۰N$

$$f_k = \mu_k N \Rightarrow f_k = ۰/۵ \times ۲۰ = ۱۰N$$

$$W_{f_k} = f_k \cdot d \cdot \cos ۱۸۰ = ۱۰ \times ۵ \times (-۱) = -۵۰J$$

$$W_R = W_{f_k} = -۵۰J$$

۲۸ - گزینه ۴ باتوجه به رابطه‌ی $K = \frac{۱}{۲}mV^۲$، برای مقایسه‌ی دو حالت داریم:

میزان افزایش انرژی جنبشی

$$V_۱ = V \ , \ V_۲ = V + ۵ \ , \ K_۲ = K_۱ + \boxed{\frac{۴۴}{۱۰۰}K_۱} = ۱/۴۴K_۱$$

$$K = \frac{۱}{۲}mV^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = (\frac{V_۲}{V_۱})^۲ \Rightarrow ۱/۴۴ = (\frac{V+۵}{V})^۲$$

$$\Rightarrow ۱/۲ = \frac{V+۵}{V} \Rightarrow ۱/۲V = V + ۵ \Rightarrow ۰/۲V \Rightarrow V = ۲۵\frac{m}{s}$$

۲۹ - گزینه ۲

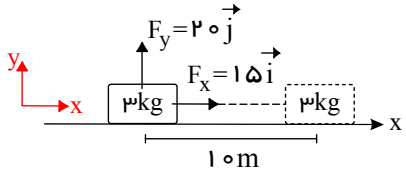
$$F = ma \Rightarrow ۲ = ۵a \Rightarrow a = ۰/۴\frac{m}{s^۲}$$

$$x = \frac{۱}{۲}a(۲n-۱) + V_۰ \rightarrow x = \frac{۱}{۲} \times ۰/۴(۲ \times ۲ - ۱) + ۰ = ۰/۶m$$

$$W = Fd\cos\theta \Rightarrow W = ۲ \times ۰/۶ \times ۱ = ۱/۲J$$

۳۰ - گزینه ۳ مطابق شکل مشخص است که مؤلفه‌ی افقی نیروی $\vec{F}$ (یعنی $\vec{F}_x = ۱۵\vec{i}$) در جهت حرکت جسم ومؤلفه‌ی عمودی نیروی $\vec{F}$ (یعنی $\vec{F}_y = ۲۰\vec{j}$) عمود بر مسیر حرکت جسم می‌باشد. بنابراین کارهریک ازاین نیروها برابراست با:

$$\begin{cases} W_{F_x} = F_x \cdot d \cdot \cos ۰^\circ = ۱۵ \times ۱۰ \times ۱ = ۱۵۰J \\ W_{F_y} = F_y \cdot d \cdot \cos ۹۰^\circ = ۰ \end{cases} \Rightarrow W_{کل} = W_{F_x} + W_{F_y} = ۱۵۰J$$



نگاه دیگر: ازضرب داخلی نیروی $\vec{F}$ در جابجایی نیز می‌توان به سادگی کار نیروی $\vec{F}$ را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} \vec{F} = ۱۵\vec{i} + ۲۰\vec{j} \\ \vec{d} = ۱۰\vec{i} + ۰\vec{j} \end{cases} \Rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{d} = ۱۵ \times ۱۰ + ۲۰ \times ۰ = ۱۵۰J$$

abadgaranedu.ir