

پاسخنامه تشریحی

۴۱ - گزینه ۱

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آن گاه: $b^2 = a \cdot c$ و b واسطه هندسی است.

$$\left(\sqrt[4]{2}\right)^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = 5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 2,5$$

۴۲ - گزینه ۳

روش اول: ریشه‌های معادله‌ی جدید از معکوس ریشه‌های معادله‌ی قبلی یک واحد بیشتر است.

$$2x^2 - 3x - 4 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه ها معکوس شده}} -2x^2 - 3x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{یک واحد به ریشه ها اضافه شده}} -2(x-1)^2 - 3(x-1) + 2 = 0$$

$$-4x^2 + 8x - 4 - 3x + 3 + 2 = 0 \Rightarrow -4x^2 + 5x + 1 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 5x - 1 = 0$$

روش دوم:

$$\alpha + \beta = \frac{3}{2}, \alpha\beta = -2, \alpha' = \frac{1}{\alpha} + 1, \beta' = \frac{1}{\beta} + 1$$

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 2 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 2 = \frac{5}{4}$$

$$P' = \alpha'\beta' = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1 = -\frac{1}{4}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 5x - 1 = 0$$

۴۳ - گزینه ۲

تذکر: در دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدر نسبت q داریم:

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

مجموع n جمله اول

$$x^2 = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{\text{غیر نزولی}} x = -1, q = \frac{-1}{2}$$

$$S_6 = \frac{a_1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{2 \left(1 - \left(\frac{-1}{2}\right)^6\right)}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{4}{3} \left(1 - \frac{1}{64}\right) \Rightarrow S_6 = \frac{4}{3} \times \frac{63}{64} = \frac{21}{16}$$

۴۴ - گزینه ۲ می‌دانیم: اگر n تعداد جملات یک دنباله حسابی با قدرنسبت d و جمله اول a باشد آنگاه مجموع n جمله اول این دنباله برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (2a + (n-1) \cdot d)$$

کوچک‌ترین عدد دورقمی مضرب ۷ عدد ۱۴ است و بزرگترین آن عدد $98 = 14 \times 7$ می‌باشد بنابراین تعداد جملات آن:

$$n = \frac{a_n - a}{d} + 1 = \frac{98 - 14}{7} + 1 = 13$$

$$S_n = \frac{13}{2} \cdot (2(14) + 12 \times 7) = 728$$

۴۵ - گزینه ۴ شرط وجود دو ریشه‌ی مثبت در معادله‌ی درجه دوم این است که:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \rightarrow 4(a-2)^2 - 4(14-a) > 0 \rightarrow a^2 - 3a - 10 > 0 \quad (I) \\ S = -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow S = -\frac{-2(a-2)}{1} > 0 \rightarrow a > 2 \quad (II) \\ P = \frac{c}{a} > 0 \rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{14-a}{1} > 0 \rightarrow a < 14 \quad (III) \end{array} \right.$$

$$I \cap II \cap III \Rightarrow 5 < a < 14$$

توجه: در معادله درجه دوم هرگاه $\frac{c}{a}$ منفی نباشد، باید شرط $\Delta > 0$ بررسی گردد و اگر $\frac{c}{a} < 0$ باشد، آنگاه معادله دو ریشه حقیقی دارد و نیاز به بررسی $\Delta > 0$ نیست.

۴۶ - گزینه ۱

یعنی این معادله‌ی درجه دوم باید دو ریشه‌ی مختلف‌العلامت داشته باشد.

$$x_1 x_2 < 0 \rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{1-m}{m+2} < 0 \Rightarrow m < -2 \text{ یا } m > 1$$

توجه کنید که چون $\frac{c}{a} < 0$ است، معادله قطعاً دو ریشه حقیقی دارد. پس $\Delta > 0$ بررسی نمی‌گردد.

۴۷ - گزینه ۳

می‌دانیم: اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم باشد آنگاه:

$$\alpha^r + \beta^r = S^r - rP \cdot S$$

فرض کنیم x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $\lambda x^2 - mx - 8 = 0$ و α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - x - 2 = 0$ باشند.

$$x_1 = \alpha^r, \quad x_2 = \beta^r \quad S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{1}{2}, \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$$

$$x_1 + x_2 = \alpha^r + \beta^r = S^r - rPS = \frac{1}{8} + \frac{r}{2} = \frac{1+r}{8}$$

$$x_1 x_2 = \alpha^r \beta^r = (\alpha\beta)^r = -1$$

$$x^r - \frac{1+r}{8}x - 1 = 0 \rightarrow \lambda x^r - 13x - 8 = 0 \rightarrow m = 13$$

توجه: معادله درجه دومی که جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد بصورت $x^2 - Sx + P = 0$ است.

۴۸ - گزینه ۴ می‌دانیم که در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع جذر هر دو ریشه برابر است با:

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}, \quad S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

پس:

$$2x^2 - (m+1)x + \frac{1}{8} = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = \frac{m+1}{2}, \quad P = \frac{c}{a} = \frac{1}{16}$$

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{\frac{m+1}{2} + 2\sqrt{\frac{1}{16}}} = 2 \xrightarrow{\text{به توان دو می‌رسانیم}} \frac{m+1}{2} + \frac{1}{2} = 4 \rightarrow m = 6$$

۴۹ - گزینه ۳

عبارت درجه‌ی دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ همواره منفی است هرگاه $a < 0$ و $\Delta < 0$ باشد.

باید $\Delta < 0$ و ضرب x^2 منفی باشد.

$$a - 1 < 0 \rightarrow a < 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) < 0 \xrightarrow{a-1 < 0} a-5 > 0$$

$$a > 5, a < 1 \Rightarrow a \in \emptyset$$

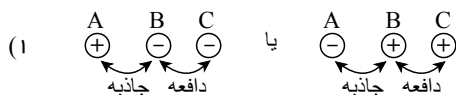
۵۰ - گزینه ۱

$$|2x - 3| < x \Rightarrow -x < 2x - 3 < x$$

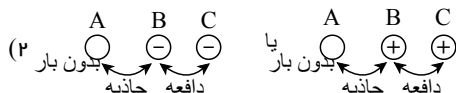
$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 < x \Rightarrow x < 3 \\ -x < 2x - 3 \Rightarrow 3 < 3x \Rightarrow 1 < x \end{cases} \Rightarrow 1 < x < 3 \Rightarrow -1 < x - 2 < 1 \Rightarrow |x - 2| < 1$$

پاسخنامه تشریحی

۵۱ - گزینه ۴ اگر B و C یکدیگر را دفع می‌کنند، قطعاً این دو گلوله باردار بوده و بار آن‌ها با یکدیگر همانام است (رد گزینه ۲ و ۳). از طرفی گلوله B جذب گلوله A شده است. بنابراین گلوله A باردار و بار آن با B ناهمنام است و یا بدون بار می‌باشد (توجه شود که یک گلوله فلزی بدون بار را جذب می‌کند) و گزینه ۴ می‌تواند صحیح باشد. دقت شود که در مورد مقدار بار گلوله‌ها نمی‌توان اظهار نظر کرد.



⇒ حالت های ممکن



۵۲ - گزینه ۲ می‌دانیم این جدول، موسوم به سری الکتریسیته مالشی (تریبو الکتریک؛ *tribo* در زبان یونانی به معنای مالش است) می‌باشد. در این جدول مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یکدیگر قرار گیرند، الکترون‌ها از ماده بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارند منتقل می‌شود.

نکته دوم: بار الکتریکی یک کمیت کوانتومی است. یعنی مضرب درستی از بار الکتریکی e است: $(n \in \mathbb{N} \text{ و } q = \pm ne)$. از طرف دیگر بار ماده B باید منفی باشد: $q = -ne$ ؛ یعنی:

$$\frac{q}{e} = -n \Rightarrow \begin{cases} \frac{3,6 \times 10^{-13}}{1,6 \times 10^{-19}} = 2,25 \notin \mathbb{N} \\ \frac{4,8 \times 10^{-13}}{1,6 \times 10^{-19}} = 3 \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow q_B = -4,8 \times 10^{-13} \mu C$$

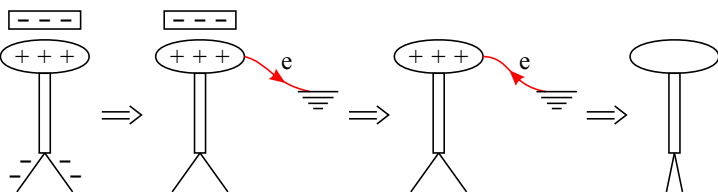
۵۳ - گزینه ۱ درون شعله شمع یون‌های مثبت قرار دارد. بنابراین شعله شمعی که در نزدیکی کلاهک قرار دارد تحت تأثیر میدان الکتریکی ناشی از کلاهک باردار دفع شده و به سمت راست متمایل می‌شود. اما شمع سمت راست در فاصله دورتری از کلاهک قرار دارد و نیروی کم‌تری به یون‌های موجود در شعله آن وارد می‌شود، بنابراین تغییر محسوسی در وضعیت شعله ایجاد نمی‌شود.

۵۴ - گزینه ۴ بار الکتریکی بر روی سطح کره فلزی به‌طور یکنواخت توزیع می‌شود، با توجه به چگالی سطحی بار الکتریکی داریم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow \frac{q_{\text{کل}}}{A_{\text{کل}}} = \frac{q}{4\pi r^2} \rightarrow \frac{157}{4\pi r^2} = \frac{q}{4\pi r^2} \xrightarrow{r=5\text{cm}} \rightarrow q = \frac{157000 pC \times cm^2}{4 \times 3,14 (5\text{cm})^2}$$

$$q = \frac{157000 pC}{3,14} = 50000 pC$$

۵۵ - گزینه ۱ میله ابونیتی پس از مالش با پارچه پشمی بار منفی پیدا می‌کند و هنگامی که نزدیک برق‌نما می‌شود بار کلاهک را + و بار صفحات را - می‌کند، حال اگر دست خود را به کلاهک تماس دهیم، الکترون‌های برق‌نما از آن رانده شده و وارد انگشت ما می‌شود و اگر میله را دور کنیم مجدد الکترون‌ها به الکتروسکوپ برمی‌گردند و الکتروسکوپ (برق‌نما) خنثی می‌شود. شکل زیر می‌تواند گویای همه چیز باشد:



۵۶ - گزینه ۴ با بستن کلید K_1 بار کره‌های A و B میانگین بارهای اولیه آن‌ها خواهد شد یعنی $9 \mu C = \frac{10 + 8}{2}$ که با بستن کلید K_3 کل بار کره B به سطح خارجی کره C منتقل شده و داریم:

$$q'_C = -4 + 9 = 5 \mu C$$

نکته: اگر شعاع کره‌های رسانای باردار که در خارج از هم قرار گرفته‌اند یکسان نباشد بار به نسبت شعاع کره‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود که بدین ترتیب در پایان هم‌پتانسیل خواهند شد.

$$\frac{q'_1}{r_1} = \frac{q'_2}{r_2} \Rightarrow \begin{cases} q'_1 = \frac{q_1 + q_2}{r_1 + r_2} r_1 \\ q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{r_1 + r_2} r_2 \end{cases}$$

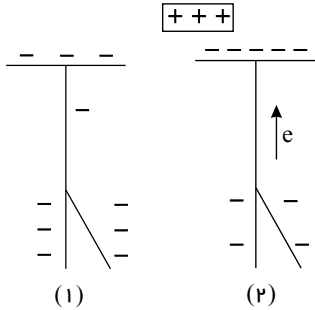
نکته: اگر کره‌های رسانا در داخل هم باشند با اتصال آن‌ها کل بار روی سطح خارجی یعنی کره بزرگ‌تر قرار خواهد گرفت و کره کوچک‌تر بدون بار می‌ماند.

۵۷ - گزینه ۳ با بستن کلید کل بار کره رسانای داخلی به سطح خارجی کره بزرگ‌تر منتقل می‌شود بنابراین بارهای پایه حاصل از بار q_2 از آمپرسنج می‌گذرند و بار q_1 تأثیری در حل مسئله ندارد.

$$q = ne \Rightarrow 5 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$n = \frac{5 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3.125 \times 10^{13}$$

۵۸ - گزینه ۲ بار الکتروسکوپ منفی است که با نزدیک شدن میله، باعث جذب و کشیدن الکترون به سمت خودش خواهد شد در نتیجه نیروی دافعه بین ورقه‌ها کم و به هم نزدیک می‌شوند شکل (۱) و (۲) در جدول سری مالشی، در اثر مالش دو جسم، جسمی که در جدول بالاتر است بار مثبت و جسمی که در جدول پایین‌تر است به خود بار منفی می‌گیرد. با مالش شیشه با پارچه پشمی، شیشه دارای بار مثبت خواهد شد.



۵۹ - گزینه ۱ اگر درب ظرف را با ماده رسانایی ببندیم، گلوله جزئی از ظرف محسوب شده و تمام بار گلوله و سطح به سطح خارجی ظرف منتقل می‌شود. بنابراین بار گلوله صفر خواهد شد.

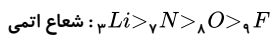
۶۰ - گزینه ۳ در کره بارهای + و - القا می‌شود، نیروی جاذبه بین بارهای مثبت و بار منفی آونگ به علت نزدیکی قوی‌تر از نیروی دافعه بین بارهای منفی کره و آونگ است. بنابراین، آونگ به سمت کره رسانا جذب می‌شود. در صورت تماس بار آونگ و کره منفی می‌شود، آونگ نسبت به کره دفع خواهد شد.

پاسخنامه تشریحی

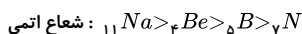
۶۱ - گزینه ۳ موارد «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

مورد ب) در یک دوره از چپ به راست، با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی کاهش می‌یابد:



مورد پ) سدیم دارای سه لایه الکترونی و هر کدام از سه عنصر دیگر دو لایه الکترونی دارند. بنابراین شعاع اتمی Na از سه عنصر دیگر بزرگ‌تر است.



۶۲ - گزینه ۳

روش استوکیومتری:

$$gKNO_3 = 1,568L \text{ گاز} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{22,4L} \times \frac{4 \text{ mol } KNO_3}{7 \text{ mol گاز}} \times \frac{101 gKNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3} = 4,04 gKNO_3 \text{ خالص}$$

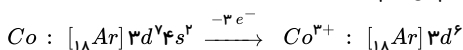
$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{مقدار خالص}}{\text{مقدار ناخالص}} \times 100 \rightarrow \frac{4,04}{5,05} \times 100 = 80\%$$

روش دوم:

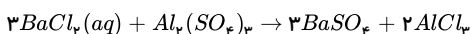
$$\frac{5,05 gKNO_3 (\text{ناخالص}) \times \frac{P}{100}}{4 \times 101g} = \frac{1,568L \text{ گاز}}{(2+5) \times 22,4} \Rightarrow P = 80\%$$

۶۳ - گزینه ۲ در عناصر واسطه الکترونی‌های ظرفیت، شماره‌ی گروه (شماره ستون) آن عنصر در جدول تناوبی را نشان می‌دهد. آرایش الکترونی عناصر واسطه به $(n-1)d^x ns^2$ ختم می‌شود و ضریب لایه‌ی آخر (n) شماره تناوب عنصر واسطه است.

کبالت (Co) جزو عناصر واسطه می‌باشد و در تناوب چهارم و گروه ۹ جدول تناوبی قرار دارد و آرایش الکترونی آن به صورت زیر است: $Co : [18Ar] 3d^7 4s^2$
در ترکیب یونی $CoCl_3$ کبالت ۳ الکترون از دست داده است. آرایش کاتیون Co^{3+} را با کم کردن ۳ الکترون از آرایش خنثی آن رسم می‌کنیم.



۶۴ - گزینه ۴



$$\frac{n_2}{3} \times \frac{97}{100} = \frac{n_1}{1} \times \frac{97}{100} = \frac{79,06}{3 \times 233} \rightarrow n_1 = 0,11 \text{ mol} \quad n_2 = 0,33 \text{ mol}$$

۶۵ - گزینه ۱ As (آرسنیک) متعلق به گروه ۱۵ است.

عناصر متعلق به گروه ۱۵ یا VA در لایه‌ی ظرفیت (لایه آخر) خود دارای ۵ الکترون می‌باشند که در زیرلایه آخر خود (p) سه الکترون جفت نشده دارند.

۶۶ - گزینه ۳

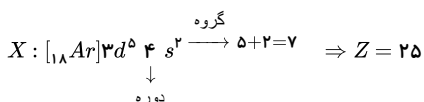
$gKNO_3$ ناخالص $\rightarrow gKNO_3 \rightarrow molKNO_3 \rightarrow$ گاز lit مجموع

$$KNO_3 = 39 + 14 + (16 \times 3) = 101g \cdot mol^{-1}$$

$$gKNO_3 \text{ خالص} = 17,5lit \text{ گاز} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{22,4lit \text{ گاز}} \times \frac{4 \text{ mol } KNO_3}{7 \text{ mol گاز}} \times \frac{101g KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3}$$

$$\times \frac{100g KNO_3 \text{ ناخالص}}{95g KNO_3 \text{ خالص}} = 47,46g KNO_3 \text{ ناخالص}$$

۶۷ - گزینه ۲ هیچ اتمی کاتیون ۷ بار مثبت (X^{+7}) ندارد.



۶۸ - گزینه ۲ از دسته‌های سه‌تایی پیشنهاد شده، تنها سه عنصر Ag ، Cu و Au ، جزو فلزهای واسطه بوده و در یک گروه (IB یا ۱۱) جای دارند.

۶۹ - گزینه ۲ در دوره سوم ۸ عنصر است که در میان آن‌ها Si شبه‌فلز است. سدیم، منیزیم و آلومینیوم فلز بوده و فسفر، گوگرد، کلر و آرگون نافلز است؛ ولی با توجه به توضیح تست که از گازهای نجیب صرف‌نظر کرده است؛ پس گزینه ۲ صحیح است.

۷۰ - گزینه ۱ واکنش‌پذیری فلز واسطه مس از فلزهای اصلی کمتر است؛ بنابراین نمی‌تواند جای آن‌ها را در ترکیباتشان بگیرد.