

پاسخنامه تشریحی

هم $x^2 \geq 0$ است هم $(x^2 - 4)^2 \geq 0$ است یعنی زیر رادیکال به خاطر منفی هرگز نمی‌تواند مثبت باشد ولی می‌تواند صفر باشد. 1 2 3 4 1

$$-x^2(x^2 - 4)^2 = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2, x = -2$$

پس دامنه‌ی تعریف این تابع ۳ عضو دارد.

1 2 3 4 2

$$[x^2 + x] = -1 \Rightarrow -1 \leq x^2 + x < 0 \begin{cases} x^2 + x < 0 \Rightarrow x(x+1) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < x < 0 \\ -1 \leq x^2 + x \Rightarrow x^2 + x + 1 \geq 0 \xrightarrow{\substack{a > 0, \Delta < 0 \\ \text{همواره مثبت}}} x \in R \end{cases}$$

اشتراک

$$\longrightarrow -1 < x < 0$$

توان ۲

$$-1 < x < 0 \longrightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0$$

روش اول: 1 2 3 4 3

$$\underbrace{4n^2 - 4n + 1}_{(2n-1)^2} < 4n^2 - 2n + 1 < \underbrace{4n^2}_{(2n)^2} \rightarrow 2n - 1 < \sqrt{4n^2 - 2n + 1} < 2n \Rightarrow \left[\sqrt{4n^2 - 2n + 1} \right] = 2n - 1$$

$$\underbrace{n^2 - 4n + 4}_{(n-2)^2} < n^2 - 2n < \underbrace{n^2 - 2n + 1}_{(n-1)^2} \rightarrow n - 2 < \sqrt{n^2 - 2n} < n - 1 \Rightarrow \left[\sqrt{n^2 - 2n} \right] = n - 2$$

$$\left[\sqrt{4n^2 - 2n + 1} \right] - 2 \left[\sqrt{n^2 - 2n} \right] = (2n - 1) - 2(n - 2) = 3$$

روش دوم: کافی است یک عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۲ مثلاً $n = 3$ را قرار دهیم.

$$n = 3 \rightarrow \left[\sqrt{36 - 9 + 1} \right] - 2 \left[\sqrt{9 - 6} \right] = \underbrace{\left[\sqrt{28} \right]}_{5, \dots} - 2 \underbrace{\left[\sqrt{3} \right]}_{1, \dots} = 5 - 2(1) = 3$$

1 2 3 4 4

$$2a + \sqrt{3a + 16} = 1 \rightarrow \sqrt{3a + 16} = 1 - 2a \xrightarrow{\text{توان ۲}} 3a + 16 = 1 + 4a^2 - 4a$$

$$\rightarrow 4a^2 - 7a - 15 = 0 \xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac = 49 + 240 = 289} \begin{cases} a = \frac{7 + 17}{8} = 3 \text{ (در معادله صدق نمی‌کند)} \\ a = \frac{7 - 17}{8} = \frac{-5}{4} \text{ قق} \end{cases}$$

$$\text{پس: } 4a + 9 = 4\left(\frac{-5}{4}\right) + 9 = 4$$

اگر $x^2 + x < 0$ باشد، نتیجه می‌گیریم که $-1 < x < 0$ است. 1 2 3 4 5

$$x^2 + x < 0 \Rightarrow x(x+1) < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -1 & 0 & +\infty \\ \hline \text{عبارت} & & + & - & + \end{array} \Rightarrow -1 < x < 0$$

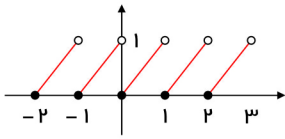
حال برای تعیین حاصل $[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$ کافی است حدود عبارت‌های داخل جزء صحیح را مشخص کنیم. داریم:

$$\begin{cases} -1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \\ \text{به توان ۲ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \longrightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0 \\ \text{به توان ۳ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \longrightarrow -1 < x^3 < 0 \Rightarrow [x^3] = -1 \\ \text{به توان ۴ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \longrightarrow 0 < x^4 < 1 \Rightarrow [x^4] = 0 \end{cases}$$

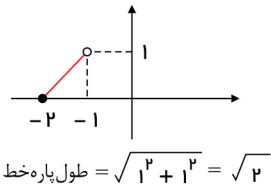
$$\Rightarrow [x] + [x^r] + [x^r] + [x^r] = (-1) + 0 + (-1) + 0 = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

نمودار تابع $y = x - [x]$ به صورت زیر است واضح است در فاصله $(-2, 3)$ ، ۵ پاره‌خط به اندازه $\sqrt{2}$ وجود دارد.



اینگونه توابع به توابع دندان اره‌ای معروف هستند.
توجه:



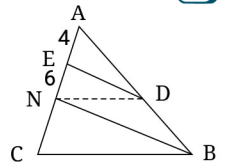
۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$\left. \begin{array}{l} x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \\ 4 - \sqrt{x + 1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x + 1} \leq 4 \Rightarrow x + 1 \leq 16 \Rightarrow x \leq 15 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -1 \leq x \leq 15$$

این بازه شامل ۱۷ عدد صحیح است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\begin{aligned} ED \parallel NB &\Rightarrow \frac{AE}{AN} = \frac{AD}{AB} \quad (1) \\ ND \parallel BC &\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad (2) \end{aligned}$$



از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم $\frac{AE}{AN} = \frac{AN}{AC}$ پس:

$$\frac{4}{10} = \frac{10}{AC} \Rightarrow AC = 25$$

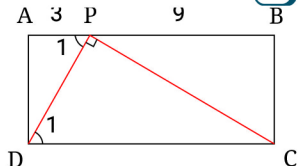
۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$P = x_1 \cdot x_r = \frac{c}{a} = -1, \quad S = x_1 + x_r = \frac{-b}{a} = 5$$

$$\frac{x_1}{x_r^2} + \frac{x_r}{x_1^2} = \frac{x_1^2 + x_r^2}{x_1^2 \cdot x_r^2} = \frac{(x_1 + x_r)^2 - 2x_1x_r}{(x_1x_r)^2} = \frac{125 + 15}{1} = 140$$

دو زاویه \hat{P}_1, \hat{D}_1 بنابر قضیه‌ی خطوط موازی و مورب مساوی‌اند. پس دو مثلث قائم الزاویه ADP, PDC متشابه‌اند.

$$\triangle APD \sim \triangle DPC \Rightarrow \frac{DP}{DC} = \frac{AP}{DP} \Rightarrow DP^2 = AP \cdot DC = 12 \times 3 = 36 \Rightarrow PD = 6$$



روش دوم: بنابر استدلال روش قبل در مثلث قائم الزاویه DPC می‌توان گفت مربع یک ضلع برابر است با حاصل ضرب وتر در تصویر همان ضلع بر وتر.

اندازه‌ی AP با اندازه‌ی تصویر PD بر وتر برابر است، بنابراین:

$$PD^2 = AP \times DC = 12 \times 3 = 36 \rightarrow PD = 6$$

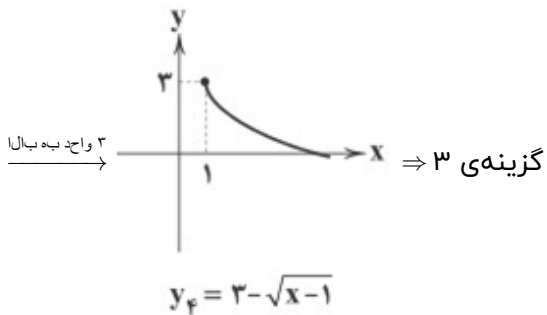
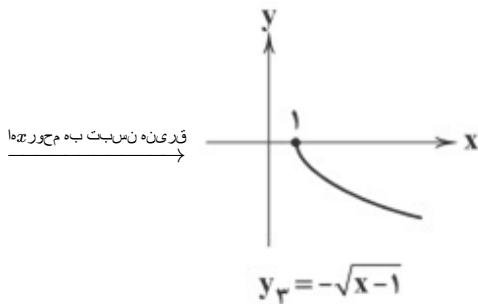
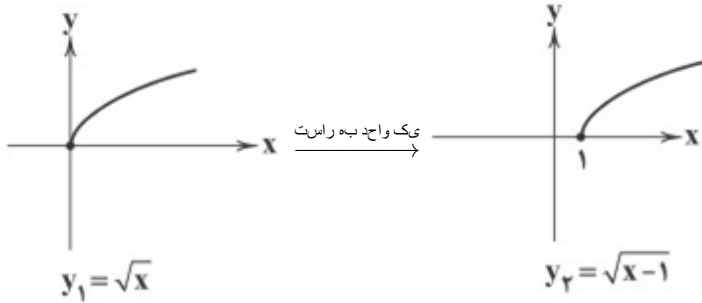
پاسخنامه تشریحی

$$f(x) = \sqrt{x+1}, g(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

$$(2f - g)(2) = 2f(2) - g(2) = 2\sqrt{2+1} - \frac{2+1}{2-2} = 4 - 4 = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲

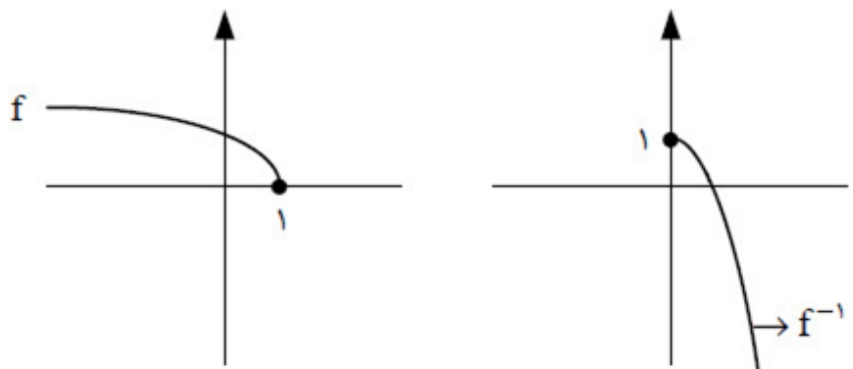


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$f(x) = \sqrt{-x+1} \quad D_f = (-\infty, 1] \quad R_f = [0, +\infty)$$

$$y = \sqrt{-x+1} \Rightarrow y^2 = -x+1 \Rightarrow x = 1 - y^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 - x^2$$

$$D_{f^{-1}} : [0, +\infty), R_{f^{-1}} = (-\infty, 1]$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع f به یک به یک است. هرگاه هر خط موازی محور x ها نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند. ۱۴

۱۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. x_1 و x_2 محل برخورد سهمی با محور x هستند.

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x - 2)(x - 6) \xrightarrow{A(0,3)} 12a = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x - 2)(x - 6) \Rightarrow y = \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 12) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$$

۱۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول: به جای x عدد ۲ قرار داده و k را حساب می‌کنیم:

$$3(2)^2 + k(2) - 2 = 0 \Rightarrow 10 + 2k = 0 \Rightarrow k = -5$$

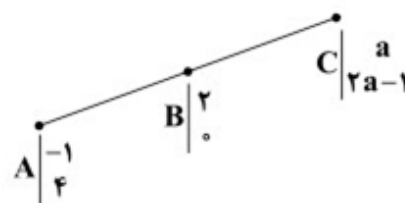
$$\Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(3x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$x_1 x_2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow 2x_2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{3}$$

روش دوم:

۱۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل برای این‌که هر سه نقطه روی یک خط باشند باید شیب خط گذرنده از هر دو نقطه‌ی دلخواه با هم برابر باشد، پس $m_{AB} = m_{BC}$



$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{0 - (-4)}{2 - (-1)} = \frac{4}{3} \\ m_{BC} = \frac{2a - 1 - 0}{a - 2} = \frac{2a - 1}{a - 2} \end{cases} \Rightarrow \frac{2a - 1}{a - 2} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3a - 3 = -4a + 8 \Rightarrow 7a = 11 \Rightarrow a = \frac{11}{7}$$

$$2y - 6x = 1 \Rightarrow 2y = 6x + 1 \Rightarrow \text{شیب خط} = \frac{6}{2} = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در دو خط موازی، شیب‌ها با هم برابرند، پس:

$$\begin{cases} m = 3 \\ A(2, -1) \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله‌ی خط}} y - (-1) = 3(x - 2)$$

$$\xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}} y + 1 = 3(x - 2) \Rightarrow y = -7$$

۱۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-x^2 + 3x \geq 0 \Rightarrow x(-x + 3) \geq 0$$

برای حل نامعادله از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم:

x	0	3	
-x ² + 3x	-	+	-

\Rightarrow جواب: $[0, 3] \Rightarrow D_f = [0, 3]$

۲۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ حاصل جمع ریشه‌ها برابر است با:

$$S = -\frac{b}{a} \Rightarrow 2 = \frac{m^2 - 1}{m - 1} \Rightarrow -2 = \frac{(m - 1)(m + 1)}{m - 1} \Rightarrow m + 1 = -2 \Rightarrow m = -3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با طرفین وسطین کردن معادله، آن را حل می‌کنیم:

$$\frac{t}{t+1} = \frac{t+1}{2} \Rightarrow 2t = (t+1)^2$$

$$t^2 + 2t + 1 = 2t \Rightarrow t^2 - t + 1 = 0 \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 1 \end{cases}$$

مقایسه با فرم استاندارد $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \times (1) \times (1) = 1 - 4 = -3$$

چون $\Delta < 0$ ، لذا معادله ریشه ندارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

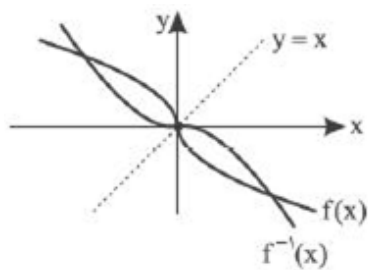
$$2 \times \begin{cases} 2y + x = 5 \\ 3y - 2x = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y + 2x = 10 \\ 3y - 2x = 11 \end{cases} \xrightarrow{y=2} \begin{cases} 4(2) + 2x = 10 \\ 3(2) - 2x = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 + 2x = 10 \\ 6 - 2x = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2 \\ -2x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2.5 \end{cases}$$

محل تلاقی دو خط، نقطه‌ی $A(-1, 3)$ است، پس:

$$OA = \sqrt{(-1)^2 + (3)^2} = \sqrt{10}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

برای رسم نمودار وارون $f(x)$ باید آن را نسبت به خط $y = x$ قرینه کنیم. نمودار دو تابع در سه نقطه با هم برخورد می‌کنند. به علاوه می‌توانید از این نکته مهم استفاده کنید که نمودار $f(x)$ شبیه تابع $y = -\sqrt{x}$ است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به این که α و β ریشه‌های معادله هستند داریم:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{5}{2}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

حاصل عبارت $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ برابر است با:

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{\overbrace{(\alpha + \beta)^2}^S - \underbrace{2\alpha\beta}_P}{\underbrace{(\alpha\beta)^2}_P} = \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\frac{25}{4} - 1}{\frac{1}{4}} = 21$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

چون $(f \pm g)(a) = f(a) \pm g(a)$ ، داریم:

$$(f - g)(2) = 6 \Rightarrow f(2) = 6 \Rightarrow (2 \times 2 + 1) - (2^2 - m) = 6 \\ \Rightarrow 5 - 4 + m = 6 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow g(x) = x^2 - 5$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$(f + g)(-1) = f(-1) + g(-1) = 2(-1) + 1 + (-1)^2 - 5 \Rightarrow -2 + 1 + 1 - 5 = -5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل «الف» گیرنده‌ی شنوایی درون حلزونی گوش داخلی و شکل «ب» گیرنده‌ی چشایی زبان را نشان می‌دهد که این گیرنده‌ها همانند گیرنده‌های بویایی انسان در اثر برخورد با مولکول‌های شیمیایی می‌توانند پیام عصبی ایجاد کنند.

گیرنده‌های شنوایی حلزون گوش در «پردازش» پیام صوتی نقش ندارند و گیرنده‌های «تعادلی» گوش درونی در اثر تغییر موقعیت سر تحریک می‌شوند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با چرخش سر، ابتدا مایع درون مجاری نیم‌دایره‌ای به حرکت درمی‌آید و ماده‌ی ژلاتینی را به یک طرف خم می‌کند. مژک‌های یاخته‌های بخش دهلیزی خم و این گیرنده‌ها تحریک می‌شوند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

اسبک مغز یا هیپوکامپ یکی از اجزای سامانه‌ی کناره‌ای یا لیمبیک است که در ایجاد حافظه‌ی کوتاه‌مدت و تبدیل آن به حافظه‌ی بلندمدت نقش دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): مربوط به مویرگ‌های درون بطن‌های جانبی (بطن‌های ۱ و ۲) است.

گزینه (۳): به مجاری لیمبیک با بصل‌النخاع اشاره دارد که نادرست است.

گزینه (۴): مربوط به مغز میانی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شکل در ارتباط با بخش حلزونی (نه دهلیزی) گوش است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

بخشی از هر یاخته عصبی که در تماس با غلاف میلین است، آکسون یا دندریتی عایق شده است که در این مکان‌ها، پیام عصبی به‌صورت جهشی از یک گره به گره رانوبه دیگر می‌جهد، به همین علت این هدایت را هدایت جهشی می‌نامند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیر ساقه مغز نیست. تقویت اطلاعات حسی، وظیفه تالاموس‌ها است. در سطح پایین‌تری نسبت به رابطه پینه‌ای و سه‌گوش قرار دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در بخش خاکستری برخلاف بخش سفید نخاع، سیناپس‌های بین نورون حسی و نورون‌های رابط دیده می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: هسته نورون حسی در نخاع نیست.

گزینه ۳: در سیناپس بین نورون رابط و نورون حرکتی متصل به ماهیچه سه سر بازو، ناقل عصبی مهارکننده آزاد می‌شود.

گزینه ۴: سیناپس‌ها بین نورون‌های حرکتی و ماهیچه‌های بازو خارج از سیناپس تشکیل می‌شوند.

۳۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پلاناریا دارای دو طناب عصبی است. دو گره عصبی در سر جانور، مغز را تشکیل می‌دهند نه دو جسم سلولی. رشته‌های بین طناب‌های عصبی جزو بخش مرکزی محسوب می‌شوند.

۳۴

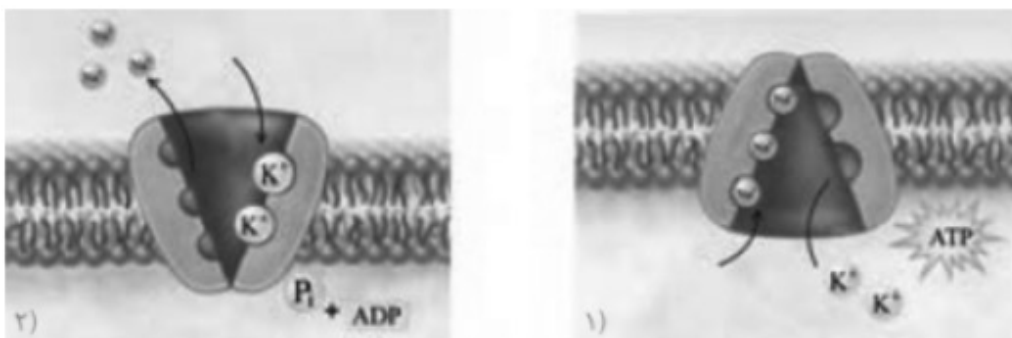
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. منشأ مو بافت پوششی است. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینه ۲: پوست دارای بافت پیوندی است که فضای بین سلولی فراوان دارد.
گزینه ۳: غده عرق درون لایه درونی پوست است.
گزینه ۴: در اندام پوست ماهیچه یافت می‌شود.

۳۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عدسی که برای اصلاح دوربینی استفاده می‌شود عدسی هم‌گرا است و همانند عدسی چشم پرتوهای نور را به هم نزدیک می‌کند.
عدسی که برای اصلاح نزدیک‌بینی استفاده می‌شود، عدسی واگرا است و برخلاف عدسی چشم پرتوهای نور را از هم دور می‌کند.

۳۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در اولین مرحله از فعالیت پمپ سدیم - پتاسیم دو یون پتاسیم از پمپ به درون نرون وارد شده و سپس سه یون سدیم در داخل پمپ جای می‌گیرد.



۳۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین بخش مغز مخ است و این بخش تنها بخشی است که در عملکرد هوشمندانه نقش دارد.
گزینه ۱: دستگاه لیمبیک نیز در یادگیری نقش دارد.
گزینه ۳: هیپوکامپ در ایجاد حفظ کوتاه مدت و تبدیل آن به حافظه بلندمدت نقش دارد.
گزینه ۴: مخچه در تنظیم وضعیت بدن نقش دارد.

۳۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
گزینه ۱ درست: مواد اعتیادآور بر سامانه‌ی کناره‌ای اثر می‌گذارند و موجب آزاد شدن ناقل‌های عصبی از جمله دوپامین می‌شوند. این سامانه‌ی مغزی با قشر مخ که محل پردازش نهایی اطلاعات ورودی به مغز است، ارتباط دارد.
سایر گزینه‌ها: محل اولیه‌ی پردازش اطلاعات حسی تالاموس‌ها هستند. بخش یادگیری، تفکر و عملکرد هوشمندانه قشر مخ است. مرکز تنظیم وضعیت بدن و تعادل آن، مخچه است.

۳۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
گزینه ۱ درست: در انسان طناب عصبی به نخاع تمایز یافته است که درون مهره‌ها قرار دارد.
سایر گزینه‌ها: هیدر همانند ملخ دارای یاخته‌های ماهیچه‌ای است. در ملخ برخلاف پلاناریا رشته‌های جانبی متصل به طناب عصبی شکمی‌اند. در پلاناریا مغز از دو گره تشکیل یافته است.

۴۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه‌ی درست: جسم یاخته‌ای عصب حسی در ریشه‌ی پشتی عصب نخاعی قرار دارد. سایر گزینه‌ها: جسم یاخته‌ای عصب حرکتی و یاخته‌ی رابط، در بخش سفید نخاع قرار دارند. از نخاع ۳۱ جفت ریشه‌ی پشتی خارج می‌شود.

۴۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا باید مشخص کنیم با وارد کردن دی‌الکتریک بین صفحه‌های خازن، ظرفیت آن چند برابر می‌شود. چون A و d ثابت‌اند، با استفاده از رابطه‌ی زیر داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \frac{A_1=A_2}{d_1=d_2} \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \quad \frac{\kappa_1=1}{\kappa_2=4} \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{4}$$

از طرف دیگر، چون خازن را از مولد جدا نموده‌ایم، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند. بنابراین با استفاده از رابطه‌ی $U = \frac{Q^2}{2C}$ و با توجه به این‌که با افزایش ظرفیت خازن، انرژی آن کاهش می‌یابد، به صورت زیر U_1 را می‌یابیم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \quad \frac{Q_1=Q_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \quad \frac{U_1 - 300}{U_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4U_1 - 1200 = U_1$$

$$\Rightarrow 3U_1 = 1200 \Rightarrow U_1 = 400 \mu J$$

۴۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه‌ی A و B را می‌یابیم:

$$\Delta V = V_B - V_A = -120 - (-80) \Rightarrow \Delta V = -40 V$$

اکنون تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم: دقت کنید، باید q را با قید علامت در رابطه جایگزین کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \quad \frac{\Delta U}{-5 \times 10^{-6} C} = -40 \Rightarrow \Delta U = 2 \times 10^{-4} J$$

$$\frac{1 J = 10^3 mJ}{\Delta U = 2 \times 10^{-4} J \times 10^3} \Rightarrow \Delta U = 2 \times 10^{-1} mJ$$

با توجه به این‌که فقط نیروی الکتریکی بر ذره‌ی باردار وارد می‌شود، انرژی مکانیکی آن پایسته می‌ماند، بنابراین می‌توان

$$\Delta K = -\Delta U \Rightarrow \Delta K = -2 \times 10^{-1} mJ$$

نوشت:

چون $\Delta K < 0$ است، انرژی جنبشی ذره کاهش می‌یابد.

۴۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ظرفیت خازن در حالت اول برابر است با:

$$C_1 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d_1} \quad \frac{A=2cm^2=2 \times 10^{-4} m^2}{\kappa=1, d_1=2 \times 10^{-2} m} \quad C = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{2 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2}}$$

$$= 9 \times 10^{-12} F = 9 \times 10^{-1} pF$$

در حالت دوم فاصله‌ی بین صفحات خازن ۱ mm کاهش می‌یابد. بنابراین ظرفیت خازن برابر است با:

$$\Rightarrow d_2 = 2 - 1 = 1 \text{ mm}$$

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \frac{A=ثابت}{\kappa=ثابت} \quad \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{9 \times 10^{-1}} = \frac{2}{1} \Rightarrow C_2 = 18 \times 10^{-1} pF$$

در نتیجه افزایش ظرفیت خازن برابر است با:

$$\Delta C = C_2 - C_1 = 18 \times 10^{-1} - 9 \times 10^{-1} = 9 \times 10^{-1} pF = 0.9 pF$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق رابطه قانون کولن، اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای با حاصل ضرب بارها نسبت مستقیم و با مجذور فاصله آنها نسبت عکس دارد. داریم:

$$\begin{cases} q_1 = +8\mu C \\ q_2 = +2\mu C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1' = 8 - 2 = 6\mu C \\ q_2' = 2 + 2 = 4\mu C \end{cases}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'| |q_2'|}{|q_1| |q_2|} \times \left(\frac{d}{2d}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{6 \times 4}{8 \times 2} \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{3}{8} \Rightarrow F' = 0.12 N$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ظرفیت خازن به بار و اختلاف پتانسیل دو سر آن بستگی ندارد، داریم:

$$Q = CV \Rightarrow \Delta Q = C\Delta V \Rightarrow 200 = C \times 20 \Rightarrow C = 10 \mu F$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow 4 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} \times 10^{-5} \times (V_2^2 - V_1^2)$$

$$(V_2^2 - V_1^2) = 800 \Rightarrow (V_2 - V_1)(V_2 + V_1) = 800 \xrightarrow{V_2 - V_1 = 20V}$$

$$20(V_2 + V_1) = 800 \Rightarrow V_2 + V_2 = 40V$$

$$\begin{cases} V_2 + V_2 = 40 \\ V_2 - V_1 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_2 = 10V \\ V_2 = 30V \end{cases}$$

$$Q_1 = CV_1 = 10 \times 10 = 100 \mu C$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو کمیت بار خازن و اختلاف پتانسیل دو صفحه خازن، هیچ‌گونه تأثیری بر روی ظرفیت خازن ندارند، زیرا مقدار ظرفیت خازن براساس رابطه $C = \frac{Q}{V}$ ، مقداری ثابت است. ولی با توجه به رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، دو حالت افزایش مساحت صفحات خازن و فاصله بین صفحات آن را بررسی می‌کنیم:

$$\uparrow C = \kappa \epsilon_0 \frac{\uparrow A}{d} \quad \text{افزایش مساحت صفحه‌ها، باعث افزایش ظرفیت خازن می‌شود.}$$

$$\downarrow C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{\uparrow d} \quad \text{افزایش فاصله دو صفحه از یکدیگر، باعث کاهش ظرفیت خازن می‌شود.}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون ظرفیت خازن تخت با فاصله بین صفحه‌های آن رابطه عکس دارد، داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d}{3d} \Rightarrow C_2 = \frac{C_1}{3}$$

دقت کنید که وقتی خازن شارژ شده را از مولد جدا می‌کنیم، طبق قانون پایستگی بار، هر تغییری که در ساختمان خازن ایجاد کنیم، بار روی صفحه‌ها ثابت می‌ماند:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow C_1 \times 12 = \frac{C_1}{3} V_2 \Rightarrow V_2 = 36V$$

$$F = ma = 5 \times 10^{-6} \text{ kg} \times 50 = 25 \times 10^{-5} N \quad \text{گزینه ۲ پاسخ صحیح است.}$$

$$F = qE \Rightarrow q = \frac{F}{E} = \frac{25 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^{-2} C$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. «معمولاً اختلاف پتانسیل پایانه‌های منبع نیروی محرکه (آرمانی یا واقعی) را به منظور ساده‌سازی به جای ΔV با V نشان می‌دهند.»

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{kq_1 q_2}{F}$$

$$r^2 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{4} = \frac{360 \times 10^{-2}}{4} \Rightarrow r^2 = 90 \times 10^{-2} = 9 \times 10^{-1} m$$

$$r = \sqrt{9 \times 10^{-1}} = 3 \times 10^{-1} = 0.3 m = 30 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} q = ne \\ q = 5/2 \times 10^{-9} C \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{5/2 \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 3/25 \times 10^{10} \\ e = 1/6 \times 10^{-19} C \end{cases}$$

نکته: بار الکترون منفی است اما در سؤال تعداد الکترونها منتقل شده، خواسته شده است و لذا علامت بار در نظر گرفته نمی‌شود و مقدار بار متصل شده و بار الکترون را مثبت فرض می‌کنیم که در جواب تأثیری ندارد.

$$n = \frac{q}{e} = \frac{-5/2 \times 10^{-9}}{-1/6 \times 10^{-19}} = 3/25 \times 10^{10} \text{ منفی با علامت منفی}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که تراکم خطوط میدان در مجاورت نقطه‌ی A بیشتر است، بنابراین شدت

$$E_A > E_B \quad \text{بنابراین:}$$

میدان الکتریکی در نقطه‌ی A بیشتر از نقطه‌ی B است، بنابراین: در مورد پتانسیل الکتریکی همان‌طور که می‌دانیم، با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، در نتیجه پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی A کمتر از پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی B است، بنابراین:

$$V_A < V_B$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از رابطه‌ی $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ ، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E = Q\Delta V = q(V_B - V_A) \Rightarrow \Delta U_E = -1 \times (150 - (-100)) \Rightarrow \Delta U_E = -250 \text{ J}$$

کار میدان، قرینه‌ی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی ذره است، بنابراین:

$$W_E = -\Delta U_E = 250 \text{ J}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پاسخ دادن به این سؤال، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\Delta U_E = q_2(V_B - V_A) \Rightarrow \begin{cases} \Delta U_E = +80 \text{ J} \\ q_2 = +2 \mu\text{C} \end{cases} \Rightarrow (V_B - V_A) = \frac{80}{2 \times 10^{-6}} = 4 \times 10^7 \text{ V}$$

حال برای بار q_2 داریم:

$$\Delta U_E = q_2(V_B - V_A) = (-4 \times 10^{-6}) \times (4 \times 10^7) = -160 \text{ J}$$

بنابراین با انتقال بار q_2 از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B، ۱۶۰ ژول انرژی آزاد می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 A_2}{d_2}$$

$$\begin{cases} C_2 = \frac{\epsilon_0 k A_2}{d_2} \\ k = 8 \\ d_2 = \frac{1}{5} d_1 = \frac{d_1}{5} \\ A_2 = \frac{1}{4} A_1 = \frac{A_1}{4} \end{cases} \Rightarrow C_2 = \frac{\epsilon_0 k \frac{A_1}{4}}{\frac{d_1}{5}} = \frac{\epsilon_0 k A_1}{4} \cdot \frac{5}{d_1} = \frac{5 \epsilon_0 k A_1}{4 d_1}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\frac{5 \epsilon_0 k A_1}{4 d_1}}{\frac{\epsilon_0 A_1}{d_1}} = \frac{5k}{4} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{5 \times 8}{4} = 20$$

حال نسبت ظرفیت‌ها:

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. سیکلو آلکان دارای فرمول عمومی $C_n H_{2n}$ می‌باشند، از این‌رو فرمول مولکولی سیکلوهگزان

$C_6 H_{12}$ است.

۵۷

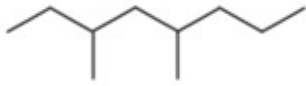
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نفتالن ($C_{10}H_8$) از جمله ترکیب‌های آروماتیک است و دارای حلقه‌های بنزنی است. ۱۰ اتم کربن دارد و نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شماره اتم‌های کربن در آن برابر $\frac{8}{10}$ یا $\frac{4}{5}$ می‌باشد.

۵۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عناصر واسطه غیر از بعضی از عناصر گروه سوم فرعی با از دست دادن الکترون به آرایش گاز نجیب قبل از خود نمی‌رسند.

۵۹

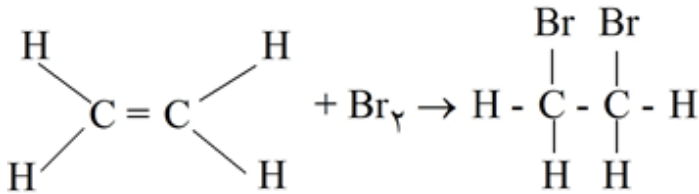
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\frac{C}{H} = \frac{10}{22} = \frac{5}{11}$$

۶۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



۶۱

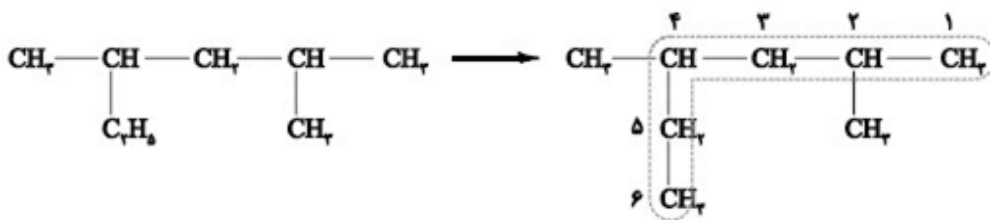
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ترکیب «الف» و «پ» درست نام‌گذاری شده‌اند.

۶۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هر چه تعداد اتم‌های کربن در یک آلکان بیشتر باشد، فقط میزان فشار بودن آن کاهش می‌یابد و بقیه موارد افزایش خواهند داشت.

۶۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ساختار ۲، ۴ - دی‌متیل‌پنتان را رسم می‌کنیم. حال اگر یکی از گروه‌های متیل را با اتیل جایگزین کنیم، زنجیره اصلی تغییر می‌کند:



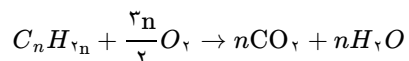
نام ترکیب حاصل ۲، ۴ - دی‌متیل‌هگزان می‌باشد.

۶۴

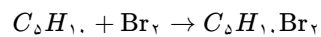
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

آلکان A، پروپان (C_3H_8) و آلکان B، بوتان (C_4H_{10}) است. آلکان سبک‌تر (A) باید دارای نقطه جوش کمتر و گران‌روی کمتر باشد و میزان فرار بودن آن نیز بیشتر است.

معادله واکنش سوختن کامل آلکن‌ها به صورت زیر است:



$$\frac{3n}{2} = 7/2 \Rightarrow 3n = 14 \Rightarrow n = 5$$

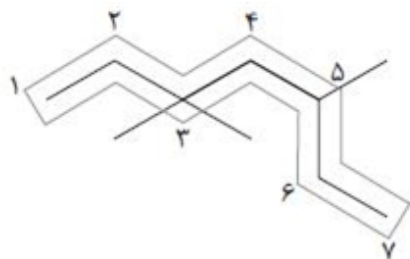


$$\text{جرم مولی} = 230 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

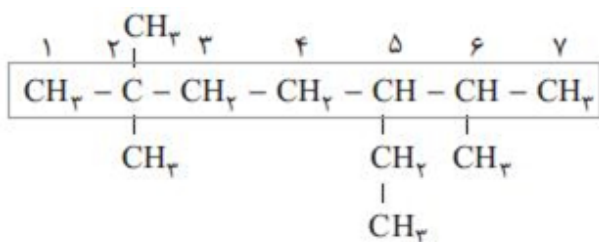
آلکن مورد نظر C_5H_{10} است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

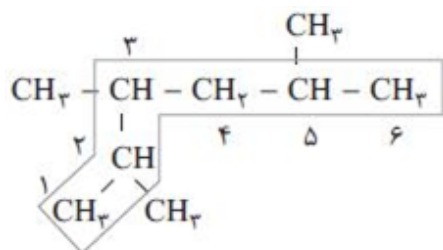
(آ) ۳، ۳، ۵ - تری متیل هپتان



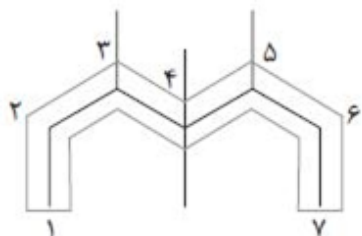
(ب) ۵ - اتیل - ۲، ۲، ۶ - تری متیل هپتان



(پ) ۲، ۳، ۵ - تری متیل هگزان

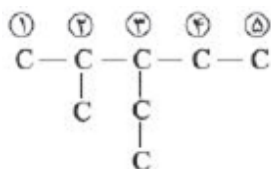


(ت) ۳، ۴، ۴، ۵ - تترا متیل هپتان



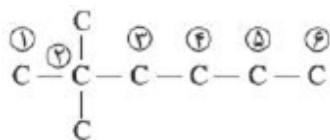
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳- اتیل ۲- متیل پنتان $\leftarrow C_8H_{18}$

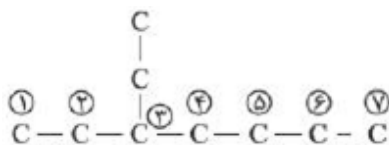


دو ترکیب در صورتی با یکدیگر ایزومر هستند که فرمول مولکولی آن‌ها یکسان باشد، اما فرمول ساختاری متفاوت باشد.

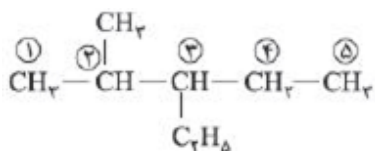
الف) ایزومر می‌باشد $\leftarrow C_8H_{18}$



ب) ایزومر نمی‌باشد $\leftarrow C_9H_{20}$

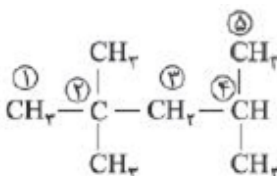


ج) ایزومر نمی‌باشد $\leftarrow C_8H_{18}$



این ترکیب هم فرمول مولکولی یکسان و هم فرمول ساختاری یکسان با ترکیب صورت سؤال دارد. یک ترکیب با خودش ایزومر نیست.

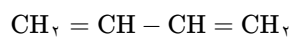
د) ایزومر می‌باشد $\leftarrow C_8H_{18}$



۲، ۲- تری‌متیل پنتان

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) برای در این عبارت می‌توان گفت: هیدروکربن زیر، خطی و فرمول مولکولی آن به صورت C_nH_{2n-2} می‌باشد، اما آلکین نیست:



ت) در جوشکاری کاربردی از سوختن گاز اتین، دمای لازم برای جوش دادن قطعه‌های فلزی تأمین می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر دو آلکان C_5H_{12} و C_8H_{18} در دمای اتاق به حالت مایع هستند. در آلکان‌های مایع با افزایش شمار اتم‌های کربن، نقطه‌ی جوش و گرانیوی افزایش می‌یابد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به نحوه انتخاب زنجیر اصلی و شماره‌گذاری آن، گزینه (۱) حاصل می‌شود:

۵ - اتیل - ۳ - ۳ و ۴ و ۵ - تترامتیل اوکتان

