

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ پیشگاه به معنی آستان و جداره به معنی دیواره و بدرقه به معنی راهبر و راهنما است.

۲ - گزینه ۳ موسم: فصل، هنگام، زمان / سقله: فرومایه، بدسرشت / غرامت: تاوان، جبران خسارت مالی و غیر آن

۳ - گزینه ۳ املای درست واژه‌های غلط: ارغند، سریر، هتاک

۴ - گزینه ۴ روشن است که بیت چهارم حسن تعلیل ندارد.

بیت نخست: به داستان رستم و سهراب تلمیح دارد.

بیت دوم: موجز و اطناب (به درازا کشاندن سخن) ← تضاد

بیت سوم: دست (در مصراع دوم) ← مجاز از قدرت

۵ - گزینه ۴ در بیت گزینه (۴) تشبیه وجود ندارد.

ورم: استعاره از برآمدگی دماوند کافور: استعاره از برف سر کوه دماوند

در گزینه (۱)، تو: مشبه، قلب فسرده زمین: مشبه‌به، ورم: استعاره از برآمدگی دماوند

در گزینه (۲)، بنا: استعاره از ظلم، بنای ظلم: تشبیه (ظلم: مشبه، بنا: مشبه‌به)

در گزینه (۳)، تو (مشبه)، مشت روزگار (مشبه‌به). مشت روزگار: تشخیص و استعاره. (روزگار به انسانی مانند شده که مشت دارد)

۶ - گزینه ۲ با توجه به این که در همه ابیات فعل «نیست» است، باید توجه کرد که این فعل در کدام بیت اسنادی است و نیاز به مسند دارد. در بیت گزینه (۲)، فعل اسنادی وجود ندارد، پس واژه «بار» نمی‌تواند نقش مسند بگیرد.

۷ - گزینه ۴ نقش واژه‌های مشخص شده به همراه دیگر واژه‌های بیت عبارت است از: خامش (قید) منشین (فعل نهی)، سخن (مفعول)، همی گوی = بگو (فعل امر) افسرده (مسند)، مباحث (فعل نهی)، خوش (قیدی)، همی خند = بخند (فعل امر)

کل بیت، چهار جمله دارد و در هر چهار جمله، نهاد جدا به قرینه لفظی شناسه (Ø)، محذوف است.

۸ - گزینه ۱ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۱)، «دعوت به سخن و پرهیز از خاموشی» است.

۹ - گزینه ۲ در صورت سؤال ناله مرغ اسیر، همچو شاعر به دلیل دوری از وطن است؛ در حالی که در گزینه (۲)، شاعر معتقد است، مرغ مانده در قفس هرگز به فکر وطن نیست.

۱۰ - گزینه ۳ پیام مشترک بیت صورت سؤال و گزینه (۳)، دل از دست دادن و بی‌خبر بودن از سرنوشت اوست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): به لذت‌های آنی و زودگذر نباید دلشاد بود.

گزینه (۲): ناز و عشوه‌گری‌های معشوق را پایانی نیست.

گزینه (۴): عشق او در دل جای گرفت.

پاسخنامه تشریحی

- ۱۱ - گزینه ۳ تنها در این گزینه معنای همه واژه‌ها درست آمده است.
- ۱۲ - گزینه ۱ اطاق ← اتاق
- ۱۳ - گزینه ۲ غلط‌های املائی: قرض ← غرض / گزاردن ← گذاردن / خواستن ← خاستن
- ۱۴ - گزینه ۳ داستان «پیرمرد چشم ما بود، بیان حس و حال عاطفی جلال آل احمد است که با زبان صمیمی در مورد نیمایوشیج نگاشته شده است.
- ۱۵ - گزینه ۱ شیوه بلاغی یعنی جابه‌جا شدن اجزای اصلی است، لذا در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ این جابه‌جایی وجود دارد و در گزینه ۱ اجزای اصلی در جایگاه خود هستند: گل (نهاد) + خندان (مسند) + است (فعل اسنادی)
- ۱۶ - گزینه ۳ دهد، باد و بادا هر سه فعل دعایی هستند.
- ۱۷ - گزینه ۲ صفت مفعولی + بودم، بودی، بود = ماضی بعید
ب. + بن مضارع + شناسه‌ها : مضارع التزامی
- ۱۸ - گزینه ۳ عبارت «وسعتی نداشت» در روان‌خوانی «پیرمرد چشم ما بود» در مورد وضعیت مالی نیما یوشیج آمده است نه درباره بزرگی و کوچکی اش.
- ۱۹ - گزینه ۳ به مفهوم ریاکار بودن اشاره نشده است. صورتک به رو نداشت یعنی ریاکار و دورو نبود.
- ۲۰ - گزینه ۱ در گزینه (۱) فعل اسنادی است و در سایر گزینه‌ها فعل غیراسنادی است.

پاسخنامه تشریحی

- ۲۱ - گزینه ۴ سوال گزینه‌ای را می‌خواهد که در آن اسم اشاره به غلط استفاده شده باشد که در گزینه «۴»، «تلك الصّوت» نادرست و درست آن «ذلک الصّوت» می‌باشد، چرا که «الصّوت» مفرد مذکر است و باید از اسم اشاره مفرد مذکر استفاده کرد.
تشریح سایر گزینه‌ها:
- گزینه «۱»: در این گزینه «الحقائب» جمع غیرانسان است و همان‌طور که می‌دانیم جمع‌های غیرانسان در حکم «مفرد مؤنث» هستند، لذا آمدن اسم‌های اشاره «هذه و تلك» برای جمع‌های غیرانسان درست است.
- گزینه «۲»: در این گزینه «المعلّمان» مثنی مذکر است و آمدن «هذان» درست است.
- گزینه «۳»: در این گزینه «الشّاعران» مثنی مؤنث است و آمدن اسم اشاره «هاتان» برای آن درست است.
- ۲۲ - گزینه ۴ سؤال گزینه‌ای را می‌خواهد که جمع مؤنث سالم در آن به‌کار نرفته است.
الأصوات جمع مکسر الصّوت است.
بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه «۱»: اللّطمات جمع مؤنث سالم است.
گزینه «۲»: الجوّالات جمع مؤنث سالم است.
گزینه «۳»: کرامات جمع مؤنث سالم است.
- ۲۳ - گزینه ۱ زیرا «التمارين» جمع مکسر غیرعافل است که از نظر قواعد، مفرد مؤنث به حساب می‌آید؛ پس اسم اشاره آن باید به صورت مفرد مؤنث باشد و «هذه» درست است.
- ۲۴ - گزینه ۲ در گزینه‌های دیگر «ن» حذف شده است؛ پس «نهی» است نه نفی. اما در گزینه «۲» چون جمع مؤنث است، در نهی نونش حذف نمی‌شود؛ پس نهی و نفی آن یکسان است.
نکته: سوال گزینه ای را می‌خواهد که حالت نفی و نهی آن یکسان باشد.
- ۲۵ - گزینه ۴ زیرا گزینه‌های «۱ و ۲» «نون» آن‌ها حذف شده است و گزینه «۳» چون جمع مؤنث است نون آن حذف نمی‌شود؛ ولی گزینه «۴» باید آخر فعل ساکن شود.
- ۲۶ - گزینه ۳ زیرا شصت ماه در پنج سال داریم.
- ۲۷ - گزینه ۴ گزینه «۴» ساعت یک ربع مانده به دوازده را نشان می‌دهد.
گزینه «۱» یک ربع مانده به یازده، گزینه «۲» یازده و ربع و گزینه «۳» ربع را نشان می‌دهند.
- ۲۸ - گزینه ۱ گزینه «۱» فعل پس از اسم از نظر تعداد باید مناسب آن باشد. گزینه «۲» مضارع و گزینه «۴» مستقبل بوده و با قید زمان جمله (یومٌ أمس) مطابقت ندارد، گزینه «۳» از نظر تعداد با «الأولاد» مطابقت ندارد، «حفظاً» بر دو نفر دلالت می‌کند.
یادمون باشه: برای نوشتن فعل هر جمله به اسم قبل از آن و قید زمان آخر جمله (أسی) دقت کنیم، فعل‌ها نقش مهمی در جمله دارند.
- ۲۹ - گزینه ۱ در صورت سوال آمده است: شصت و چهار تقسیم بر هشت می‌شود.... که پاسخ صحیح «هشت» است.
- ۳۰ - گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:
- گزینه «۱»: (۱۰۰) منهای (۷۵) مساوی (۲۵) است.
گزینه «۲»: (۸۰) تقسیم بر (۸) مساوی (۱۰) است که به غلط (عشرین: ۲۰) ذکر شده است.
گزینه «۳»: (۸۸) تقسیم بر (۲) مساوی (۴۴) است.
گزینه «۴»: (۱۱) ضربدر (۶) مساوی (۸۱) منهای (۱۵) است، که هر دو (۶۶) می‌شود و صحیح است.
- ۳۱ - گزینه ۳ در گزینه «۱» ابتدای فعل آمده که غلط است، در گزینه «۲» حرف نون حذف نشده است و در گزینه «۴» پس از حذف نون، الف زینت نیامده است.
- ۳۲ - گزینه ۲ گزینه «۱»: چهارده + سی و هشت (علامت نامساوی \neq) سه \times چهارده (۵۲ مساوی نیست با ۴۲)
گزینه «۲»: بیست و سه \times دو = هفتاد و یک - بیست و پنج (پاسخ هر دو ۴۶ می‌شود)
گزینه «۳»: هشتاد و یک (علامت تقسیم \div) سه (علامت نامساوی \neq) نود و هشت - شصت و نه (۲۷ مساوی نیست با ۲۹)
گزینه «۴»: شصت و چهار - شانزده (علامت نامساوی \neq) سی و دو + بیست و شش (۴۸ مساوی نیست با ۵۸)
ترجیحاً پاسخ به عدد هم نوشته شود.
- ۳۳ - گزینه ۴ در این گزینه: $۹۰ = ۳۸ + ۵۲$ را داریم که صحیح است.
بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه «۱»: $۴۹ = ۲۹ - ۷۴$ که غلط است و صحیح آن $۴۹ = ۲۹ + ۲۰$ است.
گزینه «۲»: $۶ = ۴ \div ۳۶$ که غلط است و صحیح آن $۳۶ = ۴ \times ۹$ است.
گزینه «۳»: $۸۰ = ۱۵ \times ۶$ که غلط است و صحیح آن $۹۰ = ۱۵ \times ۶$ است.
- ۳۴ - گزینه ۳ شصت و پنج به اضافه هفت می‌شود هفتاد و دو.
پاسخ گزینه «۱»، بیست و هفت، گزینه «۲» شصت و دو و گزینه «۴» هجده است.
- ۳۵ - گزینه ۲ زیرا در اعداد دو رقمی، ابتدا یکان و سپس دهگان می‌آید، پاسخ برای اعداد ترتیبی می‌باشد، نه اعداد اصلی.

۳۶ - گزینه ۱ زیرا در اعداد دورقمی ابتدا یکان و سپس دهگان می‌آید.

۳۷ - گزینه ۱ در این گزینه آمده است: $۴۷ + ۲۸ = ۷۵$ عدد هفتاد و پنج به شکل $۴۷ + ۲۸$ و ۷۵ به شکل $۴۷ + ۲۸$ صحیح است، یعنی ابتدا یکان می‌آید و سپس دهگان.

۳۸ - گزینه ۴ ترجمه گزینه ۴: پنجاه و شش تقسیم بر دو مساوی است با: بیست و هشت ترجمه و تصحیح سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: ۱: چهل و سه به اضافه شش مساوی است با: چهل و هشت، جواب درست: چهل و نه

گزینه ۲: ۲: صد منهای دوازده مساوی است با: هشتاد و دو، جواب درست: هشتاد و هشت

گزینه ۳: ۳: هشت ضربدر چهار مساوی است با: بیست و سه، جواب درست: سی و دو

۳۹ - گزینه ۳ در این گزینه آمده است: $۳۷ \times ۲ = ۶۴$ که غلط است و باید $۷۴ = ۳۷ \times ۲$ و ۷۴ اربعه و سبعین شود. سایر گزینه‌ها: به شکل صحیح محاسبه شده‌اند.

۴۰ - گزینه ۲

$$۵۷ \div ۳ = ۱۹$$

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: ۱: $۹۷ = ۸۴ + ۱۵$ غلط است، پاسخ صحیح ۹۹ است.

گزینه ۳: ۳: $۵۵ = ۱۰۰ - ۷۵$ غلط است، پاسخ صحیح ۲۵ است.

گزینه ۴: ۴: $۷۵ + ۲۵ = ۱۰۰$ غلط است، پاسخ صحیح ۱۰۰ است.

پاسخنامه تشریحی

۴۱ - گزینه ۲ اگر قرار باشد همه فقط خواسته‌ها و تمایلات دنیوی خود را دنبال کنند و تنها منافع خود را محور فعالیت اجتماعی قرار دهند (دور شدن مردم یک جامعه از توحید)، موجب می‌شود تا سخنی از حاکمیت خداوند و فرمان‌های او نباشد؛ بلکه سخن از حاکمیت طاغوت و دستوره‌های اوست. اینکه افراد جامعه خود تأثیر گذارند و جامعه نیز بر افراد تأثیر متقابل دارد، به رابطه دو سویه میان توحید فردی و اجتماعی اشاره می‌کند.

۴۲ - گزینه ۴ آیه «اللَّهُ الصَّمَدُ، بِيانِغَر بِي نِيَاذِي خِدَاوَنَد اَسْت كِه بَا عَرَض نِيَاذ دَاثِمِي وَ پِيوَسْتَهٗ مَوْجُوذَات بَه پِيَشْكَاه خِدَا دَر آيَهٗ «سُئِلُوهُ مَنْ فِي السَّمَاوَاتِ وَ الْأَرْضِ كُلِّ يَوْمٍ هُوَ فِي شَأْنٍ : هَر آنچه دَر آسْمَان‌ها وَ زَمِين اَسْت، پِيوَسْتَهٗ اَز او دَر خِوَاَسْت مِي‌كَنَد، او هَمِوَاَرَه دَسْت‌اَنَد ر كَار اَمْرِي اَسْت.» مَرَبْط اَسْت.

۴۳ - گزینه ۳ دقت كنيد كه مورد ۱ و ۲ و ۴ تنها با گفتن این جمله حاصل می‌شود اما مورد سوم بنا به بیان کتاب به التزام عملی فرد بستگی دارد و تنها با گفتن این جمله محقق نمی‌شود. با بیان عبارت تمام احکام و حقوق اسلامی فرد به رسمیت شناخته می‌شد و دفاع از او در برابر دیگر مسلمانان واجب می‌گردد و در زمرهٔ برادران و خواهران دینی قرار می‌گیرد و التزام به آن سبب می‌شود که همهٔ زندگی فرد تازه مسلمان را در رابطه با خدا، خویشتن، خانواده، اجتماع و دیگر مخلوقات تغییر می‌داد.

۴۴ - گزینه ۲ اگر خوب سؤال را بخوانید درمی‌یابید که ما قرار است والدین غیر خدا را رد کنیم، پس در واقع باید مالکیت غیر خدا را مردود بشماریم چرا که اگر معبودی مالک نباشد، ولی هم نخواهد بود و برای رد مالکیت غیر خدا باید از عبارت «لَا يَمْلِكُونَ لِكُفْيِهِمْ نَفْعًا وَلَا ضَرًّا» بهره‌مند شویم.

۴۵ - گزینه ۳ اگر به محتوای آیه توجه کنید خدا در مقام توییخ مشرکان است و آن‌ها را به خاطر شرکشان توییخ می‌کند پس مثل آن‌ها مثل انسان‌های کور و یا تاریکی در برابر نور (توحید و یکتاپرستی) است. (یادتان باشد که در مقابل توحید، شرک و در مقابل موحّد، مشرک است.)

۴۶ - گزینه ۱ عبادت مقطعی ← در خیر ← «اطمان به ...»

عبادت مقطعی ← در بلا ← «انقلب علی وجهه»

۴۷ - گزینه ۲ با توجه به آیات ۱۶ سورهٔ رعد پرسش و پاسخ هر دو از خداست. خداوند از مشرکان که خالقیت خدا را قبول ندارند می‌پرسد که بگو رب و پروردگار آسمان‌ها و زمین کیست (قُلْ مَنْ رَبُّ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ) ولی مشرکان پرستش خدا و کمک خواستن از او و نفی شرک را نمی‌پذیرند و سرپرستانی غیر از خدا را برای خود انتخاب کرده‌اند.

۴۸ - گزینه ۲ بی‌تی که در این سوال به آن اشاره شده به توحید عملی اشاره دارد و آیهٔ «قُلْ إِنَّ صَلَاتِي وَنُسُكِي وَمَحْيَايَ وَمَمَاتِي لِلَّهِ هَمِينَ جَنِبَهٗ اَز تَوْحِيد رَا نِشَان مِي‌دَهَد.

۴۹ - گزینه ۴ دقت کنید که اولاً ولایت به معنای سرپرستی و حق تغییر و تصرف در عالم است، پس دو گزینهٔ ۲ و ۳ که به هدایت و تدبیر اشاره دارند عملاً به ربوبیت اشاره کرده‌اند نه ولایت. نکتهٔ دیگر اینکه اگر بگوییم خدا کسی را در مجرای تصرف و تغییر در عالم قرار داده است، حرف غلطی ندهایم اما اگر بگوییم سرپرستی را به کسی واگذار کرده است، حرفمان غلط است چرا که واگذاری از سوی خدا اتفاق نمی‌افتد و بنابراین غیرممکن است.

۵۰ - گزینه ۳ بی‌تی که در سوال به آن اشاره شده است به توحید عملی پرداخته و توحید عملی ثمرهٔ توحید ربوبی به‌شمار می‌رود. (ما کسی را که به‌عنوان ربّ بپذیریم خواهیم پرستید).

پاسخنامه تشریحی

- ۵۱ - گزینه ۱ آیه شریفه «حَتَّىٰ إِذَا جَاءَ أَحَدَهُمُ الْمَوْتُ قَالَ رَبِّ ارْجِعُونِ لَعَلِّي أَعْمَلُ صَالِحًا فِيمَا تَرَكْتُ...» مربوط به زمانی است که گناهکاران و بدکاران از دنیا می‌روند و واقعیت مرگ را جلوی چشم خویش می‌بینند، از خداوند درخواست می‌کنند که او را به زندگی دنیا بازگردانند تا درباره آن چه انجام نداده عمل صالحی انجام دهند (سوره مؤمنون آیه ۹۹) جواب قطعی خداوند این است که هرگز این تنها سخنی است که او می‌گوید در صورتی که بین الان تا وقتی که در روز قیامت برانگیخته شود، برزخ و فاصله‌ای است (سوره مؤمنون آیه ۱۰۰) و عبارت بساط تکلیف باز است، غلط است.
- ۵۲ - گزینه ۱ این سؤال در مورد ویژگی‌های عالم برزخ است. یکی از ویژگی‌های این عالم این است که پس از مرگ، گرچه فعالیت‌های حیاتی بدن متوقف می‌شود، اما فرشتگان، حقیقت وجود انسان را که همان روح است (نه جسم)، «توقی» می‌کنند. یعنی آن را به طور تمام و کمال دریافت می‌نمایند.
- ۵۳ - گزینه ۴ پاداش و کیفر طبیعی ← عدم قابلیت تغییر توسط انسان‌ها
دقت کنید که رابطه قراردادی لزوماً دارای عدالت نیست و فقط در صورتی که میان جرم و کیفر تناسب وجود داشته باشد، عدالت برقرار می‌گردد.
- ۵۴ - گزینه ۲ با توجه به آیه شریفه «حَتَّىٰ إِذَا جَاءَ أَحَدَهُمُ الْمَوْتُ قَالَ رَبِّ ارْجِعُونِ لَعَلِّي أَعْمَلُ صَالِحًا فِيمَا تَرَكْتُ» گناهکاران پس از مرگ، درخواست بازگشت به دنیا برای جبران اعمال صالحی که ترک کرده‌اند را می‌کنند، می‌فهمیم که پس از مرگ، آگاهی انسان بیشتر می‌شود و موانع آگاهی که در دنیا بود، برداشته می‌شود و انسان‌ها به حقیقت اعمال خود آگاه می‌شوند.
- ۵۵ - گزینه ۲ در روز قیامت ابتدا ساختار آسمان‌ها و زمین به هم می‌ریزد. سپس همگان در دادگاه عدل الهی حاضر می‌شوند. در این مرحله پیامبران و امامان به‌عنوان شاهد و گواه حضور می‌یابند. سپس ملائکه‌ای که اعمال انسان را ثبت کرده‌اند، به‌عنوان شاهد حضور می‌یابند. در برخی آیات نیز بدین اشاره شده که در قیامت خداوند بر دهان انسان مهر خاموشی می‌زند و آن‌گاه اعضای بدن انسان به سخن درمی‌آیند و درباره او شهادت می‌دهند.
- ۵۶ - گزینه ۳ پس از این که دوزخیان دچار عذاب شدند، ناله حسرتشان بلند می‌شود و می‌گویند: «ای کاش ما خدا را فرمان می‌بردیم و پیامبر او را اطاعت می‌کردیم.»
- ۵۷ - گزینه ۱ ■ کیفیت گواهی دادن گواهان روز رستاخیز که پیامبران و امامان و فرشتگان الهی و اعضاء و جوارح می‌باشد، بر باطن و حقیقت اعمال است.
■ پیامبر اسلام (ص) نیز شاهد و ناظر بر همه پیامبران و امت‌هاست.
- ۵۸ - گزینه ۳ با توجه به آیه شریفه «يَتَّبِعُوا النَّاسَ يَوْمئذٍ بِمَا قَدَّمُوا وَآخِرًا» در آن روز به انسان خبر داده می‌شود به آنچه پیش از مرگ فرستاده و آنچه پس از مرگ فرستاده است، پرونده اعمال انسان با مرگ بسته نمی‌شود و امکان دارد بر اعمال نیک و بد آن افزوده و یا از آن‌ها کاسته شود.
- ۵۹ - گزینه ۲ رسول خدا(ص) می‌فرماید: «هر کس سنت و روش نیکی را در جامعه جاری سازد تا وقتی که در دنیا مردمی به آن سنت عمل می‌کنند ثواب آن اعمال را به حساب این شخص می‌گذارند، بدون این که از اجر انجام دهنده آن کم کنند...»
- ۶۰ - گزینه ۲ بهشتیان با خدا هم‌صحبت‌اند و به جمله «خدا یا! تو پاک و منزهی، مترنم‌اند. مقام هم‌صحبتی با خدا که همان لقا و خشنودی اوست، بالاترین درجه بهشت است. علاوه بر این، بالاترین نعمت بهشت، یعنی رسیدن به مقام خشنودی خدا را برای خود می‌یابند و از این رستگاری بزرگ مسرورند.

پاسخنامه تشریحی

۶۱ - گزینه ۲

ترتیب صفات قبل از اسم در این تست به صورت زیر می باشد:

اسم + صفت کیفیت + صفت رنگ + صفت ملیت + صفت جنس

۶۲ - گزینه ۲ باید بگوییم که مردی از پیتز در زندگی خود ندیده‌ام.

(۱) به بخشندگی (۲) بخشنده تر (۳) بخشنده ترین (۴) بخشنده ترین فرد

یکی از نشانه‌های صفت تفضیلی than می باشد. با توجه به وجود more در گزینه ۲، تنها پاسخ گزینه ۲ است.

۶۳ - گزینه ۳ ترجمه جمله: از این گونه حرف زدن متاسفم، اما بدترین چیز این است که آن‌ها با عادت به این الگوی رفتاری بزرگ شده‌اند.

نکته ی مهم درسی

Of all نشانه صفت عالی است و وجود فعل is که مفرد است، گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ که اسم جمع دارند را رد می کند.

۶۴ - گزینه ۴

به نظر نمی رسید به آن اندازه ساده باشد که من فکر می کردم.

برای بیان صفت برابری از ساختار as + صفت + as استفاده می کنیم. در این جمله قبل از easy یک as وجود دارد، در نتیجه بعد از آن نیز باید از as استفاده کنیم.

۶۵ - گزینه ۴ ترجمه جمله: «چین معتقد است که اعضای تیمش به راحتی بازی را بردند؛ زیرا که آن‌ها با کار تیمی آشنا هستند، اینطور نیست؟ (نبردند)،

در جملات مرکب برای درست کردن سوال کوتاه از جمله پایه استفاده می کنند. پس از جمله ی وابسته because سوال کوتاه نمی سازند.

۶۶ - گزینه ۲ هیچ شاهد آشکاری از این که فوتبال کجا و چه موقع اختراع شد وجود ندارد، اما بسیاری از مورخان موافقند که نوعی از بازی با توپ قرن‌ها قبل از این که بازی مدرن توسعه پیدا کند

در انگلستان بازی می شد.

در این جمله football نمی تواند فعل invent (اختراع کردن) را انجام دهد یعنی فاعل جمله نیست، پس جمله مجهول است (یعنی فوتبال اختراع شد)، در نتیجه ساختار فعل آن باید شکلی از to be

به همراه قسمت سوم فعل باشد.

۶۷ - گزینه ۴ ترجمه جمله: بعد از شکستن پایش در حادثه اسکی، او مجبور شد تعطیلاتش را کوتاه کند و به خانه برگردد.

نکته مهم درسی:

این تست در مورد مبحث مجهول گذشته ساده است و تنها گزینه مجهول گزینه ۴ می باشد. قابل ذکر است بعد ویرگول یک جمله مستقل داریم که بایستی فاعل و فعل داشته باشد.

۶۸ - گزینه ۴ والدین معمولاً فراموش می کنند که صحبت کردن با فرزندان چقدر مهم است و من فکر می کنم که کمبود ارتباطات بین این دو ، باعث شده است که درک متقابل آنها

دشواری شود.

(۱) رسوم (۲) تنوع‌ها (۳) ترکیب‌ها (۴) نسل‌ها

۶۹ - گزینه ۱ الف) دکتر قریب یک پزشک متعهد بود که نسبت به خانواده‌های فقیر بسیار دوستانه و خیر خواه بود.

ب) من این مرد بزرگ را نمی شناختم!

(۱) افسوس! (۲) بسیار عالی! (۳) امیدوارم که اینگونه نباشد (۴) تعجبی ندارد که

۷۰ - گزینه ۲ ترجمه جمله: «تمام کاری که ما بچه‌ها می توانیم انجام دهیم این است که اشتباهات والدینمان را ببخشیم، علیرغم همه این‌ها، هیچ انسانی کامل نیست.»

(۱) احترام گذاشتن (۲) بخشیدن (۳) تصور کردن (۴) مبادله کردن

۷۱ - گزینه ۱ خوب است که آن‌ها در این پروژه واقعاً در خطر نبودند، اما موافقم که در موقعیت واقعی، افراد می توانستند کشته شوند.

۱- واقعاً، در واقع ۲- شجاعانه ۳- با بی‌دقتی ۴- به‌طور نامشخص

۷۲ - گزینه ۴ جف به عنوان مدیر یک شرکت بزرگ، برای موفق شدن باید با فداکاری و صداقت عمل کند.

۱- میراث ۲- موهبت، برکت

۳- موفقیت، پیروزی ۴- فداکاری، تعهد

۷۳ - گزینه ۲ او (مؤنث) در پنهان کردن احساساتی که تمایل به بروز آن نداشت بسیار ماهر بود، اما او (مذکر) احساسات وی را تماماً خواند و آن‌ها را به صورت او بازگرداند.

«seriously» در این جا به عنوان قید تشدید کننده به معنای «very» استفاده شده است.

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) با احتیاط، به دقت (۲) با جدیت، بسیار

(۳) معمولاً (۴) عاقلانه

۷۴ - گزینه ۲

برای برخی از افراد، مطالعه تاریخ بسیار ارزشمند است و به عنوان یک امر ضروری برای آموزش کامل محسوب می شود.

(۱) تأمین کردن (۲) محسوب کردن (۳) حضور داشتن (۴) اطلاع دادن

۷۵ - گزینه ۳ ریچارد باخ گفت آنچه که شما را به خانواده واقعی شما ارتباط می دهد خون نیست، بلکه احترام و شادی در زندگی یکدیگر است.

۱. الگو ۲. ارائه - سخنرانی ۳. احترام ۴. بیان - حالت چهره

ویروس‌ها ریزتر از باکتری‌ها هستند. در حقیقت، بزرگ‌ترین ویروس از کوچک‌ترین باکتری کوچک‌تر است. همه ویروس‌ها دارای پوشش پروتئینی و هسته‌ای با مواد ژنتیکی، RNA یا DNA

هستند. برخلاف باکتری‌ها، ویروس‌ها بدون میزبان نمی توانند زنده بمانند. آن‌ها فقط با اتصال به سلول‌ها می توانند تولیدمثل کنند. در بیشتر موارد، آن‌ها سلول‌ها را دوباره برنامه‌ریزی می کنند تا

ویروس‌های جدید ایجاد کنند تا زمانی که سلول‌ها ترکیده و از بین بروند. در موارد دیگر، آن‌ها سلول‌های طبیعی را به سلول‌های بدخیم یا سرطانی تبدیل می‌کنند. همچنین برخلاف باکتری‌ها، اکثر ویروس‌ها باعث بیماری می‌شوند و در مورد سلول‌هایی که به آن‌ها حمله می‌کنند کاملاً خاص هستند. به عنوان مثال، ویروس‌های خاصی به سلول‌های کبد، دستگاه تنفسی یا خون حمله می‌کنند. در برخی موارد، ویروس‌ها باکتری‌ها را هدف قرار می‌دهند.

۷۶ - گزینه ۳ مقایسه بین دو چیز صورت گرفته است پس باید از صفت تفضیلی استفاده کنیم.

۷۷ - گزینه ۲ (۱ حقیقت ۲ میزان ۳ حلقه ۴ هدیه

۷۸ - گزینه ۱ با توجه به ساختار گزینه‌ها، فقط گزینه ۱ جمله را کامل می‌کند.

۷۹ - گزینه ۳ (۱ ورزش‌ها ۲ سیاره‌ها ۳ بیماری‌ها ۴ شگفتی‌ها

۸۰ - گزینه ۲ (۱ درعوض ۲ به عنوان مثال ۳ اخیراً ۴ در کنار

پاسخنامه تشریحی

۸۱ - گزینه ۱ با توجه به ضابطه تابع $f(x)$ داریم:

$$f(x) = 3x - 2 \rightarrow f(g(x)) = 3g(x) - 2$$

$$\text{بنابراین: } 3g(x) - 2 = 9x^2 - 12x + 10 \rightarrow 3g(x) = 9x^2 - 12x + 12$$

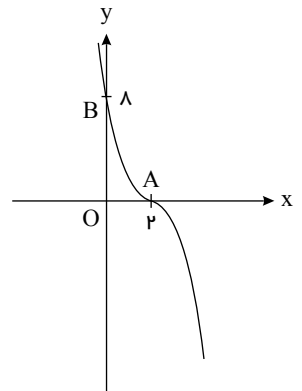
$$\rightarrow g(x) = 3x^2 - 4x + 4 \rightarrow g(6) = 3 \times 36 - 4 \times 6 + 4 = 108 - 24 + 4 \rightarrow g(6) = 88$$

۸۲ - گزینه ۴ توجه کنید که $f(0) = 2$ و $f(2) = 2$, $f(-1) = 0$ پس:

$$(f \circ f)(2) + (f \circ f)(-1) = f(f(2)) + f(f(-1)) = f(2) + f(0) = 2 + 2 = 4$$

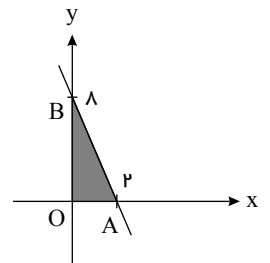
۸۳ - گزینه ۲ نقاط برخورد منحنی $y = -(x-2)^3$ با محورهای مختصات به صورت زیر است:

$$y = -(x-2)^3 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y = -(-2)^3 = 8 \\ y=0 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$



حال مساحت مثلث OAB را می‌یابیم:

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$$



۸۴ - گزینه ۲ در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ طول نقطه رأس سهمی $x = -\frac{b}{2a}$ است و اگر $a > 0$ ، سهمی رو به بالا و اگر $a < 0$ ، سهمی رو به پایین است. با توجه به ریشه عبارت داخل قدرمطلق، تابع را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم.

$$f(x) = x|x-1| - 3x, \quad x-1=0 \Rightarrow x=1$$

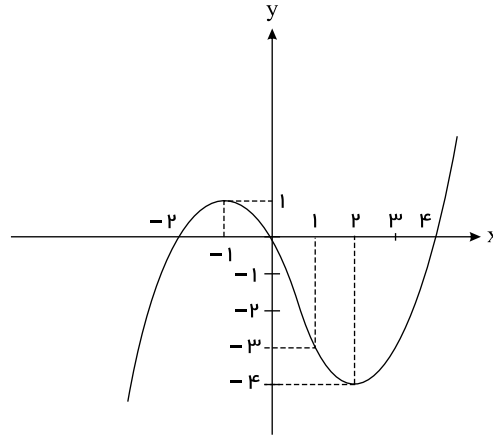
$$x \leq 1 \Rightarrow f(x) = x(1-x) - 3x = -x^2 - 2x \Rightarrow \text{رأس } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{-2} = -1$$

$$\text{رأس } y = -(-1)^2 - 2(-1) = -1 + 2 = 1 \Rightarrow \text{رأس } (-1, 1)$$

$$x \geq 1 \Rightarrow f(x) = x(x-1) - 3x = x^2 - 4x \Rightarrow \text{رأس } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2$$

$$\text{رأس } y = 2^2 - 4 \times 2 = 4 - 8 = -4 \Rightarrow \text{رأس } (2, -4)$$

نمودار f به صورت مقابل است.

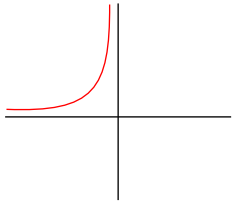


با توجه به نمودار مشخص است که تابع در بازه $(-2, 2)$ ابتدا صعودی، سپس نزولی است.

۸۵ - گزینه ۱ باید عبارت زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار دهیم. با توجه به اینکه عبارت رادیکالی در مخرج قرار دارد، عبارت زیر رادیکال صفر نمی تواند باشد، بنابراین:

$$-f(x) > 0 \rightarrow f(x) < 0 \rightarrow (-2 < x < 0) \text{ یا } (0 < x < 1) \text{ یا } (3, +\infty)$$

۸۶ - گزینه ۲ می دانیم که نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{|x|}$ به شرطی که $x \in \mathbb{R}^-$ باشد به شکل زیر است:



بدیهی است که $f(x)$ یک تابع اکیداً صعودی است.

از طرفی مشخص است که $g(x)$ یک تابع اکیداً نزولی است.

از طرفی می دانیم که جمع دو تابع صعودی حتماً صعودی است، پس داریم:

$$\overbrace{f(x)}^{\text{صعودی}} + \overbrace{(-g(x))}^{\text{صعودی}} = \overbrace{(f-g)(x)}^{\text{صعودی}}$$

۸۷ - گزینه ۳

$$f(1) = 3 \Rightarrow f^{-1}(3) = 1, \quad f^{-1}(2) = 4, \quad f(3) = 5$$

$$\Rightarrow 2f^{-1}(f(1)) + f^{-1}(2) + f(3) = 2 \times 1 + 4 + 5 = 11$$

۸۸ - گزینه ۴ تابع وارون f به صورت زیر است:

$$f(x) = \sqrt[5]{9-x^5} \Rightarrow y = \sqrt[5]{9-x^5} \xrightarrow{\text{توان ۵}} y^5 = 9-x^5 \Rightarrow x^5 = 9-y^5 \Rightarrow x = \sqrt[5]{9-y^5} \Rightarrow y = f^{-1}(x) = \sqrt[5]{9-x^5}$$

دامنه تابع f برابر \mathbb{R} است و تابع وارون f برابر با خود f است، یعنی معادله $f^{-1}(x) = f(x)$ بی شمار جواب دارد.

۸۹ - گزینه ۲ ابتدا دامنه تعریف تابع را به دست می آوریم:

$$f(x) = \frac{[-x]}{\sqrt{-x-x^2}} \rightarrow -x-x^2 > 0 \xrightarrow{\times(-1)} x+x^2 < 0 \rightarrow x(x+1) < 0 \rightarrow -1 < x < 0 \xrightarrow{\times(-1)} 0 < -x < 1 \rightarrow [-x] = 0$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{0}{\sqrt{-x-x^2}} = 0$$

پس بُرد تابع $f(x)$ شامل یک عدد صحیح است.

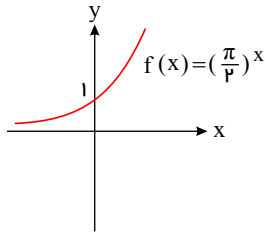
۹۰ - گزینه ۴ ابتدا باید تابع معکوس $f(x)$ را بیابیم. به این منظور $f(x)$ را y قرار می دهیم و ابتدا x را برحسب y می یابیم سپس در معادله به دست آمده به جای x قرار می دهیم $f^{-1}(x)$ و به جای y قرار می دهیم x .

$$y = \frac{k-2}{x+5} + 3 \rightarrow x = \frac{k-2}{y-3} - 5 \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{k-2}{x-3} - 5 \rightarrow f^{-1}(2) = \frac{k-2}{2-3} - 5 = 2-k-5 \xrightarrow{\text{اما می دانیم } f^{-1}(2) = -6} 2-k-5 = -6 \rightarrow k = 3$$

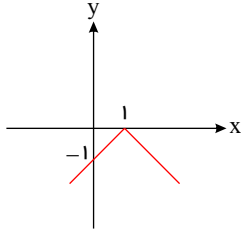
حال که k را داریم می توانیم $f(x)$ را کامل داشته باشیم:

$$f(x) = \frac{3-2}{x+5} + 3 = \frac{1}{x+5} + 3 \rightarrow f(0) = \frac{1}{5} + 3 = 3,2$$

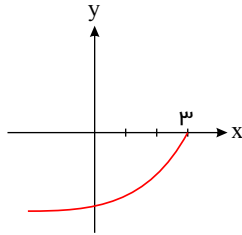
۹۱ - گزینه ۴ نمودار توابع به صورت زیر است.



گزینه ۱: توجه کنید که $\pi \simeq 3,14$ پس $\frac{\pi}{2} > 1$ و نمودار f به صورت زیر است.
تابع f در \mathbb{R} اکیداً صعودی است.

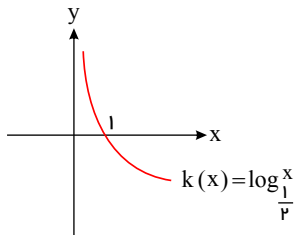


گزینه ۲: تابع در $x \leq 1$ اکیداً صعودی و در $x \geq 1$ اکیداً نزولی است. پس تابع در \mathbb{R} غیریکنواست.



گزینه ۳: تابع در دامنه‌اش اکیداً صعودی است.

$$h(x) = -\sqrt{3-x} \Rightarrow 3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$$



گزینه ۴: مبنای لگاریتم در بازه $(0, 1)$ است. تابع در دامنه‌اش اکیداً نزولی است.

۹۲ - گزینه ۱ دامنه تابع f بازه $[-2, 4]$ است، پس:

$$-2 \leq 3x - 4 \leq 4 \Rightarrow 2 \leq 3x \leq 8 \Rightarrow \frac{2}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$$

بنابراین $D_g = [\frac{2}{3}, \frac{8}{3}]$ و در دامنه تابع g فقط اعداد صحیح ۱ و ۲ قرار دارند.

۹۳ - گزینه ۱ با توجه به راهنمایی‌های فوق داریم:

$$-2 \leq x < 3 \Rightarrow (-2)^3 \leq x^3 < 3^3 \Rightarrow -8 \leq x^3 < 27 \xrightarrow{\times(-2)} 16 \geq -2x^3 > -54$$

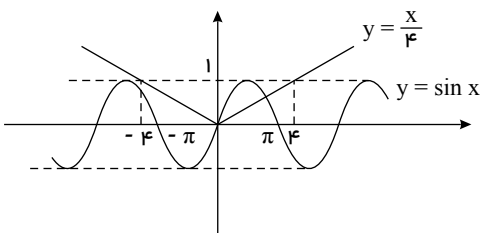
$$\xrightarrow{-6} -54 - 6 < -2x^3 - 6 \leq 16 - 6 \Rightarrow -60 < f(x) \leq 10 \Rightarrow R_f = (-60, 10]$$

بنابراین $a = -60$ و $b = 10$ و خواست سؤال برابر است با:

$$ab = -600$$

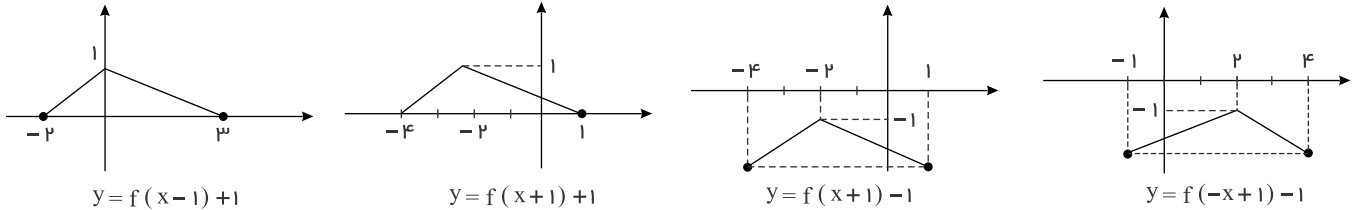
۹۴ - گزینه ۲ اعدادی که در معادله $|x| - 4 \sin x = 0$ صدق می‌کنند در دامنه تابع f قرار ندارند. تعداد جواب‌های این معادله را به کمک رسم نمودار تابع‌های $y = \sin x$ و $y = \frac{|x|}{4}$ دست می‌آوریم.

این نمودارها در دو نقطه مشترک هستند. پس معادله $\frac{|x|}{4} = \sin x$ دو جواب دارد. بنابراین معادله $|x| - 4 \sin x = 0$ دو جواب دارد و این دو عدد در دامنه تابع f قرار ندارند.



۹۵ - گزینه ۱ اگر نمودار تابع $y = f(x-1) + 1$ را دو واحد به چپ و دو واحد به پایین منتقل کنیم نمودار تابع $y = f((x+2)-1) + 1 - 2 = f(x+1) - 1$ به دست می‌آید.

اگر نمودار حاصل را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم تابع $y = f(-x + 1) - 1$ به دست می‌آید.



۹۶ - گزینه ۱ ترکیب تابع وارون‌پذیر f با تابع وارونش برابر با تابع همانی است.

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x, x \in D_f, (f \circ f^{-1})(x) = x, x \in R_f$$

دامنه $f^{-1} \circ f$ همان دامنه f است، یعنی: $D_{f^{-1} \circ f} = D_f$

طبق مطالب فوق داریم:

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x \Rightarrow x \in D_f \Rightarrow -2 < x \leq 2$$

بنابراین دامنه f شامل اعداد صحیح $1, 0, -1$ است.

۹۷ - گزینه ۴ در تابع $f \circ g(x)$ با توجه به نمودار می‌دانیم خروجی تابع یعنی $g(x) = 3$ به عنوان ورودی به تابع $f(x)$ داده می‌شود که اعداد بازه $(0, 1)$ هرچه به توان کمتری برسند، مقادیر بزرگ‌تری خواهند داشت.

۹۸ - گزینه ۳

$$D_{f \circ f^{-1}(x)} = D_f^{-1} = R_f, D_{f^{-1} \circ f(x)} = D_f = R_f^{-1}$$

می‌دانیم:

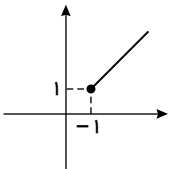
$$f \circ f^{-1}(x) = x : x \in D_f^{-1}, f^{-1} \circ f(x) = x : x \in D_f$$

$$D_{f \circ f^{-1}(x)} = D_f^{-1} = R_f, D_{f^{-1} \circ f(x)} = D_f = R_f^{-1}$$

$$D_f = [2, +\infty), R_f = [1, +\infty) \Rightarrow D_{f \circ f^{-1}(x)} = [1, +\infty)$$

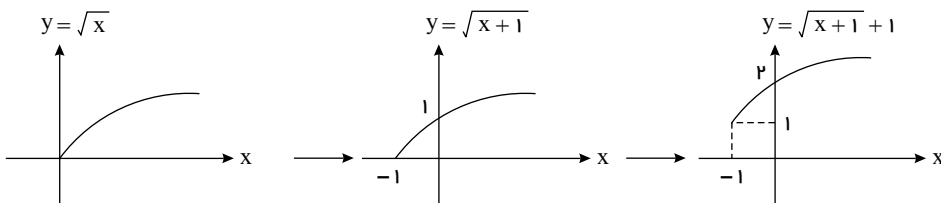
لذا در تابع $f(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ داریم:

بنابراین باید خط $y = x$ را در بازه $[1, +\infty)$ رسم کنیم:

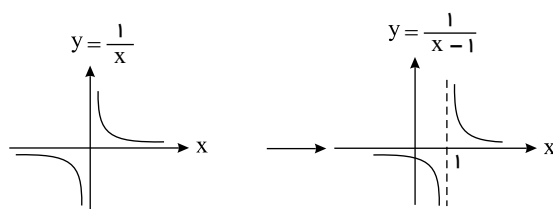


۹۹ - گزینه ۲ می‌دانیم اگر $a > 0$ نمودار تابع $f(x+a)$ همان نمودار تابع $f(x)$ است که به اندازه a واحد به چپ انتقال یافته است و نمودار تابع $f(x)+a$ همان نمودار تابع $f(x)$ است که به اندازه a واحد به بالا انتقال یافته است و نمودار $f(-x)$ همان نمودار $f(x)$ است که نسبت به محور y قرینه شده است و نمودار $-f(x)$ همان نمودار $f(x)$ است که نسبت به محور x قرینه شده است.

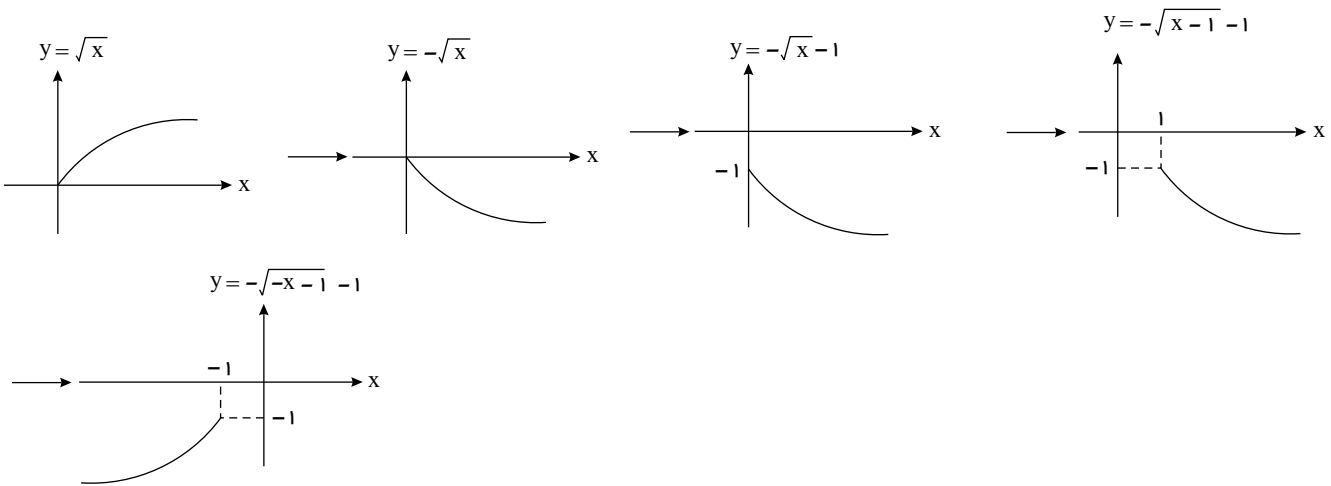
حال سه مورد را بررسی می‌کنیم:



پس نمودار (الف) ضابطه‌اش درست داده شده است.



پس نمودار (ب) ضابطه‌اش درست داده نشده است.



پس نمودار (پ) هم ضابطه اش درست داده نشده است.

۱۰۰ - گزینه ۲

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$f = \{(-1, 1+2), (0, 1), (1, 1-2), (2, 1-4), (3, 1-6)\}$$

$$f = \{(-1, 3), (0, 1), (1, -1), (2, -3), (3, -5)\} \Rightarrow f^{-1} = \{(3, -1), (1, 0), (-1, 1), (-3, 2), (-5, 3)\}$$

حال $2f$ و سپس $f^{-1} + 2f$ را محاسبه می‌کنیم.

$$2f = \{(-1, 6), (0, 2), (1, -2), (2, -6), (3, -10)\}$$

$$D_{2f} \cap D_{f^{-1}} = \{3, 1, -1\} \Rightarrow 2f + f^{-1} = \{(3, -1-10), (1, 0-2), (-1, 1+6)\} = \{(3, -11), (1, -2), (-1, 7)\}$$

مجموع اعضای دامنه و برد برابر است با:

$$3 - 11 + 1 - 2 - 1 + 7 = -3$$

پاسخنامه تشریحی

۱۰۱ - گزینه ۲

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\begin{cases} A^4 = (A^2)^2 \cdot A = (I)^2 \cdot A = I \cdot A = A \\ A^6 = (A^2)^3 = (I)^3 = I \end{cases}$$

$$A^4 - A^6 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

۱۰۲ - گزینه ۳

$$\begin{bmatrix} x & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 1 & 2 \\ -1 & 2x & 1 \\ 2 & -1 & 3x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 - 4 & 5x + 1 & -x + 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x^2 - 4 & 5x + 1 & -x + 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ x \end{bmatrix} = 0 \rightarrow x^2 - 4 - 5x - 1 - x^2 + 2x = 0 \rightarrow -3x - 5 = 0$$

$$\rightarrow x = -\frac{5}{3} \rightarrow \begin{bmatrix} x & 6 \\ x+1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{3} & 6 \\ -\frac{2}{3} & 3 \end{bmatrix} = 3x - 6x - 6 = -3x - 6 = -3\left(-\frac{5}{3}\right) - 6 = 5 - 6 = -1$$

۱۰۳ - گزینه ۳

$$C = 2A - B$$

$$\rightarrow C_{21} = 2a_{21} - b_{21} = 2(3) - x = 6 - x \quad \xrightarrow{C_{21} = 2C_{32}} \quad 6 - x = 4y + 2 \rightarrow 4y + x = 4$$

$$C_{22} = 2a_{22} - b_{22} = 2(y) - (-1) = 2y + 1$$

$$C_{11} = 2a_{11} - b_{11} = 2(x-1) - (-x) = 3x - 2 \quad \xrightarrow{C_{11} = -C_{22}} \quad 3x - 2 = 4 \rightarrow x = 2 \quad \xrightarrow{4y+x=4} \quad 4y + 2 = 4 \rightarrow 4y = 2 \rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$C_{22} = 2a_{22} - b_{22} = 2(-1) - 2 = -4$$

در نتیجه:

$$x + y = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

۱۰۴ - گزینه ۳ حاصل دترمینان را با بسط دادن نسبت به سطر اول محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{vmatrix} 0 & x-3 & x-2 \\ x+3 & 0 & -4 \\ x+2 & 6 & 0 \end{vmatrix} = -(x-3)(4x+8) + (x-2)(6x+18) = 0$$

$$\Rightarrow -4x^2 - 8x + 12x + 24 + 6x^2 + 18x - 12x - 36 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 10x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -6$$

پس گزینه ۳ درست است.

۱۰۵ - گزینه ۲

- نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $|A| \neq 0$ ، وارون ماتریس A از دستور $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ حاصل می‌گردد.

- نکته: اگر وارون پذیر باشد، آنگاه $AA^{-1} = A^{-1}A = I$.

$$AX = A - 2I \xrightarrow{\text{طرفین} \times A^{-1}} A^{-1}AX = A^{-1}(A - 2I) \Rightarrow IX = A^{-1}A - 2A^{-1}I$$

$$\Rightarrow X = I - 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \times \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۰۶ - گزینه ۱ نکته: وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ از دستور $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ حاصل می‌شود.

$$AX = B \xrightarrow{\times A^{-1}} \underbrace{A^{-1}AX}_{I} = A^{-1}B \xrightarrow{IX=X} X = A^{-1}B$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{-4+3} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = -1 \times \begin{bmatrix} -2 & -13 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & 13 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2|A| - 6 & -2 \\ 3 & |A| \end{bmatrix} \rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 2|A| - 6 & -2 \\ 3 & |A| \end{vmatrix} \rightarrow |A| = 2|A|^2 - 6|A| + 6$$

$$\rightarrow 2|A|^2 - 7|A| + 6 = 0 \rightarrow (2|A| - 3)(|A| - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} |A| = \frac{3}{2} \\ \text{یا} \\ |A| = 2 \end{cases}$$

$$|A| = \frac{3}{2} \rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 \times \frac{3}{2} - 6 & -2 \\ 3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 2 \\ -3 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{4}{3} \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 2 \rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 \times 2 - 6 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{3}{2} & -1 \end{bmatrix}$$

فرض : $A = A^{-1} \stackrel{\times A}{\rightarrow} A^2 = A^{-1}A = I$

$$2(A + A^{-1})^2 = 2(A + A)^2 = 2(2A)^2 = 2(4A^2) = 8A^2 = 8I$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha A + \beta A^{-1} = 3I \rightarrow \alpha \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha + \frac{\beta}{2} & -\alpha + \frac{\beta}{2} \\ 0 & \alpha + \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 2\alpha + \frac{\beta}{2} = 3 \\ \alpha + \beta = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \end{cases}$$

مقادیر به دست آمده در رابطه $-\alpha + \frac{\beta}{2} = 0$ صدق می‌کند. بنابراین داریم:

$$\alpha - \beta = 1 - 2 = -1$$

روش دوم:

هر ماتریس 2×2 به فرم $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ در رابطه $A^2 - (a+b)A + |A|I = \bar{O}$ صدق می‌کند.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^2 - (2+1)A + 2I = \bar{O} \rightarrow \underline{A^2 - 3A + 2I = \bar{O}} \quad (1)$$

$$\alpha A + \beta A^{-1} = 3I \stackrel{\times A}{\rightarrow} \alpha A^2 + \beta I = 3A \rightarrow \alpha A^2 - 3A + \beta I = \bar{O} \stackrel{\div \alpha}{\rightarrow} \underline{A^2 - \frac{3}{\alpha}A + \frac{\beta}{\alpha}I = \bar{O}} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{\alpha} = -3 \rightarrow \alpha = 1 \\ \frac{\beta}{\alpha} = 2 \rightarrow \beta = 2 \end{cases} \rightarrow \alpha - \beta = 1 - 2 = -1$$

۱۱۰ - گزینه ۴ دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در صورتی جواب ندارد که $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{k}{1} = \frac{k+1}{2k} \neq \frac{2}{2k}$$

$$\frac{k}{1} = \frac{2(k+1)}{2k+1} \rightarrow 2k^2 + k = 2k + 2 \rightarrow 2k^2 - k - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{k}{1} \neq \frac{2}{2k} \rightarrow k^2 \neq 1 \rightarrow k \neq 1, -1$$

بنابراین $k = -\frac{2}{3}$ دستگاه جواب ندارد.

پاسخنامه تشریحی

۱۱۱ - گزینه ۲ تذکر: اعداد به فرم 2^{7n} را نمی توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت.

بنابراین عدد 64 را نمی توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متوالی نوشت. برای سایر گزینه ها داریم:

$$56 = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 \quad \text{و} \quad 72 = 23 + 24 + 25 \quad \text{و} \quad 74 = 17 + 18 + 19 + 20.$$

۱۱۲ - گزینه ۴ کوچک ترین عدد 7 است که در تقسیم بر 43 باقیمانده 1 می آورد، زیرا:

$$7^2 \equiv 49 \equiv 6 \pmod{43} \xrightarrow{\times 7} 7^3 \equiv 42 \equiv -1 \pmod{43} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 7^6 \equiv 1 \pmod{43}$$

مطابق فرض داریم:

$$13 \times 7^{56} + A \equiv 0 \pmod{43} \Rightarrow 13 \times (7^6)^9 + A \equiv 13 \times 1 + A \equiv 0 \pmod{43}$$

$$\Rightarrow A \equiv -13 \equiv 30 \pmod{43} \leftarrow \text{کوچک ترین عدد طبیعی}$$

۱۱۳ - گزینه ۴

$$a = 1 \Rightarrow a^2 = a^3$$

۱۱۴ - گزینه ۱

$$5^{20} \equiv 1 \pmod{41}?$$

$$5^3 = 125 \equiv 2 \pmod{41} \xrightarrow{\times 5} 5^4 \equiv 10 \pmod{41} \xrightarrow{\times 5} 5^5 \equiv 50 \equiv 9 \pmod{41} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 5^{10} \equiv 81 \equiv -1 \pmod{41} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 5^{20} \equiv (-1)^2 = 1 \pmod{41}$$

۱۱۵ - گزینه ۱ روش اول:

نکته: اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $a \equiv b \pmod{n}$ آنگاه $a \equiv b \pmod{[m,n]}$

$$\left. \begin{aligned} a = 6q + 5 &\Rightarrow a \equiv 5 \pmod{6} \equiv 29 \\ a = 11q' + 7 &\Rightarrow a \equiv 7 \pmod{11} \equiv 29 \end{aligned} \right\} \rightarrow a \equiv 29 \pmod{[6,11] = 66}$$

روش دوم:

$$\left. \begin{aligned} a = 6q + 5 &\xrightarrow{\times 11} 11a = 66q + 55 \\ a = 11q' + 7 &\xrightarrow{\times 6} 6a = 66q' + 42 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{-} \underbrace{55 - 42}_{q''} = 13 \Rightarrow 5a = 66q'' + 13$$

داشتیم $6a = 66q' + 42$ پس:

$$\left\{ \begin{aligned} 5a = 66q'' + 13 \\ 6a = 66q' + 42 \end{aligned} \right. \xrightarrow{-} a = 66 \underbrace{(q' - q'')}_{k} + 29 \Rightarrow a = 66k + 29$$

روش سوم:

گزینه ای درست است که باقی مانده آن بر 6 عدد 5 و باقی مانده آن بر 11 عدد 7 باشد.

۱۱۶ - گزینه ۴ معادله x بر حسب y را به دست می آوریم:

$$xy - 2x + 3y + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{3y + 5}{2 - y}$$

مختصات نقطه طبیعی است یعنی x و y اعدادی طبیعی می توانند باشد. چون که $y \geq 1$ است $3y + 5$ حتماً مثبت است پس صورت حتماً مثبت است. اما اگر y بزرگ تر از 2 شود مخرج منفی می شود و در نتیجه کسر منفی می شود. این جوابها را نمی خواهیم زیرا منفی هستند و x طبیعی است. پس تنها انتخاب های ما $y = 1$ و $y = 2$ هستند. $y = 2$ که کسر را غیر قابل قبول می کند (زیرا مخرج صفر می شود) و آن را در نظر نمی گیریم. اما به ازای $y = 1$ داریم:

$$x = \frac{3 + 5}{2 - 1} = 8$$

۱۱۷ - گزینه ۴

$$a = bq + r$$

$$a = 13q + 5 \xrightarrow{\times 3} 3a = 39q + 15 \quad \xrightarrow{+} \quad 3a - b = 13(3q - q') + 13$$

$$b = 13q' + 2 \xrightarrow{\times (-1)} -b = -13q' - 2$$

$$3a - b = 39q + 15 - 13q' - 2 \rightarrow 3a - b = 13 \underbrace{(q - q' + 1)}_{q''} = 13q'' \rightarrow r = 0$$

۱۱۸ - گزینه ۳ خارج قسمت m را می نامیم:

$$a = 4m + 3 \xrightarrow{\times 2} 2a = 8m + 6 \xrightarrow{+5} 2a + 5 = 8m + 11 = 8(m + 1) + 3 \rightarrow 2a + 5 \equiv 3 \pmod{8}$$

۱۱۹ - گزینه ۲ ابتدا باقی مانده 7^{13} را بر 23 می یابیم:

$$7^2 = 49 \equiv 3 \xrightarrow{\times 7} 7^3 \equiv 21 \equiv -2 \xrightarrow{\text{توان } 2} 7^6 \equiv (-2)^2 \equiv 4$$

$$7^{13} = (7^6)^2 \times 7^1 \equiv (4^2) \times 7 \equiv 16 \times 7 \equiv -7 \times 7 \equiv -49 \equiv -3$$

$$7^{13} + a \equiv 0 \Rightarrow -3 + a \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 3 \Rightarrow a = 23q + 3$$

$$\xrightarrow{q=0} a = 3 = \text{کمترین مقدار طبیعی}$$

۱۲۰ - گزینه ۳

تقسیم در همنهشتی:

$$\begin{cases} ac \equiv bc \\ (m, c) = d \end{cases} \xrightarrow{\div c} a \equiv b$$

$$9a \equiv 6b \Rightarrow 3a \equiv 2b$$

$$\begin{cases} a|bc \\ (a, b) = 1 \end{cases} \Rightarrow a|c$$

تذکر: (لم اقلیدس)

$$\begin{cases} (3, 6) = 3 \Rightarrow 3|2b \\ (3, 2) = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{لم اقلیدس}} 3|b \Rightarrow b \equiv 0$$

تذکر: شرط وجود جواب در معادله همنهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ آن است که $(a, m)|b$

$$\begin{cases} (3, 6) | 3a \Rightarrow 2|3a \\ (2, 3) = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{لم اقلیدس}} 2|a \Rightarrow a \equiv 0$$

پس گزینه ۳ نادرست است.

پاسخنامه تشریحی

۱۲۱ - گزینه ۳

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 0 - 12 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t = 4$ است، سرعت در $t = 8$ s هم اندازه سرعت در لحظه صفر است. پس: $v = +6 \text{ m/s}$

۱۲۲ - گزینه ۲ دو قطار زمانی از کنار هم به طور کامل رد می شوند که مکان انتهایی دو قطار یکسان شود. بنابراین معادله مکان - زمان دو قطار را برای انتهای آن ها می نویسیم:

$$x \text{ محور مثبت در جهت } v_1 = 54 \text{ km/h} = \frac{54}{3.6} \text{ m/s} = 15 \text{ m/s}$$

$$x \text{ محور منفی در جهت } v_2 = -108 \text{ km/h} = \frac{-108}{3.6} \text{ m/s} = -30 \text{ m/s}$$

$$x'_A = x_A - l_1 = -200 - 300 = -500 \text{ m}$$

$$x'_B = x_B + l_2 = 600 + 400 = 1000 \text{ m}$$

$$(1) \text{ قطار } x_1 = v_1 t + x'_A \Rightarrow x_1 = 15t - 500$$

$$(2) \text{ قطار } x_2 = v_2 t + x'_B \Rightarrow x_2 = -30t + 1000$$

$$\xrightarrow{x_1 = x_2} t = \frac{1500}{45} = \frac{100}{3} \text{ s} \xrightarrow{t = \frac{100}{3} \text{ s}} x_A = 15 \times \frac{100}{3} - 200 = 300 \text{ m}$$

۱۲۳ - گزینه ۲

$$\text{سرعت نسبی} = 80 - 60 = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad 100 \div 20 = 5 \text{ h}$$

چون فاصله اولیه دو چرخه سوار ۱۰۰ کیلومتر بوده، ۵ ساعت طول می کشد تا دو چرخه ها به هم برسند و ۱۵ ساعت باقی مانده صرف افزایش فاصله می شود:

$$x = v \cdot t \Rightarrow x = 20 \times 15 = 300 \text{ km}$$

راه حل دوم:

بررسی می کنیم که هر متحرک در لحظه $t = 0$ ، $t = 20 \text{ h}$ در چه مکانی قرار دارد:

$$t = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 100 \text{ km} \\ x_2 = 0 \text{ km} \end{cases}$$

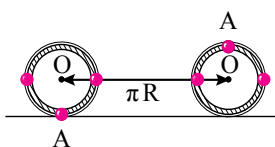
بعد از ۲۰ ساعت دو چرخه اول $1200 \text{ km} = 20 \times 60$ و دو چرخه دوم $1600 \text{ km} = 80 \times 20$ جابه جا می شود، یعنی:

$$t = 20 \text{ h} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 100 + 1200 = 1300 \text{ km} \\ x_2 = 0 + 1600 \text{ km} = 1600 \text{ km} \end{cases}$$

حال x_1 و x_2 ثانویه را از هم کم می کنیم:

$$1600 - 1300 = 300 \text{ km}$$

۱۲۴ - گزینه ۲ پله اول: با نیم دور چرخش، مرکز چرخ (نقطه O) به اندازه نصف محیط چرخ جابه جا می شود. (شکل ۱)



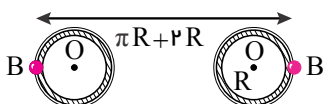
$$\Delta x_O = \frac{2\pi R}{2} = \pi R$$

نقطه C به اندازه πR با چرخ جلو می رود و با حرکت غلتش به اندازه $2R$ به طرف عقب می چرخد؛ پس جابه جایی نقطه C، $\pi R - 2R$ است. (شکل ۲)



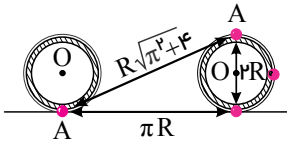
$$\Delta x_C = R(\pi - 2)$$

نقطه B به اندازه πR با چرخ حرکت می کند و با حرکت غلتش به اندازه $2R$ به طرف جلو می چرخد؛ پس جابه جایی نقطه B، $\pi R + 2R$ است. (شکل ۳)



$$\Delta x_B = R(\pi + 2)$$

جابه جایی نقطه A با توجه به شکل ۴، برابر $R\sqrt{\pi^2 + 4}$ است:



$$\Delta x_A = R\sqrt{\pi^2 + 4}$$

پله دوم: با مقایسه جابه‌جایی نقطه‌های A ، B و C داریم:

$$\Delta x_B > \Delta x_A > \Delta x_O > \Delta x_C$$

۱۲۵ - گزینه ۱ معادله مکان - زمان درجه ۲ بر حسب زمان است. بنابراین حرکت با شتاب ثابت بر خط راست است. (مشابه کتاب درسی از مشتق کمک نمی‌گیریم).

$$\begin{cases} x = 2t^2 + 4t - 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = 2 \rightarrow a = +4 \\ v_0 = +4 \end{cases} \rightarrow v = at + v_0 = 4t + 4$$

مشخص است که $v \neq 0$ یعنی متحرک بر خط راست، بدون تغییر جهت است.

$$\frac{L}{|\Delta x|} = 1 \quad \text{بنابراین:}$$

۱۲۶ - گزینه ۲ مکان اولیه را $x = 0$ در نظر می‌گیریم. خودرو اول را A و خودرو دوم را B نشان می‌دهیم.

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \rightarrow x_A = \frac{1}{2}(4)(t^2) \rightarrow x_A = 2t^2$$

$$\rightarrow x_B = v_B(t - 2) = 24(t - 2) = 24t - 48 \rightarrow x_B = 24t - 48$$

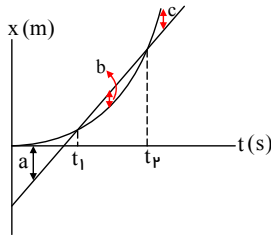
آیا B به A می‌رسد؟

$$x_B = x_A \rightarrow 24t - 48 = 2t^2 \rightarrow t^2 - 12t + 24 = 0$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4(1)(24) = 0 \rightarrow \Delta = 144 > 0$$

۲ جواب وجود دارد. یعنی ابتدا B از A سبقت می‌گیرد (فاصله A و B کاهش می‌یابد) و فاصله B از A بیشتر می‌شود و سپس B از A سبقت می‌گیرد. (فاصله A از B کم می‌شود) و در نهایت فاصله آنها افزایش می‌یابد.

پس: ابتدا فاصله آنها کاهش یافته - سپس افزایش یافته - سپس کاهش یافته و در نهایت افزایش می‌یابد. (از $t = t_1$ تا $t = t_2$ کاهش می‌یابد).

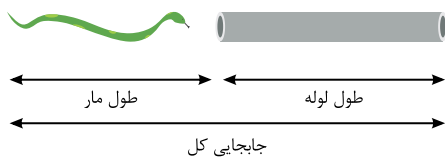


$\leftarrow b$ از t_1 تا t_2 ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

در $t \geq t_2$ پیوسته افزایش می‌یابد.

جواب نهایی: کاهش - افزایش - کاهش - افزایش

۱۲۷ - گزینه ۱ برای اینکه مار به طور کامل از داخل لوله باریک بگذرد، علاوه بر طی کردن طول لوله، طول خود را نیز باید از لوله عبور دهد، بنابراین جابه‌جایی کل با مجموع طول مار و لوله برابر است.



$$\Delta x = \text{طول لوله} + \text{طول مار}$$

$$\Delta x = 2m + 10m = 12m$$

$$v = 2 \frac{cm}{s}$$

چون سرعت را بر حسب $\frac{cm}{s}$ داده است، طول را نیز بر حسب cm می‌نویسیم.

$$v = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} \rightarrow \frac{120 \cancel{cm}}{2 \cancel{cm/s}} = 60s$$

۱۲۸ - گزینه ۳ جابه‌جایی متحرک تنها به مکان ابتدایی و انتهایی متحرک بستگی دارد، بنابراین جابه‌جایی متحرک برابر است با:

$$\Delta x = 10 - (-5) = 15m$$

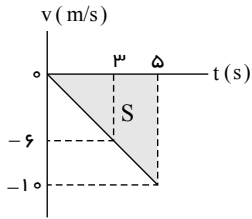
از طرفی چون در ابتدا متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و چون در مکانی مثبت متوقف می‌شود، بنابراین جهت حرکت متحرک حتماً تغییر کرده است. لذا مسافت و بزرگی جابه‌جایی و در نتیجه تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند.

۱۲۹ - گزینه ۳ روش اول:

متحرک تغییر جهت نداده است (همواره $v < 0$) بنابراین مسافت طی شده با جابه‌جایی برابر است:

نمودار خطی است. در مدت $3s$ سرعت $6m/s$ تغییر کرده یعنی در هر ثانیه $2m/s$. پس در مدت $5s$ سرعت $10m/s$ تغییر کرده است: $v(t = 5s) = -10m/s$ سطح زیر نمودار مسافت را به ما می‌دهد:

$$\text{مسافت } L = |S| = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25m$$



روش دوم:

بعد از یافتن $v(t=5) = -10m/s$ و اینکه حرکت شتابدار با شتاب ثابت روی مسیر مستقیم است:

$$L = |\Delta x| = \left| \frac{v(5) + v(0)}{2} \times \Delta t \right| = \left| \frac{-10 + 0}{2} \times 5 \right| = 25m$$

روش سوم:

شیب نمودار $(v - t)$ برابر a است؛ چون نمودار درجه اول است:

$$a = (a_{av}) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(-6) - 0}{3 - 0} = -2m/s^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + (0)(5) = -25m$$

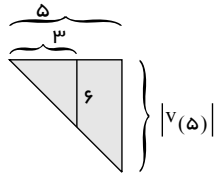
$$L = |\Delta x| = 25m \quad \text{تغییر جهت نداریم}$$

روش چهارم:

ابتدا به کمک تالس:

$$|v(5)| \rightarrow \frac{6}{|v(5)|} = \frac{3}{5} \rightarrow |v(5)| = 10m/s$$

ادامه راه مطابق روش‌های قبلی است.



$$L = |S| = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25m$$

لطفاً روش‌های دیگر را خودتان امتحان کنید.

۱۳۰ - گزینه ۱ دو تاییه سوم یعنی از ۴ تا ۶ تاییه

$$t_1 = 4s \Rightarrow v_1 = -2 \times 4 + 4 = -4 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = -2 \times 6 + 4 = -8 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \bar{v} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{-4 + (-8)}{2} \right) \times 2 = -12m \Rightarrow |\Delta x| = 12m$$

پاسخنامه تشریحی

۱۳۱ - گزینه ۴ چون جهت حرکت مشخص نیست، می توان نتیجه گرفت نوع حرکت ممکن است هر سه مدل ذکر شده باشد و بنابراین h یا Δy نیز ممکن است افزایش یا کاهش یابد و یا حتی ابتدا کاهش و سپس افزایش بیابد و طبق رابطه $W_{mg} = mgh$ می توان گفت W_{mg} نیز بسته به شرایط ممکن است افزایش، کاهش و یا ابتدا کاهش و سپس افزایش بیابد.

۱۳۲ - گزینه ۳ چون اصطکاک نداریم ($W_f = 0$) می توان از اصل پایستگی انرژی بین نقطه پرتاب و نقطه مورد نظر استفاده کرد:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = U_2 + \frac{1}{2}U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{3}{2}U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m(30)^2 = \frac{3}{2} \times mgh \Rightarrow h = 30m$$

۱۳۳ - گزینه ۳

می دانیم کار برابند نیروهای وارد بر هر جسم در یک جابه جایی برابر است با مجموع کار تک تک نیروهای وارد بر همان جسم در همان جابه جایی.

۱۳۴ - گزینه ۳ با استنباط از متن تست داده شده چنین برمی آید W_1 و W_2 کار نیروی خالص وارد بر جسم است که تغییرات سرعت جسم منوط به انجام این کار است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow \begin{cases} W_1 = \frac{1}{2}m(v^2 - 0^2) = \frac{1}{2}mv^2 \\ W_2 = \frac{1}{2}m((3v)^2 - v^2) = 4mv^2 \end{cases} \rightarrow \frac{W_2}{W_1} = 8$$

۱۳۵ - گزینه ۴

$$\text{قضیه کار و انرژی جنبشی: } W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{W_t=W_f} -f \cdot d = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow -f \times 4 = \frac{1}{2} \times 2000(0 - 10^2) \Rightarrow f = 25000 N$$

۱۳۶ - گزینه ۳

$$\frac{1}{2}mv^2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}m(4)^2 = 4 \Rightarrow m = \frac{1}{2}kg$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv'^2 = 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}v'^2 = 5 \Rightarrow v'^2 = 20 \Rightarrow v' = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}m/s$$

۱۳۷ - گزینه ۴ با توجه به این که اصطکاک وجود ندارد، انرژی مکانیکی پایسته می ماند:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + 0 = mgh_B + \frac{1}{2}mV_B^2 \Rightarrow 300 = 120 + \frac{1}{2}V_B^2 \Rightarrow V_B^2 = 360$$

$$E_C = E_A \Rightarrow mgh_C + \frac{1}{2}mV_C^2 = mgh_A + 0 \Rightarrow 240 + \frac{1}{2}V_C^2 = 300 \Rightarrow V_C^2 = 120$$

$$\Rightarrow \frac{V_B}{V_C} = \sqrt{\frac{360}{120}} = \sqrt{3}$$

۱۳۸ - گزینه ۱ همه موارد نادرست هستند:

الف) بر طبق رابطه $\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$ ، هر چه Δt افزایش یابد، \bar{P} کاهش می یابد.

ب) اساساً جمله ای نامفهوم بیان شده است.

پ) الزاماً این عبارت صحیح نیست.

ت) الزاماً این عبارت صحیح نیست.

۱۳۹ - گزینه ۳

$$m = 2ton = 2 \times 10^3 kg$$

$$V = 72km/h = 72 \times \frac{10}{36} = 20m/s$$

$$1kWh = 3.6 \times 10^6 J$$

$$K = \frac{1}{2}mV^2 \rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^3 \times (20)^2 = 4 \times 10^5 J$$

$$K = 4 \times 10^5 J \times \frac{1kWh}{3.6 \times 10^6 J} = \frac{1}{9}kWh$$

۱۴۰ - گزینه ۳

$$\begin{cases} K_2 = 25K_1 \\ v_2 = v_1 + 40 \end{cases}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} \Rightarrow 25 = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow 5 = \frac{(v_1 + 40)}{(v_1)}$$

$$\Rightarrow 5v_1 = v_1 + 40 \Rightarrow 4v_1 = 40 \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 50 \text{ m/s}$$

$$P = \frac{K_2 - K_1}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 5(2500 - 100)}{30} = 200 \text{ W}$$

پاسخنامه تشریحی

۱۴۱ - گزینه ۳ یونش را برای ترکیب‌های مولکولی در نظر می‌گیریم، چون طبق تعریف به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود؛ یونش می‌گویند. پس استفاده از لفظ یونش برای ترکیب‌های یونی مانند منیزیم هیدروکسید نادرست است و باید از عبارت «تفکیک یونی» استفاده کرد.

۱۴۲ - گزینه ۱ جرم گوگرد را در ۱ kg سوخت پیدا می‌کنیم.

$$ppm = \frac{S_{\text{جرم}}}{\text{جرم سوخت}} \times 10^6$$

$$6400 = \frac{S_{\text{جرم}}}{1000g} \times 10^6 \Rightarrow S_{\text{جرم}} = 6,4g$$

$$S \xrightarrow{O_2} SO_2 \xrightarrow{H_2O} H_2SO_4$$

$$\frac{6,4g}{32} = \frac{x \text{ mol}}{1} \quad x = 0,2 \text{ mol} \Rightarrow C_m = \frac{0,2}{1000} = 2 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{L}$$

$$[H^+] = 2 \times 10^{-4} \times 2 \times 1 = 4 \times 10^{-4} \Rightarrow pH = -\log^{4 \times 10^{-4}} = 3,4$$

پس pH آب از ۷ به ۳٫۴ می‌رسد یعنی ۳٫۶ واحد کم می‌شود.
۱۴۳ - گزینه ۲

$$pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2} = C_m \text{ جدید}$$

مول اسید در هر دو حالت برابر است و تغییری نمی‌کند، پس:

$$C_{m1} V_1 = C_{m2} V_2 \Rightarrow C_{m1} \times 10 = 10^{-2} \times (10 + 90) \Rightarrow C_{m1} = 10^{-1} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$HA + NaOH \rightarrow NaA + H_2O$$

روش اول:

$$\frac{1L \times 10^{-1} \frac{\text{mol}}{L}}{1} = \frac{xg}{40} \Rightarrow x = 4g$$

روش دوم:

$$?g NaOH = 1L HA \times \frac{10^{-1} \text{ mol HA}}{1L HA} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{40g NaOH}{1 \text{ mol NaOH}} = 4g$$

۱۴۴ - گزینه ۳ بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست؛ اتیلن گلیکول دارای فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ است.

(ب) درست؛ به جز نمک خوراکی بقیه در هگزان حل می‌شود. چون بنزین، وازلین و روغن زیتون همگی غیرقطبی هستند و در حلال غیرقطبی هگزان حل می‌شوند.

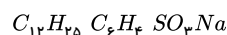
(پ) نادرست؛ در ساختار لوویس باید جفت الکترون‌های ناپیوندی نیز نمایش داده شود.

N یک جفت و O دو جفت الکترون ناپیوندی دارند.

بقیه موارد درست می‌باشند.

(ت) درست؛ تعداد هیدروژن در وازلین ۵۲ و در روغن زیتون ۱۰۴ است.

۱۴۵ - گزینه ۴ نمونه‌ای از پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیر سیرشده آکیل به صورت زیر است:

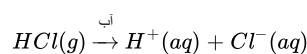


حال اگر به جای $C_{12}H_{25}$ - گروه آکیل $C_{14}H_{29}$ قرار گیرد، فرمول آن به صورت $C_{14}H_{29} C_6H_5 SO_3Na$ است، و به طور کامل و مرتب شده خواهیم داشت: $C_{20}H_{34} SO_3Na$
حلقه بنزنی

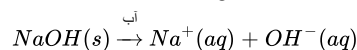
۱۴۶ - گزینه ۱ عبارت (ت) جمله را به درستی تکمیل نمی‌کند.

بررسی موارد:

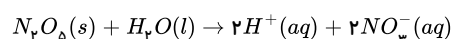
مورد (ب): طبق نظریه آرنیوس هیدروژن کلرید ($HCl(g)$) یک اسید است، زیرا پس از حل شدن در آب محلول هیدروکلریک اسید ($HCl(aq)$) را پدید می‌آورد و یون‌های هیدروژن (H^+) و کلرید (Cl^-) تولید می‌کند.



مورد (پ): معادله بازی بودن سدیم هیدروکسید ($NaOH(s)$) به صورت زیر است و این یک باز آرنیوس است، زیرا پس از حل شدن در آب تولید یون هیدروکسید می‌نماید.

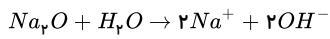


مورد (ت): معادله اسیدی بودن $N_2O_5(s)$ به صورت زیر است:

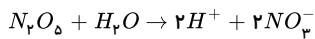


۱۴۷ - گزینه ۱ CuO ← نادرست، اکسید فلزهای واسطه در آب نامحلول‌اند.

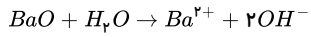
$\leftarrow CO_2$ نادرست، در آب به اسید ضعیف کربنیک اسید تبدیل می شود که به مقدار کمی یونیده می شود و تعداد کمی یون تولید می کند.
 $\leftarrow Na_2O$ نادرست، براساس واکنش زیر هر مول سدیم اکسید در آب، ۴ مول یون تولید می کند.



$\leftarrow N_2O_5$ نادرست، براساس واکنش زیر هر مول دی نیتروژن پنتااکسید، ۴ مول یون تولید می کند.

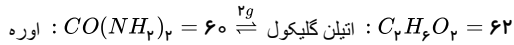
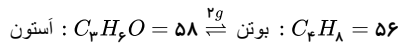


$\leftarrow BaO$ درست، براساس واکنش زیر هر مول باریم اکسید در آب ۳ مول یون تولید می کند.



۱۴۸ - گزینه ۳ بررسی گزینه ها:

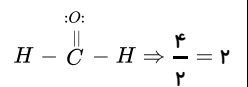
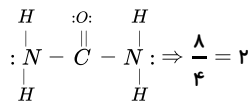
گزینه ۱: درست، با توجه به



گزینه ۲: درست.

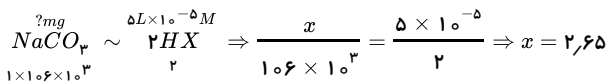
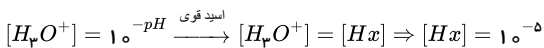
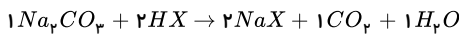
گزینه ۳: نادرست. طول زنجیر هیدروکربنی ساختار داده شده کم است و نمی تواند صابون باشد.

گزینه ۴: درست.



۱۴۹ - گزینه ۲ هر ۳ مولکول قطبی هستند؛ ولی HF به دلیل وجود پیوند هیدروژنی نقطه جوش بیشتری نسبت به بقیه دارد و از سوی دیگر HF یک اسید ضعیف و HCl، HBr اسیدهای قوی هستند؛ بنابراین pH آنها با هم برابر نیست.

۱۵۰ - گزینه ۱



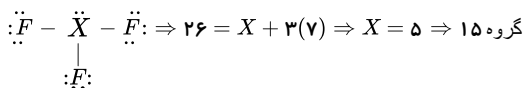
پاسخنامه تشریحی

۱۵۱ - گزینه ۳ ساختار ترکیب‌های داده شده به صورت $\ddot{O} = \dot{N} = \ddot{O}$ و $H - \overset{\overset{H}{|}}{C} - H$ است که در آن‌ها به ترتیب اتم‌های نیتروژن، نیتروژن و هیدروژن به آرایش

هشت‌تایی نرسیده‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱)

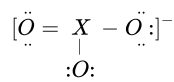


(۲) ساختار $NOCl$ به صورت $\ddot{O} = \dot{N} - \overset{\overset{Cl}{|}}{Cl}$ است که ۳ جفت الکترون پیوندی و ۶ جفت الکترون ناپیوندی دارد.

(۴) ساختار CO و O_3 به صورت $C \equiv O$ و $\ddot{O} = \dot{O} = \ddot{O}$ است که تعداد الکترون‌های پیوندی در آن‌ها یکسان و برابر ۳ است.

۱۵۲ - گزینه ۲ یون‌های سازنده نمک: Na^+ و XO_3^-

ساختار لوویس آنیون (با توجه به آرایش هشت‌تایی پایدار همهٔ عنصرها):

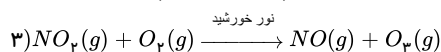
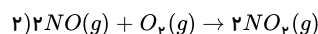
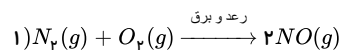


در ساختار بالا، ۲۴ الکترون یا ۱۲ جفت الکترون (۸ جفت ناپیوندی و ۴ جفت پیوندی) مشاهده می‌شود. با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ الکترون‌های ظرفیتی خواهیم داشت: $(a = \text{یکان شمارهٔ گروه عنصر مجهول})$

$$a + \underbrace{(3 \times 6)}_{\text{بمخاطر داشتن سه اتم اکسیژن (جزو گروه ۱۶)}} + \underbrace{1}_{\text{بمخاطر داشتن یک بار منفی}} = 24 \Rightarrow a = 5$$

پس عنصر موردنظر در گروه پنزدهم جدول دوره‌ای جای دارد.

۱۵۳ - گزینه ۱ مطابق سه واکنش انجام‌شده، موارد (ب) و (پ) صحیح هستند.



بررسی موارد:

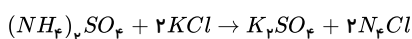
مورد (آ): فقط NO_2 گاز قهوه‌ای‌رنگ است.

مورد (ب): مرحلهٔ اول برای انجام نیاز به دمای خیلی بالا یا رعد و برق دارد، پس N_2 با O_2 میل ترکیبی کمتری دارند.

مورد (پ): در واکنش اول با مصرف یک مول O_2 ، دو مول NO تولید می‌شود. در واکنش دوم نیز با مصرف یک مول O_2 ، دو مول NO_2 تولید می‌شود. در واکنش سوم دو مول NO_2 مربوط به واکنش دوم با دو مول O_2 واکنش داده و دو مول O_3 تولید می‌کند. در مجموع ۴ مول O_2 مصرف و ۲ مول O_3 تولید شده است.

مورد (ت): مطابق واکنش‌ها به‌ازای تولید دو مول NO_2 فقط یک مول از آن مصرف می‌شود.

۱۵۴ - گزینه ۴



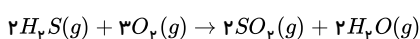
با توجه با قانون پایستگی جرم، جرم نیتروژن در کل واکنش تغییر نمی‌کند. پس کافی است ببینیم در چند گرم $(NH_4)_2SO_4$ ، ۱۴۰ گرم N وجود دارد.

$$\text{جرم کل نیتروژن} = 1 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{14}{100} = 140 \text{ gN}$$

$$140 \text{ gN} \times \frac{1 \text{ mol}}{14 \text{ gN}} \times \frac{1 \text{ mol } (NH_4)_2SO_4}{2 \text{ mol N}} \times \frac{132 \text{ g}}{1 \text{ mol } (NH_4)_2SO_4} = 660 \text{ g}$$

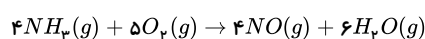
$$\text{جرم } KCl = 1000 - 660 = 340$$

۱۵۵ - گزینه ۴



$$2 + 3 + 2 + 2 = 9$$

مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد:



$$4 + 5 + 4 + 6 = 19$$

مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد:

تفاوت مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد در دو معادله:

$$19 - 9 = 10$$

۱۵۶ - گزینه ۴ کاهش جرم مواد جامد مربوط به جرم گازهای تولیدشده است، پس ابتدا جرم گازهای O_2 و N_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$gO_2 : 2,8LO_2 \times \frac{1molO_2}{22,4LO_2} \times \frac{32gO_2}{1molO_2} = 4gO_2$$

$$gN_2 : 2,8LO_2 \times \frac{1molO_2}{22,4LO_2} \times \frac{2molN_2}{5molO_2} \times \frac{28gN_2}{1molN_2} = 1,4gN_2$$

$$\text{جرم کاهش یافته} = 1,4 + 4 = 5,4g$$

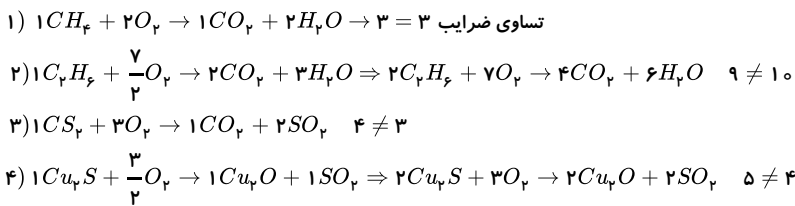
۱۵۷ - گزینه ۲ گزینه ۱: گاز نئون - گاز نیتروژن - گاز نئون آرایش هشت‌تایی دارد و اتم‌های گاز نیتروژن نیز با تشکیل یک پیوند اشتراکی سه‌گانه به آرایش هشت‌تایی رسیده است. (نادرست)

گزینه ۲: بخار سدیم - گاز کلر - سدیم با تشکیل یون به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسد ولی کلر با تشکیل یون به آرایش گاز نجیب هم دوره خود می‌رسد. (درست)

گزینه ۳: گاز آرگون - گاز هلیوم - مقدار گازهای نجیب در هواکره بسیار کم است و به گازهای کمیاب معروف هستند. (نادرست)

گزینه ۴: گاز اکسیژن - گاز هیدروژن - در واکنش تشکیل آب از گازهای هیدروژن و اکسیژن که نوعی سوختن است، H_2 و O_2 هر دو واکنش‌دهنده هستند. (نادرست)

۱۵۸ - گزینه ۱



۱۵۹ - گزینه ۱ بررسی سؤال الف) انرژی گرمایی مولکول‌ها، سبب می‌شود مولکول‌های گازی در سرتاسر هواکره توزیع شوند.

بررسی سؤال ب) Ar ، فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره است.

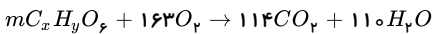
بررسی سؤال پ)

$$27^\circ C \xrightarrow{\text{تبدیل به } K} 27 + 273 = 300K \Rightarrow 300K \times \frac{5}{100} = 15K$$

$$\frac{1km}{x} \left| \frac{6K}{15K} \right. \Rightarrow x = 2,5km \rightarrow 2500m$$

به ازای هر کیلومتر، دما در حدود $6^\circ C$ یا $6K$ کاهش می‌یابد.

۱۶۰ - گزینه ۳



موازنه O:

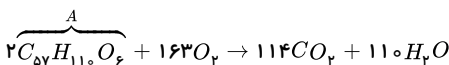
$$6m + 2 \times 163 = 114 \times 2 + 110 \rightarrow m = 2$$

موازنه C:

$$2x = 114 \rightarrow x = 57$$

موازنه H:

$$2y = 2 \times 110 \rightarrow y = 110$$



$$\text{جرم مولی چربی} = 110 + 16 \times 6 + 12 \times 57 = 890$$

$$?LO_2 = 89gA \times \frac{1molA}{890gA} \times \frac{163molO_2}{2molA} \times \frac{22,4LO_2}{1molO_2} = 203,75LO_2$$

$$?molCO_2 = 89gA \times \frac{1molA}{890gA} \times \frac{114molCO_2}{2molA} = 5,7molCO_2$$