

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ تنها در بیت (ج) است که تشبیه موجود نیست، (چون) در این بیت در معنای زمانی که است، پس ادات تشبیه به شمار نمی‌رود. شرح گزینه‌های دیگر:

بیت (الف) بوم محنت ← اضافه تشبیهی. دولت‌آشیان (بخت و دولت مانند آشیان است).

بیت (ب) آبِ اجل ← اضافه تشبیهی

بیت (د) تیر جور ← اضافه تشبیهی - تحمل همچون سپر است.

نکته: در اضافه تشبیهی معمولاً کلمهٔ دوم به کلمهٔ اول شباهت داده می‌شود.

۲ - گزینه ۳ آرایهٔ تلمیح وجود ندارد.

تشخیص و استعاره: هواداری باد صبا و دریدن پیراهن غنچه / کنایه: «پیراهن دریدن» و «از خود برون شدن».

۳ - گزینه ۳ جناس ناهمسان: جنگ، رنگ / رنگ باختن کنایه از ترسیدن / استعاره: شیر و پلنگ استعاره از دو پهلوان جنگجو

۴ - گزینه ۲ در همهٔ گزینه‌ها «عالم» به معنی جهان است، فقط در گزینهٔ «۲» عالم در معنی مجازی «مردم عالم» به کار رفته است.

۵ - گزینه ۲ تضاد سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: پنهان / هویدا، گزینهٔ «۳»: نهفته / پیدا، گزینهٔ «۴»: غیبت / حضور

۶ - گزینه ۴ شکل درست واژه: ذوال ← زوال

۷ - گزینه ۴ شکل درست واژگان: ابهت و شکوه، درشت و ستبر، زمزمهٔ مرغان، اهتمام و تلاش

۸ - گزینه ۱ سورتک ← صورتک

۹ - گزینه ۳ زیرا «لُغَةٌ» مؤنث است، پس صفت آن باید «المشترکه» شود و «ه» چون به «لُغَةٌ» برمی‌گردد، باید «هَی» باشد، به‌علاوه «العربی» که صفت «لُغَةٌ» است، باید «العربیة» و مؤنث شود.

نکته: توجه شود که با اضافه شدن «نا» به لغت، این کلمه معرفه می‌شود.

۱۰ - گزینه ۴ سوال گزینه‌ای را می‌خواهد که در آن اسم اشاره به غلط استفاده شده باشد که در گزینهٔ «۴»، «تلك الصّوت» نادرست و درست آن «ذلک الصّوت» می‌باشد، چرا که «الصّوت» مفرد مذکر است و باید از اسم اشارهٔ مفرد مذکر استفاده کرد.

تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در این گزینه «الحقائب» جمع غیرانسان است و همان‌طور که می‌دانیم جمع‌های غیرانسان در حکم «مفرد مؤنث» هستند، لذا آمدن اسم‌های اشارهٔ «هذه و تلك» برای جمع‌های غیرانسان درست است.

گزینهٔ «۲»: در این گزینه «المعلمان» مثنی مذکر است و آمدن «هذان» درست است.

گزینهٔ «۳»: در این گزینه «الشّاعران» مثنی مؤنث است و آمدن اسم اشارهٔ «هاتان» برای آن درست است.

۱۱ - گزینه ۴ سؤال گزینه‌ای را می‌خواهد که جمع مؤنث سالم در آن به کار نرفته است.

أصوات جمع مکسر صوت است.

تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اللطّامات جمع مؤنث سالم است.

گزینهٔ «۲»: الجوّالات جمع مؤنث سالم است.

گزینهٔ «۳»: کرامات جمع مؤنث سالم است.

۱۲ - گزینه ۱ زیرا «التّمارین» جمع مکسر غیرعاقل است که از نظر قواعد، مفرد مؤنث به حساب می‌آید؛ پس اسم اشارهٔ آن باید به صورت مفرد مؤنث باشد و «هذه» درست است.

۱۳ - گزینه ۲ در گزینه‌های دیگر «ن» حذف شده است؛ پس «نهی» است نه «نهی». اما در گزینهٔ «۲» چون جمع مؤنث است، در «نهی» نونش حذف نمی‌شود؛ پس «نهی» و «نهی» آن یکسان است.

نکته: سوال گزینه‌ای را می‌خواهد که حالت نفی و نهی آن یکسان باشد.

۱۴ - گزینه ۴ زیرا «تَذَكُّرٌ» جمع مؤنث مخاطب است و ضمیر مناسب آن «أنتن» می‌باشد.

۱۵ - گزینه ۴ زیرا گزینه‌های «۱» و «۲»، «نون» آن‌ها حذف شده است و گزینهٔ «۳» چون جمع مؤنث است نون آن حذف نمی‌شود؛ ولی گزینهٔ «۴» باید آخر فعل ساکن شود.

۱۶ - گزینه ۲ زیرا ضمیرهای متصل زمانی مضاف‌الیه هستند که با اسم بیابند، ولی در گزینهٔ «دو» ضمیر «ی» با فعل آمده است و فاعل می‌باشد.

۱۷ - گزینه ۱ ترجمهٔ آیهٔ شریفهٔ «خداست که بادها را می‌فرستد تا ابر را برانگیزد. سپس آن ابر را به سوی سرزمینی مرده برانیم و آن زمین مرده را بدان [وسیله] پس از مرگش زندگی بخشیدیم. زنده شدن قیامت نیز همین گونه است، بیانگر امکان معاد یا امکان آفرینش مجدد جسم برای پیوستن به روح در آخرت باتوجه به نظام مرگ و زندگی در طبیعت است.

۱۸ - گزینه ۱ باور داشتن آخرت در عین قبول نکردن آن در عمل ← غافل‌شدن از آخرت

۱۹ - گزینه ۱ در مرحلهٔ دوم قیامت وقایعی رخ می‌دهد تا انسان‌ها آمادهٔ دریافت پاداش و کیفر شوند.

اولین واقعه، «زنده شدن همهٔ انسان‌ها» است. بار دیگر بانگ سهمناکی در عالم می‌پیچد و حیات مجدد انسان‌ها آغاز می‌شود.

پس تمهید مقدمات حیات مجدد انسان‌ها با بانگ سهمناک (نفخ صور دوم) می‌باشد که به دنبال آن «کنار رفتن پرده از حقایق عالم» و بعد آن «برپا شدن دادگاه عدل الهی» است.

۲۰ - گزینه ۱ ■ با توجه به حدیث رسول خدا (ص) که فرمود: «برای تو ناچار هم نشینی خواهد بود که هرگز از تو جدا نمی‌گردد و با تو دفن می‌شود... آن هم نشین، کردار توست، تنها مصاحبی

(همنشینی) از انسان که در همهٔ مراتب حیات از او انفصال (جدایی) ناپذیر است، صورت حقیقی اعمال می‌باشد.

■ بنابراین در عرصهٔ قیامت { ۱ } تصویر اعمال انسان یا گزارشی از عمل انسان نمایش داده نمی‌شود؛

{ ۲ } بلکه خود عمل نمایان می‌شود و هرکس عین عمل خود را می‌بیند.

۲۱ - گزینه ۳ افراد زیرک با انتخاب خدا به عنوان هدف اصلی خود، هم از بهره‌های مادی زندگی استفاده می‌کنند و هم از آنجا که تمام کارهای دنیوی خود را در جهت رضای خدا انجام می‌دهند، جان و دل خود را به خداوند نزدیک‌تر می‌کنند و سرای آخرت خویش را نیز آباد می‌کنند. همان‌طور که در آیه شریفه «مَنْ كَانَ يُرِيدُ ثَوَابَ الدُّنْيَا فَنَدَّ اللَّهُ ثَوَابَ الدُّنْيَا وَالْآخِرَةِ» اشاره شده هر کس نعمت و پاداش دنیا را بخواهد نعمت و پاداش دنیا و آخرت نزد خداست.

۲۲ - گزینه ۲ از آن جا که کفار و منافقین از نیروی اندیشه و تعقل بهره نمی‌گیرند، در نتیجه در افکار و نظرات خود دچار دشمنی و تفرقه هستند و نمی‌توانند مسیر درست زندگی را تشخیص دهند.

۲۳ - گزینه ۱ حدیث پیامبر اکرم (ص) به این موضوع اشاره دارد که انسان بعد از مرگ وارد مرحله بیداری و هوشیاری زندگی می‌شود و به درک بهتر واقعیات دست پیدا می‌کند. این مفهوم در آیه شریفه «حَتَّىٰ إِذَا جَاءَ أَحَدَهُمُ الْمَوْتُ رَبُّهُ يَرْجِعُونَ...» هم نمود دارد، زیرا گناهکاران پس از مرگ تازه هوشیار می‌شوند که کار نیکی انجام داده‌اند و تقاضای بازگشت به دنیا را دارند.

۲۴ - گزینه ۱ آن گاه که مرگ بر یکی از آن‌ها (گناهکاران) فرا رسد «حَتَّىٰ إِذَا جَاءَ أَحَدَهُمُ الْمَوْتُ» درخواست می‌کنند که مرا به دنیا باز گردانید «قال رب ارجعون» و توجیه آنان چنین است! باشد که عمل صالح انجام دهم «لعلى اعمل صالحا فيما تركت».

۲۵ - گزینه ۲ با توجه به کلمه since به معنی «از زمان» متوجه می‌شویم که باید از حال کامل استفاده کنیم.

معنی جمله: پاسخ به این سؤال که انسان را از زمان‌های باستانی علاقمند کرده است هنوز نامشخص مانده است.

۲۶ - گزینه ۲ نکته مهم درسی

بعد از عبارت make sure مصدر به کار می‌رود و هدف را بیان می‌کند.

۲۷ - گزینه ۲ million را نمی‌توان جمع بست، اما ton قابلیت جمع بسته شدن را دارد. بین گزینه‌ها فقط گزینه ۲ دارای این شرایط می‌باشد.

۲۸ - گزینه ۲ حدود ۳۵۰ گونه کوسه وجود دارند و اگرچه همه آن‌ها گوشت می‌خورند، (اما) فقط گونه‌های کمی به انسان‌ها حمله می‌کنند.

توضیح: برای بیان وجود چیزی از عبارتهای «There is» به معنی «وجود دارد» برای اسم مفرد و «There are» به معنی «وجود دارند» برای اسم جمع استفاده می‌کنیم.

۲۹ - گزینه ۱ در صورتی که شما فقط تعداد زیاد افرادی که شهر ما را برای یافتن شغل به مقصد محل دیگری ترک می‌کنند ، احتمالا به درستی به این نتیجه می‌رسید که شهر ما هیچ آینده‌ای ندارد.

۱) در نظر بگیرید (۲ پیشنهاد کنید (۳ فرض کنید (۴ انتظار داشته باشید

۳۰ - گزینه ۲ ترجمه جمله: «والدینم به مدت بیش از ۵۰ سال است که با هم بوده‌اند و هنوز با هم کنار می‌آیند».

گزینه ۱) مراقبت کردن

گزینه ۲) کنار آمدن

گزینه ۳) ادامه دادن

گزینه ۴) زحمتی دریغ نکردن

۳۱ - گزینه ۴ ترجمه جمله: یک گروه از توضیحات راضی بود، اما گروه دیگر خواستار توضیحات بیشتر بود.

۱) آماده برای (۲ جذب کردن (۳ نامطمئن بودن (۴ راضی بودن از

۳۲ - گزینه ۲ آن خدماتی که آن‌ها شروع کرده‌اند هدفش این است که نیازهای دانش‌آموزان در همه گروه‌های سنی را برآورده کند.

۱- عمل کردن، نقش داشتن ۲- برآورده کردن، ملاقات کردن

۳- متغیر بودن ۴- اطاعت کردن

۳۳ - گزینه ۲

$$\begin{bmatrix} x & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \times \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 2x - 1 + 4y & -2x + 4 \\ 4 + 3 + y & -4 + 1 \end{bmatrix}$$

درایه‌های خارج قطر اصلی باید صفر باشند یعنی:

$$\begin{cases} -2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ 7 + y = 0 \Rightarrow y = -7 \end{cases}$$

۳۴ - گزینه ۲

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -x & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} -x + 1 & -2x - 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow -x^2 + x - 4x - 2 = 0 \rightarrow -x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow -\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -3$$

۳۵ - گزینه ۲

$$A = \begin{bmatrix} 1-1 & 1+2 & 1+3 \\ 2+1 & 2-2 & 2+3 \\ 3+1 & 3+2 & 3-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 20 & 34 & 12 \\ 15 & 12 & 41 \end{bmatrix} \rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 194$$

۳۶ - گزینه ۱

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4b_1 \\ 4b_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5b_1 - 2b_2 \\ 4b_1 + ab_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4b_1 \\ 4b_2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 5b_1 - 2b_p = 4b_1 \rightarrow b_1 = 2b_p \\ 4b_1 + ab_p = 4b_p \xrightarrow{b_1=2b_p} 8b_p + ab_p = 4b_p \rightarrow a + a = 4 \rightarrow a = -4 \end{cases}$$

۳۷ - گزینه ۲

$$||3B|B| = |3^3|B|A| = (3^3)^2|B|^2|A| = 3^6 \times 2^2 \times 3 = 3^7 \times 2^2$$

۳۸ - گزینه ۳ نسبت به سطر اول دترمینان بسط می‌دهیم؛ داریم:

$$1(-4 - 6x - 30) - 2(2 - (x^2 + 4x - 5)) + 3(-12 - 4x + 4) = 0 \Rightarrow -6x - 34 + 2x^2 + 8x - 14 - 24 - 12x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 10x - 72 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 - 5x - 36 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x-9)(x+4) = 0 \Rightarrow x = 9 \text{ یا } x = -4$$

پس جواب‌های معادله برابر با $x = 9$ و $x = -4$ هستند.

۳۹ - گزینه ۱ نکته: وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ از دستور $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ حاصل می‌شود.

$$AX = B \xrightarrow{\times A^{-1}} \underbrace{A^{-1}AX}_I = A^{-1}B \xrightarrow{IX=X} X = A^{-1}B$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{-4+3} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = -1 \times \begin{bmatrix} -2 & -13 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & 13 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$$

۴۰ - گزینه ۴ ابتدا یک جفت از بین ۵ جفت جوراب را انتخاب می‌کنیم این عمل به $\binom{5}{1} = 5$ حالت ممکن است. حال از ۶ جوراب انتخابی، ۲ جوراب که از یک جفت هستند را داریم. ۴ جوراب دیگر باید به گونه‌ای انتخاب شوند که هیچ دو جورابی از یک جفت نباشند. پس باید از ۴ جفت باقی‌مانده از هر کدام یک جوراب را برداریم پس تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$\binom{5}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 5 \times 2^4 = 5 \times 16 = 80$$

۴۱ - گزینه ۲ ابتدا ۵ توپ سیاه یکسان را کنار هم به ۱ حالت قرار می‌دهیم و ۶ فضای خالی بین این توپ‌ها وجود دارد که ۴ تای آن‌ها را به $\binom{6}{4}$ حالت انتخاب می‌کنیم، سپس ۴ توپ سفید در این ۴ مکان با هم به ۴! جابه‌جا می‌شوند.

$$\text{جواب} = 1 \times \binom{6}{4} \times 4! = 360$$

۴۲ - گزینه ۱ اگر بخواهیم با حروف کلمه‌ی DAMDARAN یک رمز ۸ حرفی بسازیم که با D شروع و به D ختم شود؛ رمز به صورت $D \square \square \square \square \square \square D$ است؛ یعنی با حروف AAAMRN باید یک کلمه‌ی سه حرفی بسازیم که دارای ۳ حرف تکراری A است. بنابراین با استفاده از جایگشت با تکرار داریم:

$$\text{تعداد کلمات} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$$

۴۳ - گزینه ۱ انتخاب ۳ نفر از ۱۲ نفر، مورد سؤال است و چون قرار است این سه نفر جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه انتخاب شوند، پس ترتیب انتخاب آن‌ها اهمیت دارد. بنابراین از فرمول ترتیب استفاده می‌کنیم:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow P(12, 3) = \frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12!}{9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9!} = 1320$$

۴۴ - گزینه ۴ تنها به سه روش می‌توان از بین رشته‌ی تحصیلی دانش‌آموزان انتخاب کرد به طوری که حداکثر ۲ نفر از هر رشته عضو شورا باشند:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ انسانی} + 2 \text{ تجربی} + 2 \text{ ریاضی} \rightarrow \binom{4}{1} \binom{5}{2} \binom{3}{2} = 6 \times 10 \times 3 = 180 \\ 2 \text{ انسانی} + 1 \text{ تجربی} + 2 \text{ ریاضی} \rightarrow \binom{4}{2} \binom{5}{1} \binom{3}{2} = 6 \times 5 \times 3 = 90 \\ 2 \text{ انسانی} + 2 \text{ تجربی} + 1 \text{ ریاضی} \rightarrow \binom{4}{2} \binom{5}{2} \binom{3}{1} = 4 \times 10 \times 3 = 120 \end{array} \right.$$

جمع حالات عبارت است از:

$$180 + 90 + 120 = 390$$

۴۵ - گزینه ۴ می‌دانیم برای نوشتن معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش عکس ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم داده شده‌ای باشد باید جای a و c را عوض کنیم و برای نوشتن معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش k واحد کمتر از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم داده شده‌ای باشد، باید x را به $x+k$ تبدیل کنیم.

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \xrightarrow{\text{معکوس}} -x^2 - 3x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{یک واحد کمتر}} -(x+1)^2 - 3(x+1) + 2 = 0$$

جای a, c عوض $x \rightarrow x+1$

$$\rightarrow -x^2 - 2x - 1 - 3x - 3 + 2 = 0 \rightarrow x^2 + 5x + 2 = 0$$

۴۶ - گزینه ۴ شرط آنکه یک معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای دو ریشه‌ی حقیقی منفی متمایز باشد آن است که $\Delta > 0$ ، $S < 0$ و $P > 0$ باشد.

$$\Delta > 0 \xrightarrow{b^2 - 4ac > 0} 4m^2 - 4(m-6)(-3) > 0 \rightarrow m^2 + 3m - 18 > 0 \rightarrow (m+6)(m-3) > 0$$

تعیین علامت $\rightarrow m < -6$ یا $m > 3$ (I)

تعیین علامت $S < 0 \rightarrow \frac{-b}{a} < 0 \rightarrow \frac{2m}{m-6} < 0 \rightarrow 0 < m < 6$ (II)

$$P > 0 \rightarrow \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \frac{-3}{m-6} > 0 \rightarrow m-6 < 0 \rightarrow m < 6 \quad (III)$$

از اشتراک جواب‌های I و II و III به جواب $3 < m < 6$ می‌رسیم.

۴۷ - گزینه ۲

$$(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0 \xrightarrow{x^2 + x = A} A^2 - 18A + 72 = 0 \Rightarrow (A - 12)(A - 6) = 0$$

$$A = 12 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -1$$

$$A = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha' + \beta' = -\frac{b}{a} = -1 \Rightarrow \alpha + \beta + \alpha' + \beta' = -2$$

۴۸ - گزینه ۱

روش اول: اگر t ریشه‌ی معادله‌ی جدید و x ریشه‌ی معادله‌ی قدیم باشد آن‌گاه:

$$t = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{2}{t} \xrightarrow{\text{معادله}} \frac{16}{t^2} - \frac{14}{t} + 3 = 0 \xrightarrow{\times t^2} 16 - 14t + 3t^2 = 0 \rightarrow 3t^2 - 14t + 16 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مقایسه با } 3x^2 + ax + 10 = 0} a = -14, b = 16$$

روش دوم: ابتدا معادله‌ی درجه‌ی دومی مینویسیم که ریشه‌هایش معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم داده شده باشد سپس معادله‌ی درجه‌ی دومی می‌نویسیم که ریشه‌هایش دو برابر ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم بدست آمده باشد پس جای a , c را عوض کرده و سپس b را در 2 و c را در 2^2 ضرب کنیم.

$$3x^2 - 7x + 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 7x + 4 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 14x + 16 = 0$$

این معادله را با $3x^2 + ax + b = 0$ مقایسه می‌کنیم و داریم:

$$a = -14, b = 16$$

توجه کنید ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ عکس ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ است. و ریشه‌های معادله‌ی $kax^2 + b'x + c' = 0$ برابر ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ می‌باشند.

۴۹ - گزینه ۱ کافی است نمودار تابع درجه‌ی دوم داده شده را با نیمساز ناحیه‌ی اول ($y = x$) تلاقی دهیم و معادله‌ی تلاقی باید ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.

$$\begin{cases} y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6 \\ y = x \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} 2x^2 + (m+1)x + m + 6 = x \Rightarrow 2x^2 + mx + m + 6 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \rightarrow m^2 - 4(2)(m+6) = 0 \rightarrow m^2 - 8m - 24 = 0$$

$$\rightarrow (m - 12)(m + 4) = 0 \rightarrow m = 12, -4$$

حال باید بررسی کنیم به ازای کدام مقدار m ، طول نقطه‌ی تماس مثبت است (در ناحیه‌ی اول x مثبت است).

$$m = 12 \rightarrow 2x^2 + 13x + 18 = 0 \rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \rightarrow (x + 3)^2 = 0 \rightarrow x = -3$$

$$m = -4 \rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x - 1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$$

۵۰ - گزینه ۱ شرط آنکه معادله‌ی درجه دوم $0 = (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2$ فاقد ریشه‌ی حقیقی باشد، آن است که دلتای معادله، منفی باشد. پس داریم:

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{2}m + 2\right) = (m^2 + 2m + 1) - 4m - 16$$

$$= m^2 - 2m - 15 = (m - 5)(m + 3) < 0$$

با توجه به جدول تعیین علامت زیر پاسخ مسئله بازه $(-3, 5)$ است:

m	$-\infty$	-3	5	$+\infty$	
$(m - 5)(m + 3)$		+	-	+	$\Rightarrow -3 < m < 5$

۵۱ - گزینه ۱ اگر در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، $\frac{c}{a} < 0$ باشد. (یعنی a و c مختلف‌العلامه باشند)، تابع درجه دوم از ناحیه ۴ می‌گذرد. بنابراین باید: $m + 2 < 0$ یعنی $m < -2$

۵۲ - گزینه ۲

معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش k واحد بیشتر از ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ می‌باشد به صورت زیر است:

$$a(x - k)^2 + b(x - k) + c = 0$$

پس کافی است x را به $x - 1$ تبدیل کنیم.

$$3(x - 1)^2 + 7(x - 1) + 1 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x + 3 + 7x - 7 + 1 = 0 \Rightarrow 3x^2 + x - 3 = 0$$

برای مقایسه با $x^2 + ax + b = 0$ معادله را بر ۳ تقسیم می‌کنیم.

$$x^2 + \frac{1}{3}x - 1 = 0 \rightarrow a = \frac{1}{3}, b = -1$$

۵۳ - گزینه ۲

اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، داریم:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

با مرتب کردن معادله داده شده به معادله $0 = 2x^2 - 3x - 1 = 0$ می‌رسیم. بنابراین:

$$S = \alpha + \beta = \frac{3}{2}, \quad P = \alpha \cdot \beta = -\frac{1}{2}$$

هم چنین اگر S و P به ترتیب حاصل جمع و حاصل ضرب ریشه‌ها باشند، معادله مورد نظر را می‌توان به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ نوشت.

ریشه‌های معادله $0 = x^2 + kx - 1 = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 \cdot \lambda x^2 + kx - 1$ هستند، داریم:

$$S' = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = P \cdot S = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

$$P' = \alpha^2\beta \times \alpha\beta^2 = \alpha^3\beta^3 = (\alpha\beta)^3 = P^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

بنابراین معادله متناظر به صورت $0 = x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} = 0$ می‌باشد. با ضرب طرفین معادله در عدد ۸، این معادله به صورت $8x^2 + 6x - 1 = 0$ درمی‌آید و لذا $k = 6$ است.

۵۴ - گزینه ۳ اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}, \quad \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

می‌توانیم معادله داده شده را حل کنیم و ریشه‌های آن را به سادگی به دست آوریم:

$$5x^2 + 3x = 2 \Rightarrow 5x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow a + c = b \begin{cases} x_1 = \alpha = -1 \\ x_2 = \beta = \frac{-c}{a} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\alpha^2} = 1 \\ \frac{1}{\beta^2} = \frac{25}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = 1 + \frac{25}{4} = \frac{29}{4} \\ P = \frac{1}{\alpha^2} \times \frac{1}{\beta^2} = \frac{25}{4} \end{cases} \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - \frac{29}{4}x + \frac{25}{4} = 0 \xrightarrow{\times 4} 4x^2 - 29x + 25 = 0 \Rightarrow k = 29$$

۵۵ - گزینه ۲

$$mx - 3\sqrt{x} + m - 2 = 0 \Rightarrow m(\sqrt{x})^2 - 3\sqrt{x} + m - 2 = 0 \quad (I)$$

$$\xrightarrow{\sqrt{x}=t} mt^2 - 3t + m - 2 = 0$$

اگر این معادله دارای یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی باشد، معادله I فقط یک ریشه دارد (زیرا امکان ندارد \sqrt{x} برابر یک مقدار منفی باشد) و شرط آن که یک معادله درجه دوم دارای دو ریشه متمایز مختلف‌العلامت باشد آن است که $\frac{c}{a} < 0$ باشد.

$$\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{m-2}{m} < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 < m < 2$$

دقت کنید اگر معادله $0 = mt^2 - 3t + m - 2 = 0$ دارای یک ریشه مضاعف مثبت باشد نیز معادله I فقط یک جواب دارد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 9 - 4m(m-2) = 0 \Rightarrow 4m^2 - 8m - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2 + \sqrt{13}}{2} \\ m = \frac{2 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{3}{2m} > 0 \Rightarrow m > 0$$

ریشه مضاعف

پس جواب می‌شود: $0 < m < 2 \cup \left\{ \frac{2 + \sqrt{13}}{2} \right\}$

۵۶ - گزینه ۲

شرط آنکه سهمی همواره پایین محور x ها باشد، آن است که: $a < 0$ و $\Delta < 0$

$$a < 0 \Rightarrow 1 - m < 0 \Rightarrow m > 1 \quad (I)$$

$$\Delta < 0 \xrightarrow{b^2 - 4ac < 0} 4(m-3)^2 - 4(1-m)(-1) < 0 \xrightarrow{\div 4} (m-3)^2 + (1-m) < 0$$

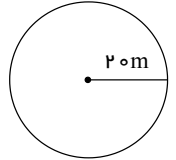
$$\Rightarrow m^2 - 6m + 9 + 1 - m < 0 \Rightarrow m^2 - 7m + 10 < 0 \Rightarrow (m-2)(m-5) < 0 \Rightarrow 2 < m < 5 \quad (II)$$

از اشتراک I و II به جواب $2 < m < 5$ می‌رسیم.

۵۷ - گزینه ۴

$$\text{شعاع دایره: } 2r = 40 \Rightarrow r = 20m$$

$$\text{محیط} = 2\pi r = 2 \times 3 \times 20 = 120m$$



$$\Delta x = \bar{v} \cdot \Delta t$$

$$\text{کل مسافت طی شده } \Delta x = 3 \times 90 = 270m$$

$$\frac{270}{120} = 2 \frac{1}{4} (120 + 120 + 30 = 270)$$

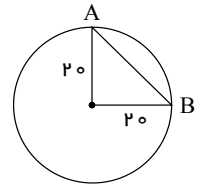
خودرو در مدت 90s دو دور و یک چهارم دور از محیط دایره را پیموده است:

خودرو از A تا B منتقل می‌شود، یعنی یک چهارم دایره را طی کرده و جابه‌جایی از A تا B برابر وتر AB است.

$$\text{جابه‌جایی} = AB$$

$$AB = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800} = \sqrt{400 \times 2} = 20\sqrt{2}m$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20\sqrt{2}}{90} = \frac{2\sqrt{2}}{9} m/s$$

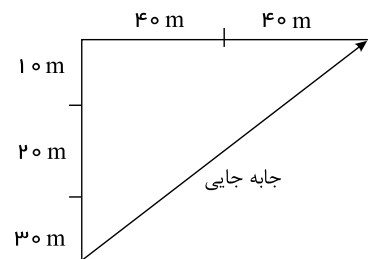


۵۸ - گزینه ۲ طبق رابطه فیثاغورس داریم:

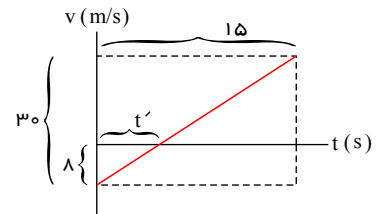
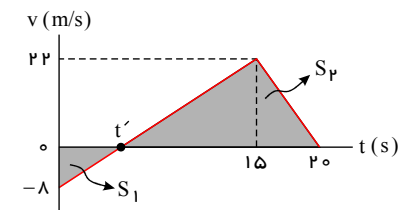
$$\text{اندازه‌ی جابه‌جایی} = \sqrt{(30 + 20 + 10)^2 + (40 + 40)^2} = \sqrt{3600 + 6400} = \sqrt{10000} = 100m$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{اندازه‌ی جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{100}{7 \times 60} = \frac{10}{42} = \frac{5}{21} m/s$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان}} = \frac{30 + 20 + 10 + 40 + 40}{7 \times 60} = \frac{140}{7 \times 60} = \frac{1}{3} m/s$$

۵۹ - گزینه ۴ توجه: برای یافتن t' چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیه تالس هم کمک گرفت.

$$\frac{t'}{15} = \frac{8}{30} \Rightarrow \boxed{t' = 4s}$$

قدرمطلق سطح زیر نمودار $v = t$ ، برابر مسافت پیموده شده است.۶۰ - گزینه ۲ ثانیه دوم: $2s \leq t \leq 4s$

$$v = 2t^2 - 4t - 2 \rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \rightarrow v_1 = 2 \times 2^2 - 4 \times 2 - 2 \\ t_2 = 4s \rightarrow v_2 = 2 \times 4^2 - 4 \times 4 - 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_1 = -2 m/s \\ v_2 = 14 m/s \end{cases}$$

$$\rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{14 - (-2)}{4 - 2} = \frac{16}{2} = 8 m/s^2$$

۶۱ - گزینه ۱ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار سرعت زمان در هر لحظه برابر شتاب حرکت در همان لحظه می‌باشد و هنگامی که شیب خط مماس مثبت است، شتاب نیز مثبت (در جهت مثبت محور) می‌باشد که در بازه‌های (0 تا t_1) و (t_2 تا t_3) این چنین است.

۶۲ - گزینه ۳ در حرکت یکنواخت روی خط راست، سرعت متوسط با سرعت لحظه‌ای برابر است و در این صورت، حرکت را مستقیم‌الخط یکنواخت می‌گویند.

۶۳ - گزینه ۴

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = 100,4cm - 2(50cm) = 0,4cm$$

$$\Rightarrow (\ell_1 \alpha \Delta\theta)_{Cu} + (\ell_1 \alpha \Delta\theta)_{Al} = 0,4cm$$

$$\Rightarrow (50cm \times 1,7 \times 10^{-5} \times \Delta\theta)_{Cu} + (50cm \times 2,3 \times 10^{-5} \times \Delta\theta)_{Al} = 0,4cm$$

$$\Rightarrow (185 + 115)(10^{-5} \times \Delta\theta) = 0,4cm \rightarrow \Delta\theta = \frac{0,4cm}{0,002cm} = 200^\circ C$$

$$\Delta T = \Delta\theta \rightarrow \boxed{\Delta T = 200k}$$

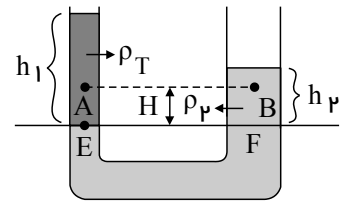
۶۴ - گزینه ۴ مراحل تغییر یخ صفر درجه‌ی سلسیوس به آب ۲۰ درجه‌ی سلسیوس و رابطه مربوط برای هر تغییر به شرح زیر است:

$$20^\circ C \Rightarrow Q_p = mc\Delta\theta$$

$$0^\circ C \Rightarrow Q_1 = mL_F$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = mL_F = 336m \\ Q_p = mc\Delta\theta = m \times 4,2 \times 20 = 84m \end{array} \right. \Rightarrow \frac{336m}{336m + 84m} = \frac{336}{336 + \frac{1}{4}336} = \frac{4}{5} = 80\%$$

۶۵ - گزینه ۴



*نکته: فشار در نقاط هم تراز درون یک مایع ساکن برابر است؛ بنابراین چون دو نقطه C و D هم تراز و در درون یک مایع ساکن اند، پس: $P_C = P_D$

اما دو نقطه A و B هم تراز هستند ولی در داخل دو مایع ساکن قرار دارند. در این حالت فشار دو نقطه در درون مایعها از رابطه $P = \rho gh$ مقایسه می‌شود. باتوجه به هم فشاری دو نقطه E و F داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_E = P_A + \rho_1 gh \\ P_F = P_B + \rho_2 gh \end{array} \right. \xrightarrow{P_E = P_F} P_A + \rho_1 gh = P_B + \rho_2 gh \Rightarrow P_A = P_B + (\rho_2 - \rho_1)gh \xrightarrow{\rho_2 > \rho_1} P_A > P_B$$

* البته باتوجه به گزینه‌ها و بدون حل هم می‌توان فهمید که گزینه ۴ درست است. چون حتماً $P_C = P_D$ ، $P_A \neq P_B$ که این شرط فقط در گزینه ۴ برقرار است.

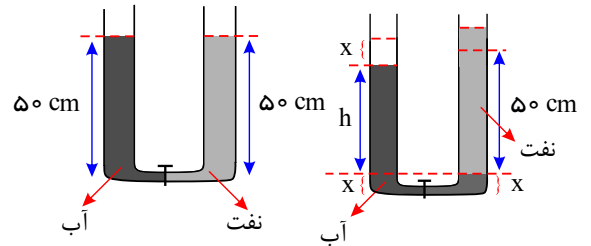
۶۶ - گزینه ۲ با باز شدن شیر ارتباط به دلیل اینکه چگالی آب بیشتر از چگالی نفت است، سطح آب در لوله سمت چپ پایین تر از سطح نفت در لوله سمت راست قرار می‌گیرد. لذا با انتخاب سطح تراز مناسب و با استفاده از اصل هم فشاری نقاط هم تراز، ارتفاع h را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{آب}} = P_{\text{نفت}}$$

$$\rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = \rho_{\text{نفت}} gh_{\text{نفت}} \rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{نفت}} h_{\text{نفت}}$$

$$\rightarrow 1000 \times h_{\text{آب}} = 800 \times 50 \rightarrow h_{\text{آب}} = 40cm$$

$$h_{\text{آب}} + 2x = 50 \rightarrow 40 + 2x = 50 \rightarrow x = 5cm$$

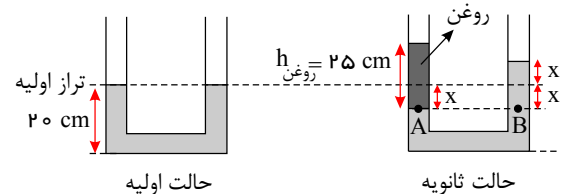


بنابراین سطح آب در لوله سمت چپ ۵cm پایین می‌آید.

۶۷ - گزینه ۲ اگر در ستون سمت چپ به ارتفاع ۲۵cm روغن ریخته شود، آب در شاخه‌ی سمت چپ x سانتی‌متر پایین رفته و در شاخه‌ی سمت راست x سانتی‌متر بالا می‌رود و با توجه به یکسان بودن فشار در نقاط هم تراز درون یک مایع ساکن مانند نقاط A و B می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow (\rho gh)_A + P_0 = (\rho gh)_B + P_0 \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} \times 25 = \rho_{\text{آب}} \times 2x$$

$$\Rightarrow 0,6 \times 25 = 1 \times 2x \Rightarrow x = 7,5cm$$



بنابراین ارتفاع آب در شاخه سمت راست برابر است با:

$$\text{ارتفاع آب در شاخه سمت راست} = 20 + x = 20 + 7,5 = 27,5cm$$

۶۸ - گزینه ۱ حجم الکلی که بیرون می‌ریزد دقیقاً برابر حجم گلوله‌ی آهنی است بنابراین می‌توان نوشت:

دارند.

- مورد چهار درست. حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه برابر $(2\ell + 1)$ است.

$$\ell = 4 \rightarrow 4(4) + 2 = 18$$

و شمار عنصرهای دوره پنجم جدول تناوبی برابر ۱۸ است.

- عبارت پنجم نادرست. عناصر یک گروه از جدول تناوبی شمار الکترونهای ظرفیتی برابری دارند، ولی برعکس این مطلب الزاماً درست نیست به طور مثال فلزهای واسطه ممکن است شمار الکترونهای ظرفیتی برابر با عناصر سایر گروههای اصلی داشته باشند در حالیکه با آنها هم گروه نیستند مانند Al_{13} و Sc_{21} که هر دو ۳ الکترون ظرفیتی دارند اما هم گروه نیستند.

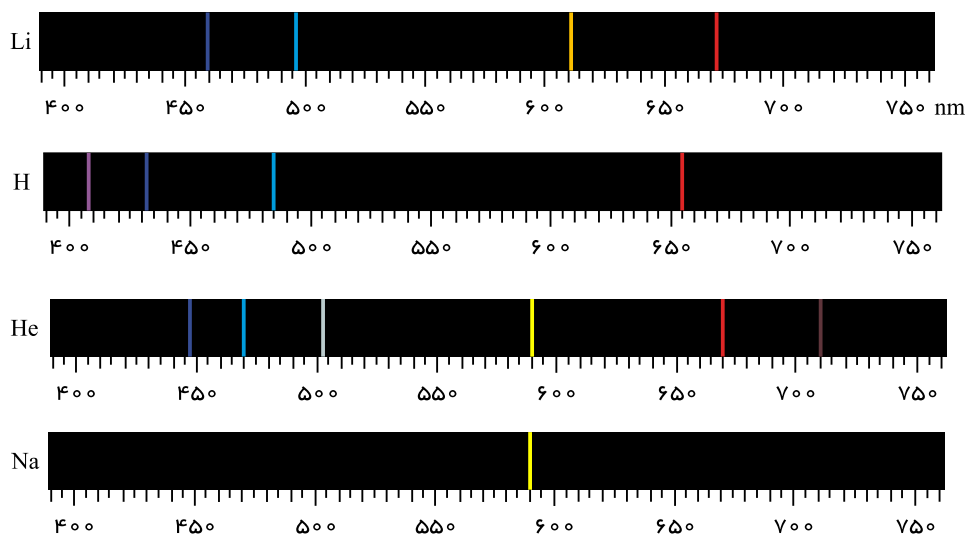
۷۶ - گزینه ۴

$$\text{یون } 3 \text{ mol} = \frac{2 \text{ mol یون}}{1 \text{ mol MgS}} \times \frac{1 \text{ mol MgS}}{56 \text{ g MgS}} \times 84 \text{ g MgS} = 3 \text{ mol یون}$$

$$\text{یون مثبت } 0,6 \text{ mol} = \frac{3 \text{ mol مثبت یون}}{1 \text{ mol Na}_3\text{N}} \times \frac{1 \text{ mol Na}_3\text{N}}{83 \text{ g Na}_3\text{N}} \times 16,6 \text{ g Na}_3\text{N} = 0,6 \text{ mol یون مثبت}$$

$$\frac{3}{0,6} = 5$$

۷۷ - گزینه ۳



۷۸ - گزینه ۳ عبارت‌های (آ) و (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت نادرست:

(پ) اندازه یون حاوی تکنسیم (TcO_4^-) مشابه اندازه یون یدید است نه یون تکنسیم.

۷۹ - گزینه ۲

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2}$$

$$14,2 = \frac{14F_1 + 16F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 14,2F_1 + 14,2F_2 = 14F_1 + 16F_2 \Rightarrow 0,2F_1 = 1,8F_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{9}$$

۸۰ - گزینه ۴ موارد (آ) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

مورد (آ) درست.

مورد (ب) نادرست. انرژی هر رنگ نور مرئی، با طول موج آن نسبت عکس دارد.

مورد (پ) درست. نوارهای رنگی (ناحیه مرئی) در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، ناشی از انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه $n = 2$ است.

مورد (ت) نادرست. هر چه فاصله میان لایه‌های انتقال الکترون در اتم برانگیخته هیدروژن بیشتر باشد، انرژی بیشتر و طول موج نور، کوتاه‌تر است.