پاسخنامه تشریحی

۴۱ - گزینه ۴

> زمانی رابطه‌ای به شکل زوج مرتب تابع است که تمام زوج‌های مرتب آن مؤلفه‌های اول متفاوت داشته باشند یا اگر مؤلفهٔ اول دو زوج مرتب یکسان بود مؤلفه‌های دومشان نیز باهم برابر باشند

$$\begin{cases}(۳,m^۳-m)\\(۳,۰)\end{cases}\Rightarrow m^۳-m=۰\Rightarrow m(m^۲-۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}m=۰ \quad I\\ m^۲=۱\Rightarrow\begin{cases}m=۱ \quad II\\ m=-۱ \quad III\end{cases}\end{cases}$$

با فرض I:

$$m=۰\Rightarrow\begin{cases}(-۳m,m)=(۰,۰)\\(۲m,۲)=(۰,۲)\\(m,۳)=(۰,۳)\end{cases}\Rightarrow m\neq ۰$$

فرض II:

$$m=۱\Rightarrow\begin{cases}(۱,-۲)=(۱,-۲)\\(m,۳)=(۱,۳)\end{cases}\Rightarrow m\neq ۱$$

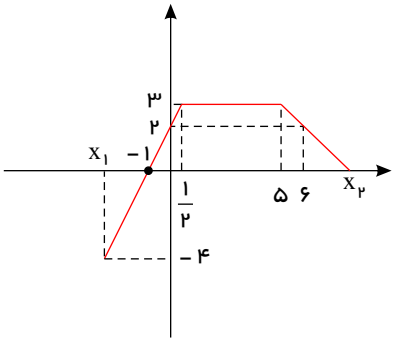
فرض III:

$$m=-۱\Rightarrow\begin{cases}(-۳m,m)=(۳,-۱)\\(۳,۰)\end{cases}\Rightarrow m\neq -۱$$

پس گزینه‌ی ۴ درست است و هیچ مقداری برای m نیست تا f تابع شود.

۴۲ - گزینه ۲

ابتدا ضابطه‌ی تابع را بدست می‌آوریم:



$$\left.\begin{array}{l}(۰,۲):\ ۲=b\\(-۱,۰):\ ۰=-a+b\xrightarrow{b=۲}-a+۲=۰\rightarrow\boxed{a=۲}\end{array}\right\}\Rightarrow y=۲x+۲$$

$$x\leq\frac{۱}{۲}$$

$$(۵,۳):\ \begin{cases}۳=۵a+b\\ ۲=۶a+b\end{cases}$$

$$(۶,۲):$$

$$۱=-a\Rightarrow\boxed{a=-۱}$$

$$۳=۵a+b\xrightarrow{a=-۱}۳=-۵+b\Rightarrow\boxed{b=۸}\Rightarrow y=-x+۸\qquad x\geq ۵$$

$$\begin{matrix}y=-x+۸\\(x_۲,۰)\end{matrix}\rightarrow ۰=-x_۲+۸\Rightarrow\boxed{x_۲=۸}$$

$$\begin{matrix}y=۲x+۲\\(x_۱,-۴)\end{matrix}\rightarrow -۴=۲x_۱+۲\Rightarrow ۲x_۱=-۶\Rightarrow\boxed{x_۱=-۳}$$

دامنه‌ی تابع $=[-۳,۸]$

۴۳ - گزینه ۱ برای این‌که عدد، کوچک‌تر از ۸۷۴ باشد:

I) در صورتی‌که، رقم سمت چپ آن یکی از اعداد $۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷$ باشند، عدد، کوچک‌تر از ۸۷۴ خواهد شد و برای دو رقم دیگر محدودیتی وجود ندارد و می‌توانند هر یک از ارقام ۰ تا ۹ را داشته باشند اما چون تکرار مجاز نیست، هر رقم یک حالت از رقم قبلی کم‌تر دارد و طبق اصل ضرب داریم:

حالت $\underline{۷},\underline{۹},\underline{۸}=۷\times ۹\times ۸=۵۰۴$

II) در صورتی‌که، رقم سمت چپ ۸ باشد، برای این‌که عدد ما کوچک‌تر از ۸۷۴ باشد اگر رقم وسط یکی از ارقام $۰,۱,۲,۳,۴,۵,۶$ باشد؛ برای رقم سوم محدودیتی نداریم و می‌تواند هر یک از ارقام ۰ تا ۹ داشته باشد.

باتوجه به اصل ضرب و این‌که تکرار مجاز نیست داریم:

حالت $\underline{۱}_{۸},\underline{۷},\underline{۸}=۵۶$

III) در صورتی‌که رقم سمت چپ ۸ و رقم وسط ۷ باشد، برای این‌که عدد ما کوچک‌تر از ۸۷۴ باشد رقم سمت راست باید یکی از ارقام $۰,۱,۲,۳$ باشد که طبق اصل ضرب ۴ حالت دارد:

$$\underline{\frac{۱}{۸}},\underline{\frac{۱}{۷}},\underline{\frac{۴}{}}=۴$$

طبق اصل جمع، در کل برای این‌که عدد ۳ رقمی (بدون تکرار ارقام) ما از ۸۷۴ کوچک‌تر باشد $۵۶۴ = ۵۰۴ + ۵۶ + ۴$حالت دارد.

۴۴ - گزینه ۲

دامنه: مجموعهٔ همهٔ مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل‌دهندهٔ تابع
برد: مجموعهٔ همهٔ مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های تشکیل‌دهندهٔ تابع

$$\text{دامنه} = \{۱, a, ۲\} = \{۱, ۲, ۳\} \Rightarrow \boxed{a = ۳}$$

$$\text{برد} = \{۲a, -۱, ۳a - ۱\} \xrightarrow{a=۳} \{۶, -۱, ۸\}$$

۴۵ - گزینه ۳ برای رفتن از A به D طبق اصل ضرب $۳۰ = ۵ \times ۳ \times ۲$ حالت وجود دارد. برای برگشت هم ۲۹ حالت وجود دارد (چرا که مسیر رفته قابل برگشت نیست) و در کل طبق اصل ضرب برای رفت و برگشت $۸۷۰ = ۲۹ \times ۳۰$ حالت داریم.

۴۶ - گزینه ۱

ابتدا حرف S را حذف کرده تعداد دسته‌های سه حرفی بدون S که ترتیب مهم نباشد را می‌نویسیم.

$$D \quad A \quad N \quad E \quad \not{S} \quad H$$

پس از ۵ حرف باقی‌مانده سه حرف انتخاب می‌کنیم (ترتیب مهم نیست)

$$\binom{۵}{۳} = \binom{۵}{۲} = \frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$$

پس به ۱۰ طریق سه حرف غیر S انتخاب می‌کنیم حال با S، ۴ حرف می‌شوند و $۴!$ ترتیب جابه‌جایی آنها است. پس:

$$\text{جواب} : \underset{\substack{\downarrow \\ \text{انتخاب‌های دسته‌های} \\ \text{سه تایی بدون } S}}{۱۰} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{جابه‌جایی ۴ عضو}}}{۴!} = ۱۰ \times ۲۴ = ۲۴۰$$

۴۷ - گزینه ۱

$$f(۳) = ۲$$

$$f(۱) = ۱$$

$$g(f(۱)) = g(۱) = -۱$$

$$g(۴) = ۰$$

$$f(g(۴)) = f(۰) = ۱$$

$$\frac{f(۳) - g(f(۱))}{f(g(۴))} = \frac{۲ - (-۱)}{۱} = \frac{۲ + ۱}{۱} = ۳$$

۴۸ - گزینه ۴

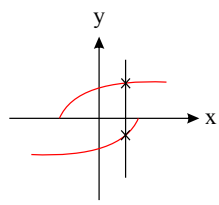
$$۱۰! - ۱۱! = ۱۰! - ۱۱ \times ۱۰! = ۱۰!(۱ - ۱۱) = ۱۰! \times -۱۰ = -۱۰ \times ۱۰!$$

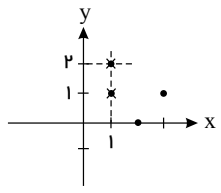
$$۱۰! + ۱۱! = ۱۰! + ۱۱ \times ۱۰! = ۱۰!(۱ + ۱۱) = ۱۲ \times ۱۰!$$

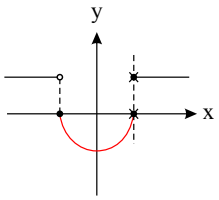
$$\frac{۱۰!}{۱۰! + ۱۱!} - \frac{۱۰!}{۱۰! - ۱۱!} = \frac{۱۰!}{۱۲ \times ۱۰!} - \frac{۱۰!}{-۱۰ \times ۱۰!} = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۰}$$

$$= \frac{۱۰ + ۱۲}{۱۲۰} = \frac{۲۲}{۱۲۰} = \frac{۱۱}{۶۰}$$

۴۹ - گزینه ۳ نمودار یک رابطه، وقتی تابع است که خطوط موازی محور y در بیش از یک نقطه نمودار را قطع نکند.

۱) 

۲) 

۳) 

۵۰ - گزینه ۴ فرم تابع خطی : $y = ax + b$

$$\begin{cases} (۳, -۱) : & -۱ = ۳a + b \\ (۱, ۲) : & ۲ = a + b \end{cases}$$

$$\overline{-۳ = ۲a \Rightarrow a = \frac{-۳}{۲}}$$

$$۲ = a + b \Rightarrow ۲ = \frac{-۳}{۲} + b \Rightarrow b = \frac{۴}{۲} + \frac{۳}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

$$y = \frac{-۳}{۲}x + \frac{۷}{۲} \xrightarrow{x=۵} y = \frac{-۳ \times ۵}{۲} + \frac{۷}{۲} = \frac{-۱۵}{۲} + \frac{۷}{۲} = \frac{-۸}{۲} = -۴ = a$$

۵۱ - گزینه ۱ رابطه وقتی تابع است که زوج‌های مرتب آن همگی مؤلفه‌های اولشان متفاوت باشد یا اگر یکسان بود، مؤلفه دومشان نیز یکسان باشد.

$\begin{cases}(۴,۹)\\(۴,m^۲)\end{cases} \Rightarrow ۹=m^۲ \Rightarrow \begin{cases}m=۳ \quad I \quad \text{فرض}\\m=-۳ \quad II \quad \text{فرض}\end{cases}$

فرض I:

$m=۳: \begin{cases}(۷,m-۱)=(۷,۲)\\(۷,۲n+۱)=(۷,m-۱)\end{cases} \Rightarrow ۲=۲n+۱ \Rightarrow ۲n=۱ \Rightarrow \boxed{n=\frac{۱}{۲}}$

$n=\frac{۱}{۲}: (۸n,۳m)=(۴,۹)$

با این فرض در تابع بودن رابطه مشکلی پیش نمی‌آید.

فرض II:

$m=-۳: \begin{cases}(۷,m-۱)=(۷,-۴)\\(۷,۲n+۱)=(۷,m-۱)\end{cases} \Rightarrow ۲n+۱=-۴ \Rightarrow ۲n=-۵ \Rightarrow n=\frac{-۵}{۲}$

$n=\frac{-۵}{۲}: (۸n,۳m)=(-۲۰,-۹)$

$\begin{cases}(-۲۰,-۹)\\(-۲۰,۳)\end{cases}$ تابع نیست

با فرض II به مشکل برمی‌خوریم:

پس فرض I درست است و در نتیجه $\boxed{۶}$ $\frac{m}{n}=\frac{۳}{\frac{۱}{۲}}$

۵۲ - گزینه ۳

$\boxed{(x,y) \Leftrightarrow f(x)=y}$

$f(-۱)=۰$

$f(f(-۱))=f(۰)=-۱$

$f(۰)=-۱$

$f(f(۰))=f(-۱)=۰$

$f(f(-۱))-f(f(۰))=-۱-۰=-۱$

۵۳ - گزینه ۳

$-۳ \le ۳x-۲ < ۲$

$-۱ \le ۳x < ۴$

$\frac{-۱}{۳} \le x < \frac{۴}{۳}$

۵۴ - گزینه ۳

تابع خطی به فرم $y=ax+b$ است.

$f(۳)=۷ \rightarrow ۷=۳a+b$

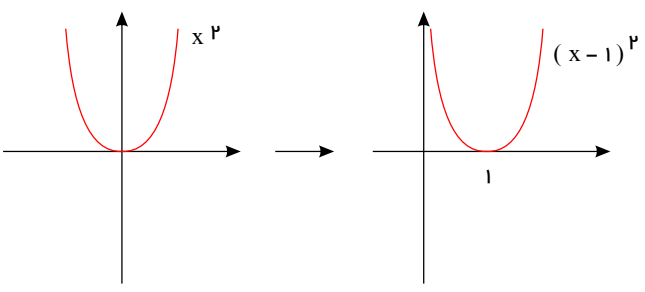
$f(۵)=۱۲ \rightarrow ۱۲=۵a+b$

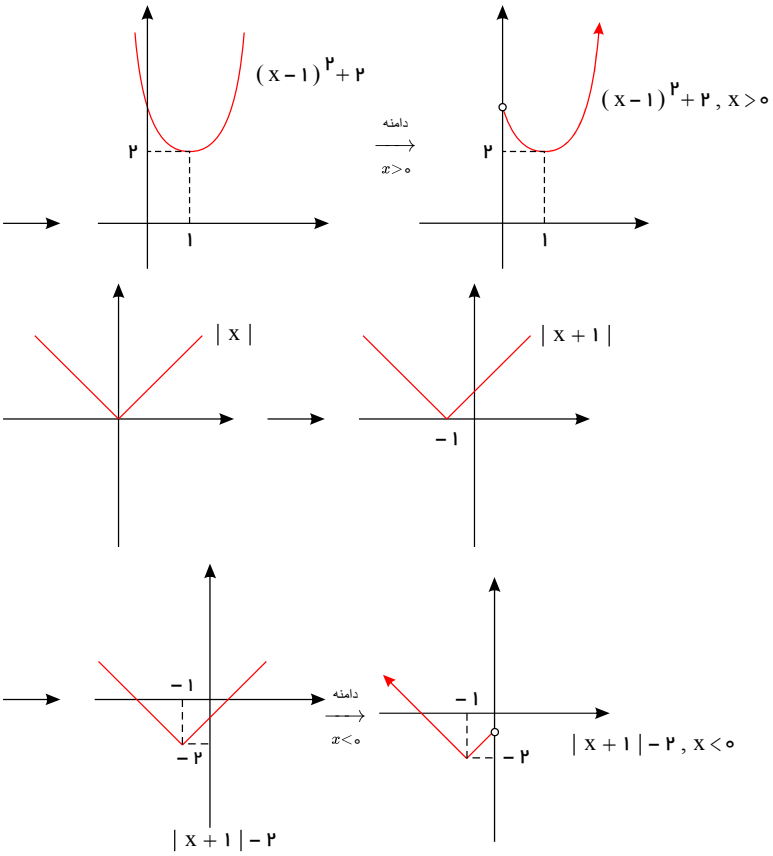
$۵=۲a \Rightarrow a=\frac{۵}{۲}$

$۷=۳a+b \xrightarrow{a=\frac{۵}{۲}} ۷=\frac{۳\times۵}{۲}+b \Rightarrow \frac{۱۴}{۲}=\frac{۱۵}{۲}+b \Rightarrow b=\frac{-۱}{۲}$

$y=\frac{۵}{۲}x-\frac{۱}{۲} \rightarrow f(۷)=\frac{۵\times۷}{۲}-\frac{۱}{۲}=\frac{۳۵-۱}{۲}=\frac{۳۴}{۲}=۱۷$

۵۵ - گزینه ۴ تابع را به روش انتقال رسم می‌کنیم:

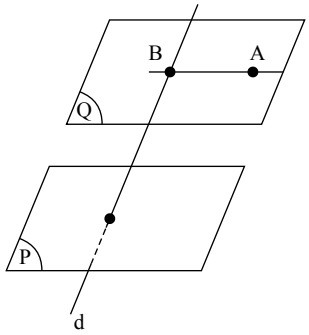




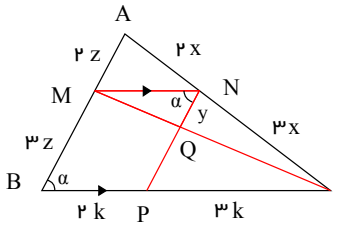
دقت کنید $x=0$ در دامنه‌ی هیچ یک از ضابطه‌ها نیست.

۵۶ - گزینه ۴

فرض کنید خط d و صفحهٔ P متقاطع باشند. از نقطهٔ A، صفحهٔ Q را موازی با صفحهٔ P رسم می‌کنیم. خط d، صفحهٔ Q را در نقطهٔ B قطع می‌کند. خط گذرنده از نقاط A و B، تنها خطی است که خط d را قطع کرده و با صفحهٔ P موازی است.



۵۷ - گزینه ۱ فرض کنیم $AM=2z$ و $MB=3z$ باشد، حال طبق قضیه‌ی تالس $AN=2x$ و $NC=3x$ خواهد بود. (چون $BMNP$ متوازی الاضلاع است و $MN||BC$). از طرفی در مثلث AMC ضلع NQ هم، با AM موازی است، پس اگر فرض کنیم $NQ=y$ داریم:



$$\frac{y}{2}=\frac{3x}{2x+3x}\Rightarrow y=\frac{6}{5}$$

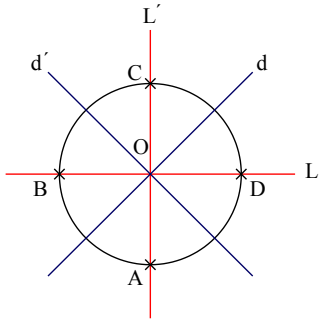
هم چنین باز بر طبق تالس:

$$\frac{NC}{NA}=\frac{CP}{BP}\Rightarrow\frac{3}{2}=\frac{PC}{BP}\Rightarrow\begin{cases}PC=3k\\BP=2k=MN\end{cases}$$

حال خواهیم داشت:

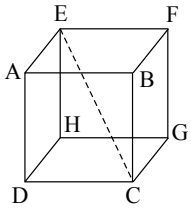
$$\frac{S_{\Delta MNQ}}{S_{BMNP}}=\frac{\frac{1}{2}\times MN\times NQ\times\sin\alpha}{MB\times BP\times\sin\alpha}=\frac{\frac{1}{2}\times 2k\times\frac{6}{5}\times\sin\alpha}{3\times 2k\times\sin\alpha}=\frac{1}{5}=20\%$$

۵۸ - گزینه ۴ نقاطی که از دو خط متقاطع d' و d به یک فاصله هستند روی نیمسازهای زاویه‌های حاصل از تقاطع آن‌ها قرار دارند. (خط‌های L' و L). نقاطی که از O (محل تقاطع دو خط) به فاصلهٔ ۴ سانتی‌متر هستند روی دایره‌ای به مرکز O با شعاع ۴ سانتی‌متر قرار دارند. محل تقاطع دایره با نیمسازها جواب مسئله است. بنابراین ۴ جواب وجود دارد. (نقاط A، B، C و D)

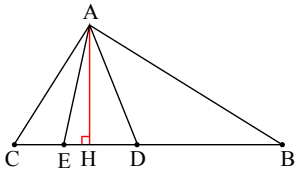


۵۹ - گزینه ۴ اگر $d \perp P$، آن‌گاه تمام صفحات موازی d و گذرا از نقطهٔ A بر صفحهٔ P عمودانند.

۶۰ - گزینه ۲ طبق شکل مقابل در مکعب قطر EC با یال‌های $AD، GH، AB، DH$ و BF و FG متنافر است.



۶۱ - گزینه ۳ می‌دانیم نسبت مساحت مثلث‌های با ارتفاع یکسان (AH) برابر است با نسبت قاعده‌های آن‌ها، بنابراین داریم:

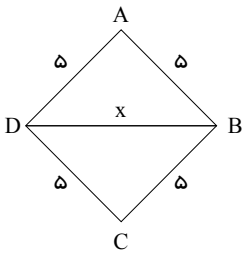


$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{ADE}}} = \frac{BD}{ED} = \frac{۲}{۱} \rightarrow \begin{cases} BD = ۲x \\ ED = x \end{cases}$$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{ACE}}} = \frac{BD}{CE} = \frac{۳}{۱} \rightarrow \frac{۲x}{CE} = ۳ \rightarrow CE = \frac{۲}{۳}x$$

$$\frac{DE}{CE} = \frac{x}{\frac{۲}{۳}x} = \frac{۳}{۲}$$

۶۲ - گزینه ۱



$$\overset{\Delta}{ABD}: \begin{array}{ll} ۵+۵>x & \rightarrow ۱۰>x \\ x+۵>۵ & \rightarrow x>۰ \end{array} \Big\} \rightarrow ۰<x<۱۰$$

۶۳ - گزینه ۴

$$i + b = ۱۰ \rightarrow b = ۱۰ - i$$

$$S_{max} = \frac{b}{۲} + i - ۱ = \frac{b}{۲} + (۱۰ - b) - ۱ = ۹ - \frac{b}{۲} \xrightarrow{b=۳} S_{max} = ۹ - \frac{۳}{۲} = \frac{۱۵}{۲}$$

$$S_{min} = \frac{۱۰ - i}{۲} + i - ۱ = \frac{۸ + i}{۲} \xrightarrow{i=۰} S_{min} = ۴$$

$$\frac{S_{max}}{S_{min}} = \frac{\frac{۱۵}{۲}}{\frac{۴}{۱}} = \frac{۱۵}{۸}$$

۶۴ - گزینه ۴ ۱) بی‌شمار خط می‌توان موازی صفحه رسم کرد.

بلی در گزینه‌های ۲ و ۳ مطالب درست هستند.

۶۵ - گزینه ۴ هر سه گزاره همواره صحیح است.

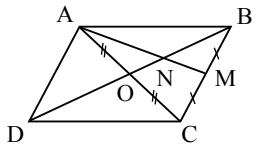
۶۶ - گزینه ۱ اگر i نقاط درونی و b نقاط مرزی باشد، مساحت در چند ضلعی شبکه‌ای برابر است با:

$$\begin{cases} S_۱ = i + \frac{b}{۲} - ۱ \\ S_۲ = (i-۱) + \frac{(b+۲)}{۲} - ۱ = i + \frac{b}{۲} - ۱ \end{cases} \Rightarrow S_۱ = S_۲$$

در نتیجه مساحت تغییری نمی‌کند.

۶۷ - گزینه ۳

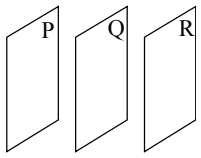
قطر AC را رسم می‌کنیم تا BD را در O قطع کند. چون در متوازی‌الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند.



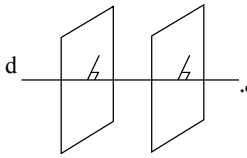
پس در مثلث ABC نقطهٔ N نقطهٔ تلاقی میانه‌ها است. بنابراین مساحت مثلث BMN مساوی $\frac{۱}{۶}$ مساحت مثلث ABC است. در ضمن مساحت مثلث ABC مساوی $\frac{۱}{۲}$ مساحت متوازی‌الاضلاع است. درنتیجه مساحت مثلث BMN مساوی $\frac{۱}{۱۲}$ مساحت متوازی‌الاضلاع است.

۶۸ - گزینه ۴

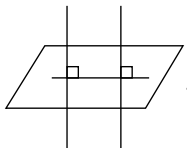
۱) درست است. $\left.\begin{matrix} P||R \\ Q||R \end{matrix}\right\} \Rightarrow P||Q$



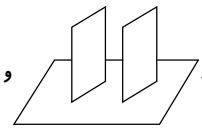
۲) درست است.



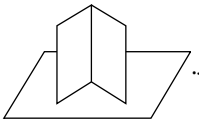
۳) درست است.



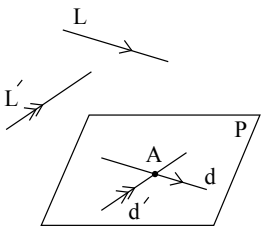
۴) ممکن است درست باشد



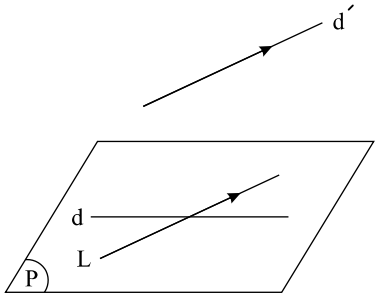
و ممکن است درست نباشد.



۶۹ - گزینه ۲ در نقطه‌ی A به موازات L و L' دو خط d و d' را رسم می‌کنیم. از دو خط d و d' که در نقطه‌ی A متقاطعند فقط و فقط یک صفحه می‌گذرد.



۷۰ - گزینه ۱ مطابق شکل فرض کنید d و d' متنافر باشند. از یک نقطه واقع بر خط d، خط L را موازی با d' رسم می‌کنیم. صفحه شامل دو خط d و L موازی با خط d' است.



۷۱ - گزینه ۳

$$Q = mc\Delta\theta = ۰/۱ \times ۴۰۰ \times (۴۰ - (-۲۰)) = ۲۴۰۰J$$

گرمایی که جسم در هرثانیه گرفته $= \frac{Q}{\Delta t} = \frac{۲۴۰۰}{۱۲۰} = ۲۰\frac{J}{s}$

۷۲ - گزینه ۳ با افزایش فشار نقطهٔ ذوب یخ کاهش می‌یابد، همچنین نقطهٔ انجماد هم کاهش می‌یابد.

۷۳ - گزینه ۱ با توجه به رابطه‌ی $\Delta L = L_{\circ}\alpha\Delta\theta$ داریم:

$$\Delta L = ۱۲ \times ۱/۲ \times ۱۰^{-۵} \times (۵۰ - ۰) = ۷/۲ \times ۱۰^{-۳} = ۷/۲mm$$

۷۴ - گزینه ۲ موارد (۱)، (۲) و (۶) نادرست بوده و باقی موارد درست هستند. بنابراین ۴ مورد صحیح است. یعنی گزینهٔ ۲ درست است.

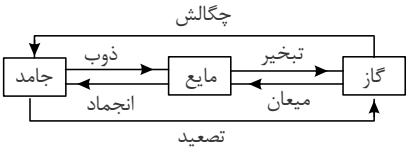
دلیل نادرستی مورد ۱: نوع تابش فروسرخ است نه فرابنفش.

دلیل نادرستی مورد ۲: تف‌سنج نوری به‌عنوان دماسنج معیار انتخاب شده است نه نوع تابشی.

دلیل نادرستی مورد ۶: دماسنج‌های معیار عبارتند از: گازی، مقاومت پلاتینی و تف‌سنج نوری.

۷۵ - گزینه ۳ با افزایش فشار هوا آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ «۳» نادرست است.

۷۶ - گزینه ۴ گذارهای فازی بین جامد، مایع و گاز به‌صورت زیر است:



۷۷ - گزینه ۲

$$F = ۱/۸\theta + ۳۲ \rightarrow \Delta F = ۱/۸\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{\Delta F}{۱/۸} \rightarrow \Delta\theta = \frac{۹}{۱/۸} = ۵^{\circ}C$$

$$Q = mc\Delta\theta = ۱ \times ۴۲۰۰ \times ۵ = ۲۱۰۰۰J = ۲۱(kJ)$$

۷۸ - گزینه ۳ باتوجه به تغییرات دمایی آب و یخ تا رسیدن به تعادل داریم:

$$۰^{\circ}C \text{ یخ} \longrightarrow ۰^{\circ}C \text{ آب} \longrightarrow \theta_e\ ^{\circ}C \text{ آب} \longleftarrow ۳۰^{\circ}C \text{ آب}$$

$$\sum Q = ۰ \Rightarrow m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(\theta_e - ۳۰) + m_{\text{یخ}}L_F + m_{\text{یخ}}c_{\text{آب}}(\theta_e - ۰) = ۰$$
$$\Rightarrow ۰/۴ \times ۴۲۰۰(\theta_e - ۳۰) + ۰/۱ \times ۳۳۶۰۰۰ + ۰/۱ \times ۴۲۰۰(\theta_e) = ۰$$
$$\Rightarrow ۱۶۸۰\theta_e - ۵۰۴۰۰ + ۳۳۶۰۰ + ۴۲۰\theta_e = ۰ \Rightarrow ۲۱۰۰\theta_e = ۱۶۸۰۰ \Rightarrow \theta_e = ۸^{\circ}c$$

روش دوم: با استفاده از تناسب‌ها و روابط تعادل آب و یخ می‌دانیم: $(c_{\text{آب}} = ۱\ ,\ L_F = ۸۰)$

$$m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\theta_{\text{آب}} - m_{\text{یخ}}L_F = (m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}})\theta_e \Rightarrow ۰/۴ \times ۱ \times ۳۰ - ۰/۱ \times ۸۰ = (۰/۴ + ۰/۱)\theta_e$$
$$\Rightarrow ۴ = ۰/۵\theta_e \Rightarrow \theta_e = ۸^{\circ}C$$

۷۹ - گزینه ۴ فرآیندهای ذوب، تبخیر و تصعید گرماگیر و فرآیندهای انجماد، میعان و چگالش گرماده هستند.

۸۰ - گزینه ۲

$$T = ۳\theta \Rightarrow ۲۷۳ + \theta = ۳\theta \Rightarrow ۲۷۳ = ۲\theta \Rightarrow \theta = ۱۳۶/۵^{\circ}C$$

۸۱ - گزینه ۱ دقت داشته باشید که ضریب انبساط حجمی یک جسم جامد تقریباً سه برابر ضریب انبساط طولی آن است.

$$\Delta V = V_۱\beta\Delta\theta = V_۱(۳\alpha)\Delta\theta$$
$$\Rightarrow \Delta V = ۲۰۰(۳ \times ۱۲ \times ۱۰^{-۶}) \times (۷۰ - ۲۰) = ۰/۳۶cm^{۳}$$

۸۲ - گزینه ۱

$$-۱۰C_{\text{یخ}} \xrightarrow[Q_۱]{} ۰^{\circ}C_{\text{یخ}} \xrightarrow[Q_۲]{} ۰^{\circ}C_{\text{آب}}$$

$$Q_۱ + Q_۲ = mc\Delta\theta + mL = ۱ \times ۲۱۰۰ \times [۰ - (-۱۰)] + ۱ \times ۳۳۴ \times ۱۰^{۳}$$

$$= ۲۱ \times ۱۰^{۳} + ۳۳۴ \times ۱۰^{۳} = ۳۵۵ \times ۱۰^{۳}J = ۳۵۵\,kJ$$

۸۲ - گزینه ۲

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \begin{cases} \theta = ۵۰^{\circ}C \Rightarrow F = ۱۲۲^{\circ}F \\ \theta = ۳۰^{\circ}C \Rightarrow F = ۸۶^{\circ}F \end{cases}$$

$$T = \theta + ۲۷۳ \begin{cases} \theta = ۲۷^{\circ}C \Rightarrow T = ۳۰۰K \\ \theta = -۲۰^{\circ}C \Rightarrow T = ۲۵۳K \end{cases}$$

۸۲ - گزینه ۲ برای پاسخ دادن به این سؤال مراحل زیر را طی می‌کنیم:

مرحله‌ی اول: باتوجه به توان گرمکن $(P = ۳۰۰W)$ در مدت $۲۴s$ مقدار گرمای تولید شده برابر است با: $Q_{\text{کل}} = Pt = ۳۰۰ \times ۲۴J$

مرحله‌ی دوم: گرمایی که به مایع می‌رسد، صرف بالا بردن دمای آن می‌شود و باتوجه به این موضوع، مقدار گرمای رسیده به مایع برابر است با:

$$Q_{\text{مفید}} = mc\Delta\theta = \frac{۶۰}{۱۰۰۰} \times ۱۵۰۰ \times (۵۰ - ۳۰) = ۱۸۰۰J$$

مرحله‌ی سوم: درنهایت برای محاسبه‌ی درصد گرمای دریافت شده توسط مایع از گرمای کل تولیدی (یعنی بازده گرمکن) داریم:

$$\text{درصد گرمای دریافت شده} = \frac{Q_{\text{مفید}}}{Q_{\text{کل}}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۸۰۰}{۳۰۰ \times ۲۴} \times ۱۰۰ = \%۲۵$$

۸۵ - گزینه ۳ گزینهٔ (الف) نادرست است. ظرفیت گرمایی به جنس و جرم بستگی دارد.

گزینهٔ (پ) نادرست است. گرمای ویژهٔ یک جسم به جنس جسم بستگی دارد و به جرم آن بستگی ندارد.

۸۶ - گزینه ۲

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$SiO_۲(s) + ۳C(s) \xrightarrow{\Delta} SiC(s) + ۲CO(g)$$

روش اول:

$$?LCO = ۱kgSiC \times \frac{۱۰۰۰g}{۱kg} \times \frac{۱molSiC}{۴۰gSiC} \times \frac{۲molCO}{۱molSiC} \times \frac{۲۲/۴LCO}{۱molCO} = ۱۱۲۰LitCO$$

روش دوم:

$$SiC \sim ۲CO$$

$$\frac{۱۰۰۰g}{۱ \times ۴۰} = \frac{X(L)}{۲ \times ۲۲/۴} \Rightarrow x = ۱۱۲۰LCO$$

۸۷ - گزینه ۱

$$\underbrace{\frac{۰/۵۶\ Lit\ Cl_۲}{۲۲/۴\ Lit}}_{\text{تبدیل به مول}} \times \underbrace{۶/۰۲۲ \times ۱۰^{۲۳}}_{\text{عدد آووگادرو}} \times \underbrace{۲}_{\text{تعداد اتم } Cl} = \underbrace{\frac{x\ Ne\ gr}{۲۰}}_{\text{تبدیل به مول}} \times \underbrace{۶/۰۲۲ \times ۱۰^{۲۳}}_{\text{عدد آووگادرو}} \Rightarrow x = ۱g$$

روش دوم:

$$Cl_۲ \rightarrow ۲\ atom$$

$$\frac{(Ne \rightarrow ۱\ atom) \times ۲}{Cl_۲ \sim ۲Ne}$$

$$\frac{۰/۵۶L}{۲۲/۴} = \frac{x\ g}{۲ \times ۲۰} \qquad x = ۱\ g$$

۸۸ - گزینه ۱ روش اول:

$$\underset{۰/۶۵g}{Zn} + ۲HCl \rightarrow ZnCl_۲ + \underset{ml=?}{H_۲}$$

$$۰/۶۵gZn \times \frac{۱molZn}{۶۵gZn} \times \frac{۱molH_۲}{۱molZn} \times \frac{۲۲۴۰۰ml}{۱molH_۲} \Rightarrow ۲۲۴mlH_۲$$

روش دوم: تستی: در این روش برای معلوم و مجهول، تناسب‌های مناسب انتخاب کرده و مساوی قرار می‌دهیم.

$$\frac{\text{گرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{میلی لیتر}}{\text{ضریب} \times ۲۲۴۰۰} \Rightarrow \frac{۰/۶۵g}{۶۵ \times ۱} = \frac{ml}{۲۲۴۰۰ \times ۱} \Rightarrow ml = ۲۲۴$$

۸۹ - گزینه ۱ ابتدا واکنش را به‌صورت زیر موازنه می‌کنیم:

$$۲B_۲O_۳(s) + ۶Cl_۲(g) \rightarrow ۴BCl_۳(l) + ۳O_۲(g)$$

$$۲B_۲O_۳(s) \sim ۳O_۲(g)$$

$$\frac{۱mol}{۲} = \frac{V}{۳ \times ۲۲/۴} \Rightarrow V = ۳۳/۶L$$

۹۰ - گزینه ۴ در فشار ثابت: $\frac{V_۱}{T_۱} = \frac{V_۲}{T_۲}$ ، حجم با دما رابطه‌ی مستقیم دارد، پس با n برابر شدن دما، حجم n برابر می‌شود (اگر دما برحسب کلوین باشد) و چون دما برحسب سلسیوس است، برای محاسبه‌ی تغییرات حجم به اطلاعات بیشتری نیاز داریم.

۹۱ - گزینه ۲

A : منبع گاز نیتروژن

E : منبع گاز هیدروژن

C : ظرف جمع آوری گازهای نیتروژن و هیدروژن واکنش نداده (باقی مانده)

D : دستگاه خنک کننده

E : ظرف جمع آوری آمونیاک $(NH_۳)$ مایع

۹۲ - گزینه ۱ طبق قانون آووگادرو در دما و فشار یکسان، برای گازهای مختلف: نسبت حجمی= نسبت مولی= نسبت مولکولی

$$\text{نسبت حجمی } CH_۴ \text{ به } O_۲ = \frac{۳}{۵} = \text{نسبت مولکولی } CH_۴ \text{ به } O_۲$$

۹۳ - گزینه ۱ توجه: آب دریاها، آب شهری، آب آشامیدنی همگی محلول هستند پس ۴۰۰ گرم از این آب داده شده معادل ۴۰۰ گرم محلول است.

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶ \Rightarrow ۷۵۰ = \frac{xg}{۴۰۰g} \times ۱۰^۶ \Rightarrow x = ۰/۳g_{Mg^{۲+}}$$

$$۰/۳g_{Mg^{۲+}} \times \frac{۱۰۰۰mg_{Mg^{۲+}}}{۱g_{Mg^{۲+}}} = ۳۰۰mg_{Mg^{۲+}}$$

۹۴ - گزینه ۲ مقایسه‌ی نقطه‌ی جوش این سه ماده به صورت زیر است:

هیدروژن $<$ نیتروژن $<$ آمونیاک

-۳۴° ↙ -۱۹۶° -۲۵۳° ↘

با کاهش دما دیرتر به مایع تبدیل می‌شود. | با کاهش دما زودتر به مایع تبدیل می‌شود.

۹۵ - گزینه ۳

$$۴ \times ۱۰^{۱۲}L_{\text{آب دریا}} \times \frac{۱kg_{\text{آب دریا}}}{۱L_{\text{آب دریا}}} = ۴ \times ۱۰^{۱۲}kg_{\text{آب دریا}}$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶ \Rightarrow ppm = \frac{۰/۱g}{۴ \times ۱۰^{۱۲} \times ۱۰^۳g} \times ۱۰^۶ \Rightarrow ppm = ۲/۵ \times ۱۰^{-۱۱}$$

۹۶ - گزینه ۱

$$۵۷ \times ۱۰^۹mL_{\text{بنزین}} \times \frac{۰/۸g_{\text{بنزین}}}{۱mL_{\text{بنزین}}} \times \frac{۱mol_{\text{بنزین}}}{۱۱۴g_{\text{بنزین}}} \times \frac{۲۵mol_{O_۲}}{۲mol_{\text{بنزین}}} = ۵ \times ۱۰^۹$$

۹۷ - گزینه ۲ توجه: مولکول‌های $N_۲$ و $H_۲$ ناقطبی‌اند، ولی $NH_۳$ با داشتن جفت الکترون ناپیوندی در اتم مرکزی یک مولکول قطبی است.

* گاز $NH_۳$ مولکول قطبی است و دمای جوش بیش‌تری نسبت به دو گاز $N_۲$ و $H_۲$ دارد و زودتر از دو گاز دیگر به حالت مایع تبدیل می‌شود. گازهای $N_۲$ و $H_۲$ هر دو ناقطبی‌اند، اما به دلیل جرم مولی بیش‌تر گاز $N_۲$ نسبت به گاز $H_۲$ ، دمای جوش $N_۲$ بالاتر است و زودتر به حالت مایع تبدیل می‌شود.

ماده	نقطهٔ جوش $(^\circ C)$
$H_۲$	-۲۵۳
$N_۲$	-۱۹۶
$NH_۳$	-۳۳

۹۸ - گزینه ۳ به پرسش‌های مطرح‌شده پاسخ می‌دهیم:

آ) با مقایسهٔ شکل‌های (آ) و (ب) می‌توان دریافت که حجم محلول ثابت است، اما مقدار حل‌شونده افزایش‌یافته است، بنابراین غلظت محلول افزایش می‌یابد.

توجه: با افزودن مقداری حل‌شونده به یک محلول در حجم ثابت، غلظت محلول افزایش می‌یابد.

ب) با مقایسهٔ شکل‌های (آ) و (پ) می‌توان دریافت که مقدار حل‌شونده ثابت است اما حجم محلول افزایش‌یافته است، بنابراین غلظت محلول کاهش می‌یابد.

توجه! با افزودن مقداری حلال به محلولی با غلظت معین، غلظت محلول کاهش می‌یابد.

پ) هرچه مقدار حل‌شونده در واحد حجم بیش‌تر باشد، محلول غلیظ‌تر است و بالعکس، با این توضیح، ترتیب غلظت مولی این سه محلول به‌صورت زیر است:

(پ) $>$ (آ) $>$ (ب) : غلظت مولی

ت) با افزودن $۵۰mL$ آب به ظرف (ب) حجم محلول به $۱۰۰mL$ می‌رسد، یعنی با ظرف (پ) دارای حجم یکسان می‌شود. اما چون تعداد ذره‌های حل‌شونده در ظرف (ب) ۲ برابر ظرف (پ) است، غلظت محلول در ظرف (ب)، ۲ برابر ظرف (پ) خواهد بود.

۹۹ - گزینه ۲ به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

عبارت اول: نادرست است. در فشار و مقدار مول ثابت (p و n ثابت)، حجم V با دما (T) رابطهٔ مستقیم و نمودار V برحسب T به صورت یک خط راست با شیب ثابت است.

عبارت دوم: نادرست است. با توجه به شکل II می‌توان دریافت که حجم گاز در نقطهٔ X دو برابر نقطهٔ Y است. در نتیجه فشارگاز در نقطهٔ X، نصف نقطهٔ Y است و تفاوت فشار در این دو برابر با فشار گاز در نقطهٔ X خواهد بود:

$$\left.\begin{array}{l} X \text{ نقطهٔ } \Rightarrow \frac{۱}{V} = ۰/۱ \Rightarrow V_X = ۱۰L \\ Y \text{ نقطهٔ } \Rightarrow \frac{۱}{V} = ۰/۲ \Rightarrow V_Y = ۵L \end{array}\right\} \Rightarrow P_Y = ۲P_X \Rightarrow \Delta P = P_Y - P_X = ۲P_X - P_X = P_X$$

فشار در نقطهٔ X برابر است با:

$$\underbrace{\frac{P_۱V_۱}{n_۱T_۱}}_{STP} = \frac{P_۲V_۲}{n_۲T_۲} \Rightarrow \frac{۱ \times ۲۲/۴}{۱ \times ۲۷۳} = \frac{P_۲ \times ۱۰}{۰/۱ \times ۳۰۰} \Rightarrow P_۲ = \frac{۳۰ \times ۲۲/۴}{۱۰ \times ۲۷۳} = ۰/۲۴۶atm \Rightarrow P_X = \Delta p = ۰/۲۴۶atm$$

عبارت سوم: نادرست است. با توجه به شکل (III) حجم در نقطهٔ H، $\frac{۱}{۳}$ بیش‌تر از حجم اولیه است:

$$V_۲ = V_۱ + \frac{۱}{۳}V_۱ = \frac{۴}{۳}V_۱$$

$$\frac{V_۱}{T_۱} = \frac{V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{\not{V_۱}}{T_۱} = \frac{\frac{۴}{۳}\not{V_۱}}{T_۲} \Rightarrow T_۲ = \frac{۴}{۳}T_۱ \Rightarrow \Delta T = T_۲ - T_۱ = \frac{۴}{۳}T_۱ - T_۱ = \frac{۱}{۳}T_۱$$

$$\text{درصد افزایش دما} = \frac{\Delta T}{T_1} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۱}{۳}\cancel{T_1}}{\cancel{T_1}} \times ۱۰۰ = ۳۳٫۳\%$$

عبارت چهارم: نادرست است. با توجه به این که هر ذره معادل ۰٫۱ مول فرض شده است، داریم:

$$n_1 = ۸ \times ۰٫۱ = ۰٫۸mol$$
$$n_2 = ۱۰ \times ۰٫۱ = ۱mol$$

با توجه به این که فشار ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2} \Rightarrow \frac{\cancel{P_1} \times V_1}{۰٫۸ \times \cancel{T_1}} = \frac{\cancel{P_1} \times V_2}{۱ \times (\frac{۱}{۲}\cancel{T_1})} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow V_2 = \frac{۵}{۸}V_1$$

$$\text{درصد کاهش حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times ۱۰۰ = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۵}{۸}V_1 - V_1}{V_1} \times ۱۰۰ = (\frac{۵}{۸} - ۱) \times ۱۰۰ = -۳۷٫۵\%$$

پس حجم گاز ۳۷٫۵ درصد کاهش می‌یابد.

همان‌طور که ملاحظه نمودید هیچ کدام از عبارت‌ها درست نبودند.

۱۰۰ - گزینه ۳ از ppm برای غلظت‌های بسیار پایین استفاده می‌شود. میزان استیک اسید سرکه را با درصد جرمی بیان می‌کنند.