

# دوازدهم ریاضی



## آزمون هدیه ۱۵ دی ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه
۳	شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه



## آزمون هدیه «۱۵ دی ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

### زنگنه سوال

مدت زمان کل پاسخ گویی : ۱۲۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۸۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۲۰	حسابان ۲
۲۱-۳۰	۱۰	ریاضیات گسسته
۳۱-۴۰	۱۰	هندسه
۴۱-۶۰	۲۰	فیزیک
۶۱-۸۰	۲۰	شیمی
۱-۸۰	۸۰	جمع کل

#### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲	کاظم اجلائی-مهرداد استقلالیان-مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-سهیل حسن خان پور-عادل حسینی-محمدرضا راسخ-علی شهرابی-رضا طاری-سپهر متولی-علیرضا نداف زاده-جهانبخش نیکنام	
هندسه ۳	امیرحسین ابومحبوب-سیدمحمدرضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-سوگند روشنی-هومن عقیلی-مهرداد ملوندی	
ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-احمدرضا فلاح	
فیزیک	محمد اسدی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-میثم دشتیان-محمدعلی عباسی-بهادر کامران-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-سیدعلی میرنوری-سیدجلال میری-حسین ناصحی	
شیمی	مجتبی اسدزاده-رئوف اسلام دوست-فرزین بوستانی-مسعود جعفری-محمدرضا جمشیدی-حسن رحمتی کوننده-علی رحیمی-علیرضا رضایی سراب-فرزاد رضایی-جهان شاهی بیگباغی-ساجد شیری-مسعود طبرسا-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی زاده-حسن ناصرینانی	

#### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین برادران	پارسا عیوض پور
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی مهدی شریفی	امیررضا حکمت نیا
ویراستاری رتبه های برتر	سهیل تقی زاده	مهدی خالقی	مهدی خالقی	حسین بصیر ترکبور	احسان پنجه شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	دانیال راستی	پارسا عیوض پور
مسئند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تهریزی	سرژ یقیازاریان تهریزی	احسان صادقی	امیرحسین مرتضوی

#### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون  
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»  
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

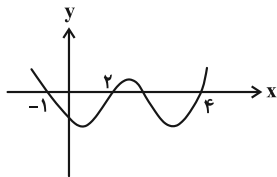
وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات، حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۱ تا ۶۹

۱- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x) = 2x^5 - x + 3$  بر  $x^2 - 3x + 2$  چندجمله‌ای  $r(x) = ax + b$  است.  $r(-1)$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۴ (۳) -۱۱۸ (۴) -۵۲

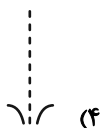
۲- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(-1)^{|x|}}{f(x) + f(3-x)}$  کدام است؟ ( [ ] ، [ ] نماد جزء صحیح است.)

(۱)  $-\infty$ (۲)  $+\infty$ 

(۳) صفر

(۴) حد ندارد

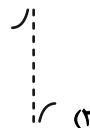
۳- نمودار تابع  $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}$  در همسایگی  $x = 0$  کدام است؟



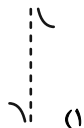
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{2x^3 + ax^2 + bx - 12} = -\infty$  باشد، حاصل  $2a + b$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۱

(۲) ۳

(۱) ۲

۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1+x}{2-x} \right]$  کدام است؟ ( [ ] ، [ ] نماد جزء صحیح است.)

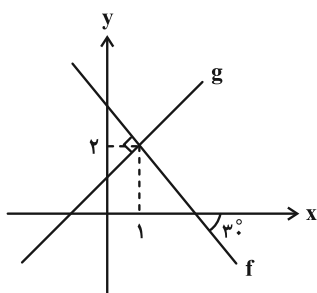
(۴) -۲

(۳)  $\frac{1}{2}$ 

(۲) -۱

(۱) صفر

۶- شکل زیر، نمودار توابع خطی  $f$  و  $g$  را نشان می‌دهد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)}$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{3}$ 

(۲) -۱

(۳)  $-\frac{1}{9}$ 

(۴) -۳

۷- شیب تابع خطی  $f$  مثبت است. اگر مجانب افقی تابع  $g(x) = \frac{3f^{-1}(2x+1)}{f(2x)+1}$  خط  $y = \frac{1}{12}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x+1)+x}{f^{-1}(x-1)-x}$

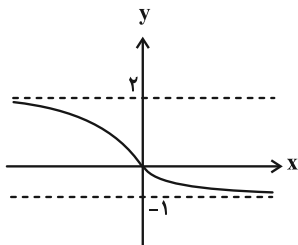
کدام است؟

(۴) ۵

(۳)  $\frac{14}{5}$ (۲)  $-\frac{42}{5}$ 

(۱) -۶

۸- نمودار تابع  $f$  مطابق شکل زیر می باشد. اگر  $a$  و  $b$  به ترتیب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  باشند، مجانب افقی تابع



$$g(x) = \frac{(1-ax)^3 + (1+bx^3) + (a-b)x^2}{(a+b)(x^2+x)(2-3x)}$$

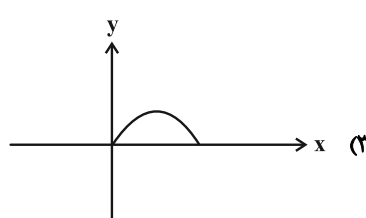
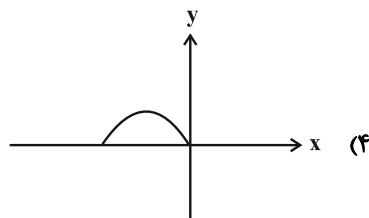
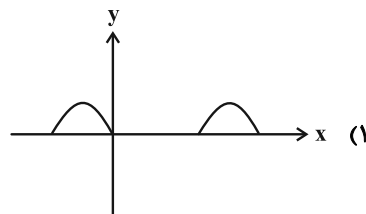
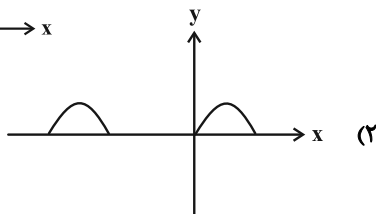
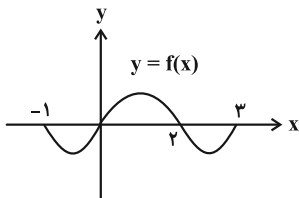
$$y = -1 \quad (1)$$

$$y = 1 \quad (2)$$

$$y = 3 \quad (3)$$

$$y = -3 \quad (4)$$

۹- با توجه به نمودار تابع  $f$ ، نمودار تابع  $g(x) = \sqrt{-f(-x)}|f(-x)|$  کدام است؟



۱۰- تابع  $f$  چهار صفر دارد و مجموع صفرهای تابع  $y = -3f(5-2x)$  برابر  $\frac{1}{4}$  باشد، مجموع صفرهای تابع  $y = f(\frac{1}{4}x-1)$  کدام است؟

$$38 \quad (4)$$

$$46 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$42 \quad (1)$$

۱۱- کدام تابع روی دامنه اش یکنوا است؟

$$y = (x+1)(2^x - x^2) \quad (4)$$

$$y = (x-1)\sqrt{x} \quad (3)$$

$$y = (2^x + 1)\sqrt{x} \quad (2)$$

$$y = (x-2)2^x \quad (1)$$

۱۲- وضعیت یکنوایی تابع  $f(x) = 4^{x-1} - 8^x$  روی  $(0, +\infty)$  چگونه است؟

(۲) نزولی

(۱) صعودی

(۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

(۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی

۱۳- تابع  $f(x) = \sqrt{x-2} - \sqrt{6-x}$  مفروض است. مجموع اعداد صحیحی که در نامعادله  $f(f(x)+4) \leq 0$  صدق می کنند، کدام است؟

$$20 \quad (4)$$

$$14 \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۱۴- با فرض  $\cos 1^\circ = \frac{1}{a}$ ، حاصل  $1 - \tan 1^\circ \tan 2^\circ$  بر حسب  $a$  کدام است؟ *ویا @chotapt Ai*

$$\frac{\sqrt{3}a^2}{2(2-a)} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}a^2}{2(2-a^2)} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}a^2}{2-a^2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}a}{2-a^2} \quad (1)$$

۱۵- نمودار تابع  $f(x) = \frac{k \cos^2 kx \tan kx}{1 + \tan^2 kx}$  در بازه  $[0, \pi]$  فقط سه ریشه دارد. حدود  $k$  کدام است؟

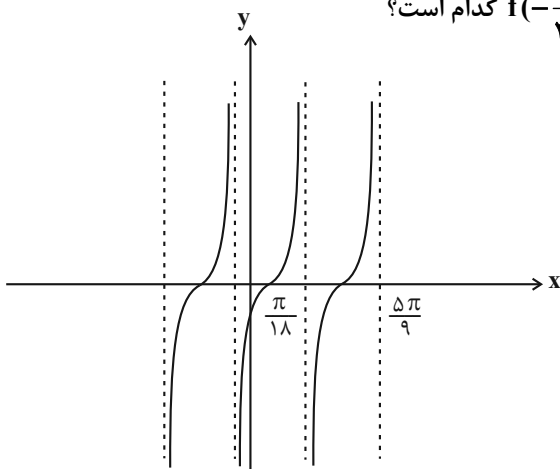
$$(۲) \quad \frac{1}{2} \leq |k| < \frac{3}{4}$$

$$(۱) \quad -1 \leq k \leq 1, \quad k \neq 0$$

$$(۴) \quad 1 \leq k < 2$$

$$(۳) \quad \frac{3}{4} < |k| \leq 1$$

۱۶- شکل زیر بخشی از نمودار تابع  $f(x) = \tan(ax + b)$  است. مقدار  $f(-\frac{\pi}{36})$  کدام است؟



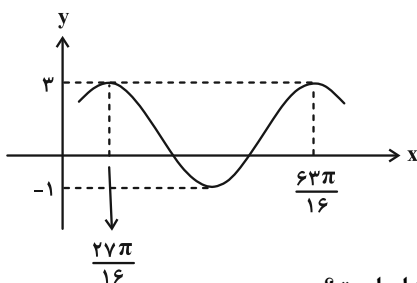
$$(۱) \quad -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(۲) \quad -\sqrt{3}$$

$$(۳) \quad -1$$

$$(۴) \quad \text{صفر}$$

۱۷- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \sin^2(bx - \frac{3\pi}{4}) + c$  به صورت زیر است. مقدار  $f(21\pi)$  کدام است؟



$$(۱) \quad 1 - \sqrt{3}$$

$$(۲) \quad 1 + \sqrt{3}$$

$$(۳) \quad 2$$

$$(۴) \quad \text{صفر}$$

۱۸- مجموع جواب‌های معادله  $1 + \sin^2 x - \cos^2 x = 0$  که در بازه  $[0, \pi]$  واقع‌اند، کدام است؟

$$(۴) \quad \frac{7\pi}{4}$$

$$(۳) \quad \frac{5\pi}{4}$$

$$(۲) \quad 3\pi$$

$$(۱) \quad \frac{7\pi}{2}$$

۱۹- اگر  $f(x) = \frac{2 \cos x - |\cos x|}{3}$  باشد، تعداد جواب‌های معادله  $9(f(x))^2 - 1 = 0$  در بازه  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{2})$  کدام است؟

$$(۴) \quad 10$$

$$(۳) \quad 8$$

$$(۲) \quad 6$$

$$(۱) \quad 4$$

۲۰- تعداد جواب‌های معادله  $\cos(\pi \sin(4\pi x)) = \frac{1}{3}$  در بازه  $[0, \frac{3}{4}]$  کدام است؟

$$(۴) \quad 13$$

$$(۳) \quad 12$$

$$(۲) \quad 11$$

$$(۱) \quad 10$$

وقت پیشنهادی: ۱۷ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۹ تا ۴۶

۲۱- شعاع بزرگ‌ترین دایره‌ای که بر هر دو محور مختصات و دایره  $x^2 + y^2 - 12x - 14y + 81 = 0$  مماس باشد، کدام است؟

- ۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۴۲

۲۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  آن‌گاه با فرض  $A^3 - A^2 = mA + nI$ ، حاصل  $m+n$  کدام است؟

- ۱) ۱۶ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

۲۳- اگر مجموعه نقاطی از دایره  $C(O, 4)$  که از خط  $d$  به فاصله  $x$  باشند مثلث متساوی‌الاضلاع بسازند، آن‌گاه فاصله مرکز دایره تا خط  $d$  چقدر است؟

- ۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{3}{2}$

۲۴- اگر  $AB = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $A^2 = 3A - I$ ، آن‌گاه  $A^{-1}B$  کدام است؟

- ۱)  $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

۲۵- یک منحنی از مجموعه نقاطی مانند  $M$  تشکیل شده که فاصله  $M$  از نقطه  $A(1, 2)$ ،  $\sqrt{2}$  برابر فاصله  $M$  از نقطه  $B(-1, 3)$  است. بیشترین فاصله نقاط این منحنی از خط  $L: 3x - 4y = 5$  کدام است؟

- ۱)  $5(\sqrt{10} - 1)$  (۲)  $5 - \sqrt{10}$  (۳)  $\sqrt{10} + 5$  (۴)  $\sqrt{10} + 6$

۲۶- از رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس  $A$  کدام است؟

- ۱) ۹ (۲) -۵ (۳) -۹ (۴) ۱۳

۲۷- طول وتری که دایره به معادله  $\frac{37}{4} = (x-1)^2 + (y-1)^2$  روی خط به معادله  $6x + 8y - 9 = 0$  جدا می‌کند، چقدر است؟

- ۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 1 & b \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 2b & 3 & 2c \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری باشد، حاصل  $a+b+c$  برابر کدام است؟

- ۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۲۹- دایره‌ای به معادله  $x^2 + y^2 + 2x = 7$  با دایره  $C$  به شعاع  $\sqrt{2}$  و مرکز  $(2, 3)$  چند مماس مشترک دارند؟

- ۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 2 & |A| \end{bmatrix}$  و  $A$  ماتریسی وارون‌پذیر باشد، حاصل  $|A|(|A|^2 - 1)$  کدام است؟

- ۱) صفر (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{15}{8}$

وقت پیشنهادی: ۱۸ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد - گراف و مدل سازی: صفحه های ۱ تا ۴۲

۳۱- اگر  $a = 1! + 2! + 3! + \dots + 100!$  و  $b^4 \mid a$ ، آن گاه باقی مانده تقسیم عدد  $1 + b^2 + 11a^2$  بر ۸ کدام است؟

۵ (۱)                      ۴ (۲)                      ۳ (۳)                      ۲ (۴)

۳۲- مجموع ارقام بزرگ ترین عدد سه رقمی مانند  $x$  که در معادله  $(\sum_{n=0}^{1402} n!)x + 15y = 1403$  صدق می کند، کدام است؟

۱۷ (۱)                      ۲۰ (۲)                      ۲۳ (۳)                      ۲۶ (۴)

۳۳- اگر  $a$  و  $b$  به ترتیب کوچک ترین و بزرگ ترین عدد سه رقمی بخش پذیر بر ۴ باشند که در تقسیم بر ۳ و ۱۱ باقی مانده ۱ داشتهباشند، رقم یکان  $b^a$  کدام است؟

۲ (۱)                      ۶ (۲)                      ۱ (۳)                      ۴ (۴) صفر

۳۴- اگر عددی مانند  $k$  در  $\mathbb{Z}$  باشد که در صورتی که  $5 \mid 3k + 1$ ، بتوان نتیجه گرفت  $25 \mid 16k^2 + mk + 19$ ، آن گاه مجموع ارقامکوچک ترین عدد طبیعی دو رقمی که بتوان به جای  $m$  قرار داد کدام است؟

۹ (۱)                      ۱۰ (۲)                      ۱۱ (۳)                      ۱۲ (۴)

۳۵- در گراف ۵ رأسی  $k$  - منتظم که  $k$  بیشترین مقدار ممکن را دارد، تعداد دورهای به طول ۳ کدام است؟

۱۰ (۱)                      ۱۲ (۲)                      ۱۴ (۳)                      ۱۵ (۴)

۳۶- در گراف  $G$  از مرتبه ۵، مجموعه های همسایه های باز رئوس  $a$ ،  $b$  و  $c$  هر کدام سه عضو دارند. همچنین  $N_G[d] = 3$  و $N_G[e] = 2$ ؛ چند یال به گراف  $G$  اضافه شود تا تبدیل به گراف کامل شود؟

۳ (۱)                      ۵ (۲)                      ۴ (۳)                      ۶ (۴)

۳۷- اگر  $a$  مضرب ۳ باشد ولی مضرب ۶ نباشد، باقی مانده تقسیم  $a^2 - 3$  بر ۴ کدام است؟

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴) صفر

۳۸- در یک تقسیم، مقسوم ۷ برابر باقی مانده است و خارج قسمت حداکثر مقدار می باشد. تفاضل حداکثر و حداقل مقدار دو رقمی

مقسوم کدام است؟

۱۴ (۱)                      ۳۵ (۲)                      ۷۰ (۳)                      ۲۸ (۴)

۳۹- اگر مرتبه و اندازه گراف  $G$  به ترتیب ۷ و ۶ باشد، آن گاه حداقل و حداکثر مقدار ممکن برای  $\delta$  در گراف  $\bar{G}$  کدام است؟

۴ و ۳ (۱)                      ۲ و ۳ (۲) صفر و ۳ (۳)                      ۴ و ۲ (۴)

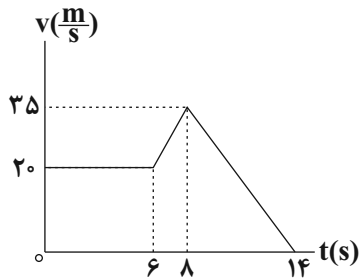
۴۰- معادله هم نهشتی  $(11a+9)x \equiv 24$  به پیمانه  $a-2$  جواب ندارد. مجموع ارقام کوچک ترین عدد طبیعی  $a$  کدام است؟

۱۵ (۱)                      ۷ (۲)                      ۱۳ (۳)                      ۹ (۴)

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست / دینامیک و حرکت دایره‌ای / نوسان و موج (ناسر موج و انواع آن): صفحه‌های ۱ تا ۶۹ وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

۴۱- نمودار سرعت - زمان خودرویی که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب خودرو در لحظه

$t_1 = 7s$  چند برابر بزرگی شتاب آن در لحظه  $t_2 = 13s$  است؟



$$\frac{9}{14} \quad (1)$$

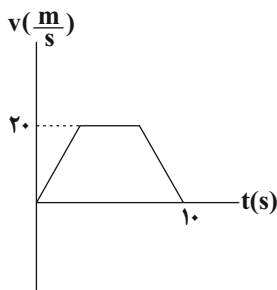
$$\frac{18}{7} \quad (2)$$

$$\frac{9}{7} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

۴۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی

$t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 10s$ ، برابر با  $15 \frac{m}{s}$  باشد، جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی که حرکت آن یکنواخت است، چند متر است؟



$$50 \quad (1)$$

$$125 \quad (2)$$

$$75 \quad (3)$$

$$100 \quad (4)$$

۴۳- دو متحرک A و B با تندی‌های ثابت، در مبدأ زمان به ترتیب از مکان‌های  $x_A = 5m$  و  $x_B = -10m$  در سوی مثبت محور  $x$  عبور می‌کنند. اگر فاصله این دو متحرک از یک دیگر در لحظه  $t = 10s$  برای دومین بار برابر  $5m$  گردد، در چه لحظه‌ای بر

حساب ثانیه، فاصله دو متحرک  $20m$  می‌شود؟

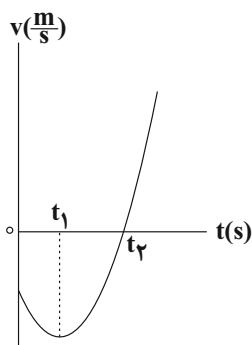
$$17/5 \quad (4)$$

$$20 \quad (3)$$

$$15 \quad (2)$$

$$7/5 \quad (1)$$

۴۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. کدام گزینه در مورد این حرکت درست است؟



(۱) تندی متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_2$  در حال افزایش است.

(۲) متحرک در لحظه  $t_1$  تغییر جهت می‌دهد.

(۳) نوع حرکت متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_2$ ، ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

(۴) در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  بردار شتاب متوسط متحرک و بردار سرعت متوسط آن با یکدیگر هم‌جهت‌اند.



۴۵- متحرک A از حال سکون و از مبدأ مکان با شتاب ثابت  $4 \frac{m}{s^2}$  در جهت مثبت محور X شروع به حرکت می‌کند. دو ثانیه بعد، متحرک B با سرعت ثابت از مبدأ مکان در همان جهت محور X می‌گذرد. حداکثر تندی متحرک B چند متر بر ثانیه باشد تا از متحرک A سبقت نگیرد؟

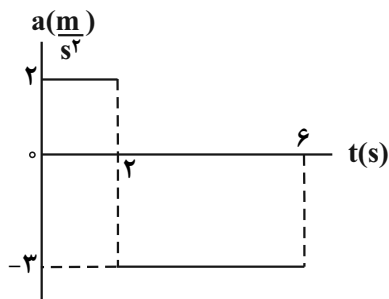
۱۲ (۴)

۱۶ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

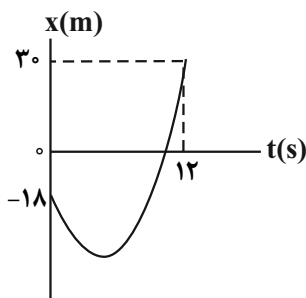
۴۶- نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیه  $10 \frac{m}{s}$  در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی صفر تا ۶s، چند متر بر مربع ثانیه است؟

 $-\frac{4}{3}$  (۱) $\frac{4}{3}$  (۲)

۰/۵ (۳)

-۰/۵ (۴)

۴۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط در ۱۲ ثانیه ابتدایی حرکت برابر  $1 \frac{m}{s}$  باشد، تندی متحرک در لحظه  $t = 12s$ ، چند متر بر ثانیه است؟



۲۴ (۱)

۱۸ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)

۴۸- متحرکی با شتاب ثابت  $4 \frac{m}{s^2}$  در جهت محور X، از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. در چه مکانی، تندی متحرک به  $16 \frac{m}{s}$  می‌رسد؟

 $x = 24m$  (۴) $x = 16m$  (۳) $x = 64m$  (۲) $x = 32m$  (۱)

۴۹- در شرایط خلأ گلوله‌ای را از ارتفاع ۱۲۵ متری سطح زمین رها می‌کنیم. چند ثانیه بعد گلوله دیگری را از همان ارتفاع رها کنیم تا حداکثر فاصله آن‌ها در طول مسیر ۴۵ متر شود؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

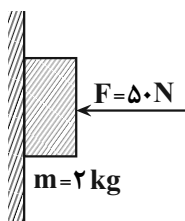
۴ (۴)

۲ (۳)

 $\sqrt{2}$  (۲)

۱ (۱)

۵۰- در شکل زیر، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح قائم برابر  $0/5$  و ضریب اصطکاک جنبشی،  $0/2$  است. نیرویی که از



طرف سطح دیوار قائم بر جسم وارد می شود، چند نیوتون است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۱)  $10\sqrt{26}$

(۲)  $10\sqrt{29}$

(۳) ۵۰

(۴)  $20\sqrt{2}$

۵۱- چتربازی به جرم  $90 \text{ kg}$  از یک بالون به سمت پایین می پرد. در لحظه ای که چتر باز می شود، نیروی مقاومت هوا طبق رابطه  $f_D = 36v^2$

تندی چتر باز است) به چتر باز وارد می شود. اگر در لحظه  $t_1 = 5s$ ، بزرگی شتاب چتر باز  $80 \frac{m}{s^2}$  و در لحظه  $t_2 = 25s$ ، با تندی حدی در

حال سقوط باشد، بزرگی شتاب متوسط چتر باز بین این دو لحظه چند متر بر مربع ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

(۴)  $0/4$

(۳)  $0/3$

(۲)  $0/2$

(۱)  $0/5$

۵۲- شخصی به جرم  $60 \text{ kg}$  درون یک آسانسور بر روی ترازویی ایستاده است. آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  به سمت

پایین شروع به حرکت می کند و سپس با شتاب ثابت به بزرگی  $3 \frac{m}{s^2}$  متوقف می شود. اختلاف بین بیشینه و کمینه اندازه نیرویی

که ترازو نشان می دهد، چند نیوتون است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۴) ۷۸۰

(۳) ۶۰۰

(۲) ۴۸۰

(۱) ۳۰۰

۵۳- اندازه تکانه جسمی که با سرعت ثابت و در مسیری مستقیم در حال حرکت است  $24 \frac{kg \cdot m}{s}$  است. نیروی ثابت  $\vec{F}$  در راستای

حرکت جسم و به مدت زمان  $2s$  به جسم وارد شده و سرعت جسم را به  $\frac{1}{3}$  مقدار اولیه و در خلاف جهت حرکت اولیه آن

می رساند. بزرگی نیروی  $\vec{F}$  چند نیوتون است؟

(۴) ۳۲

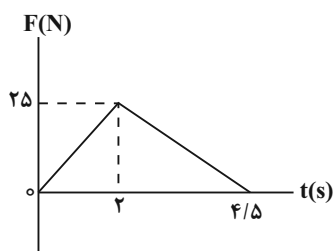
(۳) ۱۶

(۲) ۸

(۱) ۴

۵۴- نمودار نیروی خالص بر حسب زمان برای متحرکی به جرم  $2 \text{ kg}$  که با سرعت اولیه  $5 \frac{m}{s}$  در جهت مثبت محور  $x$  شروع به حرکت

می کند، مطابق شکل زیر است. به ترتیب تکانه جسم در لحظه  $t = 3s$  و نیروی خالص متوسط وارد بر آن در کل حرکت بر حسب



واحدهای SI کدام است؟

(۱)  $12/5 - 35$

(۲)  $25 - 35$

(۳)  $12/5 - 55$

(۴)  $25 - 55$

۵۵- متحرکی به جرم  $40\text{g}$  روی یک دایره به شعاع  $5\text{cm}$  با سرعت زاویه‌ای ثابت می‌چرخد. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در

مدت زمان  $5\text{s}$  برابر با  $78/5\text{cm}$  باشد، اندازه نیروی مرکزگرای وارد بر متحرک چند نیوتون است؟ ( $\pi = 3/14$ )

- (۱)  $0/02\pi^2$  (۲)  $0/002\pi^2$  (۳)  $0/002$  (۴)  $0/04\pi^2$

۵۶- وزن جسمی در فاصله  $R_e$  از سطح زمین  $720$  نیوتون است. وزن این جسم روی سطح سیاره‌ای که جرم آن  $2$  برابر جرم زمین و

شعاع آن  $3$  برابر شعاع زمین است، چند نیوتون است؟ ( $R_e$  شعاع زمین است.)

- (۱)  $160$  (۲)  $320$  (۳)  $810$  (۴)  $640$

۵۷- در حرکت هماهنگ ساده وزنه - فنری، اگر دامنه نوسان را دو برابر کنیم، بیشینه نیروی وارد بر وزنه و دوره تناوب نوسان‌ها، به

ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟

- (۱)  $1/2$  (۲)  $1/2$  (۳)  $1/2$  (۴)  $1/2$

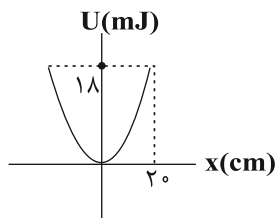
۵۸- هنگامی که اختلاف انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی یک نوسانگر  $25\text{mJ}$  است، تندی نوسانگر نصف تندی آن در نقطه تعادل

است. اگر جرم نوسانگر  $0/2\text{kg}$  و بیشینه شتاب آن  $25\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  باشد، دامنه نوسان نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $4$

۵۹- در شکل روبرو، نمودار انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم  $100\text{g}$  نشان داده شده است. بسامد زاویه‌ای

نوسانگر در SI کدام است؟ ( $\pi = 3$ )



- (۱)  $0/5$

- (۲)  $3$

- (۳)  $2$

- (۴)  $9$

۶۰- دو آونگ ساده کاملاً مشابه (۱) و (۲) به ترتیب در فاصله‌های  $9R_e$  و  $4R_e$  از مرکز زمین در حال حرکت هماهنگ ساده هستند.

اگر در یک مدت زمان معینی یکی از آونگ‌ها  $30$  نوسان بیشتر از دیگری انجام دهد، تعداد نوسان‌های آونگی که تندتر نوسان

می‌کند، در این مدت کدام است؟ ( $R_e$  شعاع زمین است.)

- (۱)  $60$  (۲)  $30$  (۳)  $24$  (۴)  $54$

وقت پیشنهادی: ۲۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت ندرستی + آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۱ تا ۶۶

۶۱- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد.
- بنزین همانند ازلین دارای مولکول‌هایی با گشتاور دوقطبی در حدود صفر است و برخلاف اوره محلول در هگزان می‌باشد.
- با اضافه کردن مقداری صابون به مخلوط ناپایدار آب و روغن، مخلوطی ناهمگن و پایدار ایجاد می‌شود که توانایی پخش نور را دارد.
- تفاوت تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در فرمول مولکولی پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی با گروه R یکسان، برابر ۴ می‌باشد.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۶۲- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) افزودن آنزیم و مقداری نمک‌های فسفات به صابون، هر دو می‌توانند در جهت تقویت قدرت پاک‌کنندگی مؤثر باشند.
- (۲) رفتار نور در دو مخلوط شربت معده و شیر، مشابه یکدیگر است.
- (۳) نیروی بین مولکولی میان لکه چربی و صابون، مشابه نیروی بین مولکولی میان اتانول و آب است.
- (۴) کارایی صابون در نوعی آب مصرفی که دارای املاح زیاد است، می‌تواند با چالش روبه‌رو شود.

۶۳- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، همانند سفیدکننده‌ها یک پاک‌کننده خورنده به‌شمار می‌آید.
- پاک‌کننده‌های غیرصابونی همانند صابون، براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.
- مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ عسل همانند مولکول‌های اوره، می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.
- شیمی‌دان‌ها پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، با ویژگی‌های آن‌ها آشنا نبودند.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۶۴- در یک لیتر از محلول کلسیم کلرید، غلظت یون‌های کلرید برابر با ۱۴۲۰۰ ppm می‌باشد. برای جلوگیری از تشکیل رسوب در این محلول، در ۲۰۰ گرم از صابون به کار رفته حداقل چند درصد جرمی آن باید شامل یون‌های فسفات باشد؟

( $Cl = 35/5, P = 31, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$ )، تمام یون‌های فسفات موجود در صابون در واکنش شرکت می‌کنند. چگالی محلول را

برابر  $1 g \cdot mL^{-1}$  در نظر بگیرید.)

I)  $CaCl_2(aq) \rightarrow Ca^{2+}(aq) + Cl^{-}(aq)$  (واکنش‌ها موازنه شوند.)

II)  $PO_4^{3-}(aq) + Ca^{2+}(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s)$

(۱) ۱۲/۶۷      (۲) ۶/۳۳      (۳) ۱۴/۷۲      (۴) ۷/۳۶

۶۵- در دمای اتاق ۲۰ گرم کلسیم کربنات را به ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با  $pH = 3$  اضافه می‌کنیم. اگر  $pH$  محلول اسید

باقی‌مانده  $\frac{1}{16}$  برابر  $pH$  محلولی از باریوم هیدروکسید باشد که در هر لیتر آن  $5/13$  گرم از این باز وجود دارد، درصد خلوص کلسیم کربنات

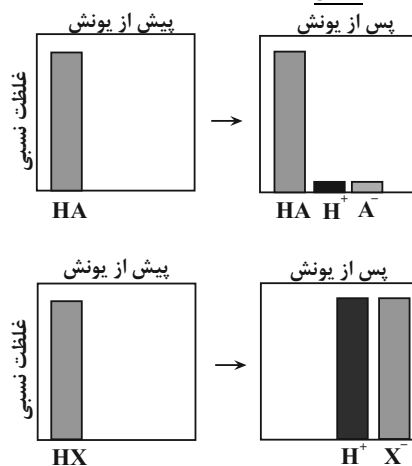
مصرف شده در واکنش به تقریب کدام است؟

( $Ca = 40, C = 12, O = 16, Ba = 137, H = 1 : g \cdot mol^{-1}, \log 2 \approx 0/3, \log 3 \approx 0/5, \log 5 \approx 0/7$ )

(۱) ۶۸      (۲) ۱۷      (۳) ۳۴      (۴) ۸۵

محل انجام محاسبات

۶۶- با توجه به شکل‌های زیر، همه گزینه‌ها درست‌اند، به جز .....



(۱) اسید HA، نمی‌تواند یکی از اسیدهای موجود در باران اسیدی یا باران معمولی باشد.

(۲) در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آبی HX و محلول آبی سولفوریک اسید، یکسان است.

(۳) در دمای اتاق، pH محلول ۰/۱ مولار HA از pH محلول ۰/۱ مولار HX، بیشتر است.

(۴) اسید HX، می‌تواند HCl یا یکی از اسیدهای موجود در باران اسیدی باشد.

۶۷- در محلول X مولار اسید ضعیف HA، غلظت یون هیدرونیوم برابر با  $10^{-2/8}$  مولار و درجه یونش برابر  $10^{-1/3}$  می‌باشد و در محلول Y مولار

اسید ضعیف HY، غلظت یون هیدرونیوم برابر با  $10^{-6/4}$  مولار و درجه یونش برابر  $10^{-5/6}$  است. نسبت  $\frac{X}{Y}$  کدام است؟ ( $\log 2 \approx 0/3$ )

$$10^{-4/3} \quad (1) \quad 2 \times 10^4 \quad (2) \quad 10^{-5} \quad (3) \quad 10^{5/8} \quad (4)$$

۶۸- کدام موارد از مطالب زیر صحیح‌اند؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید).

(آ) ورود فاضلاب‌های صنعتی به محیط زیست سبب تغییر pH می‌شود.

(ب) میزان رسانایی هر نوع محلولی از ترکیبات یونی بیشتر از محلولی از ترکیبات مولکولی است.

(پ) در شرایط یکسان، هرچه ثابت یونش یک اسید بزرگ‌تر باشد، قدرت اسیدی آن بیشتر خواهد بود.

(ت) محلول سدیم هیدروکسید غلیظ می‌تواند رسوب‌های چربی ایجاد شده در مسیر لوله آب را به ترکیب‌های محلول در آب تبدیل کند.

(۱) (آ) و (پ) (۲) (ب) و (پ) (۳) (آ)، (ب) و (ت) (۴) (آ) و (ت)

۶۹- به ۱۶۸ گرم محلول پتاس سوزآور با درصد جرمی مشخص، مقداری آب خالص اضافه کرده‌ایم تا حجم محلول به ۷۵۰ mL برسد،

اگر pH محلول حاصل برابر ۱۲/۷ باشد، غلظت محلول اولیه چند ppm و درصد جرمی آن چقدر است؟

(محلول d =  $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ ) (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.) ( $K = 39, O = 16, H = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

$$12/5 - 1250 \quad (1) \quad 0/1250 - 1250 \quad (2) \quad 12/5 - 12500 \quad (3) \quad 1/25 - 12500 \quad (4)$$

۷۰- کدام عبارت درست است؟

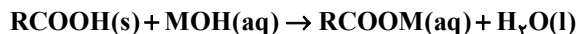
(۱) گل ادریسی در خاک‌های اسیدی به رنگ آبی و در خاک‌های بازی به رنگ سرخ شکوفا می‌شود.

(۲) جوش شیرین یک ماده ضد اسید است که با محلول HCl واکنش داده و تنها فرآورده‌های آن آب و NaCl می‌باشد.

(۳) در دمای ثابت با افزایش حجم محلول، حاصل عبارت  $[\text{H}^+][\text{OH}^-]$  کاهش می‌یابد.

(۴) در معادله واکنش  $\text{NaOH}(\text{aq})$  با  $\text{HCl}(\text{aq})$ ، یون‌های  $\text{Na}^+(\text{aq})$  و  $\text{Cl}^-(\text{aq})$  با یکدیگر واکنش می‌دهند.

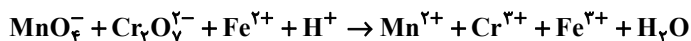
۷۱- جرم مشخصی از اسید چرب با ۷۵ گرم از باز MOH با خلوص ۶۷٪ جرمی و جرم مولی ۴۰ گرم واکنش می‌دهد. آب تشکیل شده می‌تواند ۴/۸ میلی‌لیتر از یک محلول را به ۰/۲۵ غلظت اولیه آن برساند. به تقریب چند درصد از MOH خالص در واکنش شرکت کرده است و اگر باقی‌مانده MOH خالص بتواند ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول HCl را به‌طور کامل خنثی کند، غلظت محلول اسید به تقریب چند گرم بر لیتر است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



( $\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Cl} = 35.5; \text{g.mol}^{-1}$ ) جرم (g) و حجم (mL) آب تولید شده را برابر در نظر بگیرید.)

(۱) ۳۳,۶۴ (۲) ۲۳,۶۴ (۳) ۳۳,۳۶ (۴) ۲۳,۳۶

۷۲- کدام گزینه در مورد واکنش زیر، پس از موازنه درست است؟



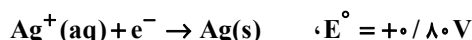
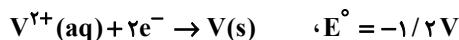
(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت کننده در واکنش برابر ۵۹ است.

(۲) در این واکنش یک گونه اکسنده و دو گونه کاهنده وجود دارد.

(۳) تغییر عدد اکسایش هر اتم منگنز،  $\frac{5}{3}$  برابر تغییر عدد اکسایش هر اتم کروم است.

(۴) اتم‌های هیدروژن و اکسیژن در این واکنش اکسایش یافته‌اند.

۷۳- با توجه به مقدار  $E^\circ$  نیم‌واکنش‌های زیر، کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟



(آ)  $\text{V}^{2+}(\text{aq})$ ، اکسنده‌ای قوی‌تر از  $\text{Ag}^+(\text{aq})$  است.

(ب) در شرایط یکسان، تبدیل  $\text{V}^{2+}(\text{aq})$  به  $\text{V(s)}$ ، آسان‌تر از تبدیل  $\text{Pb}^{2+}(\text{aq})$  به  $\text{Pb(s)}$  است.

(پ) سلول گالوانی «سرب - نقره» از  $E^\circ$  سلول گالوانی «وانادیم - سرب» کوچک‌تر است.

(ت) واکنش:  $2\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{Pb(s)} \rightarrow \text{Pb}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{Ag(s)}$ ، در یک سلول گالوانی به‌طور طبیعی (خودبه‌خودی) پیش می‌رود.

(۱) پ، ت (۲) آ، ت (۳) ب، پ، ت (۴) آ، ب، پ

۷۴- در سلول گالوانی X - Cu (X می‌تواند فلزی از جنس آهن، روی یا منیزیم باشد). نسبت تقریبی بیش‌ترین ولتاژ سلول به کم‌ترین ولتاژ کدام است و در شرایط یکسان بیش‌ترین کاهش جرم برای تیغه آندی در سلول متعلق به کدام فلز است؟

(به ترتیب از راست به چپ) ( $\text{Fe} = 56, \text{Zn} = 65, \text{Mg} = 24; \text{g.mol}^{-1}$ )

نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ$ (V)
$\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu(s)}$	+۰/۳۴
$\text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Fe(s)}$	-۰/۴۴
$\text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Zn(s)}$	-۰/۷۶
$\text{Mg}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Mg(s)}$	-۲/۳۷

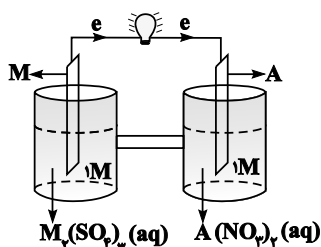
(۱) ۳/۴۷ - منیزیم

(۲) ۶/۹۴ - روی

(۳) ۳/۴۷ - روی

(۴) ۶/۹۴ - منیزیم

۷۵- با توجه به شکل زیر (سلول  $M-A$ )، چه تعداد از عبارات‌های زیر درست هستند؟ (جرم مولی  $M$  برابر ۲۷ گرم بر مول است).



- (آ) تیغه  $M$  قطب منفی (آند) و تیغه  $A$  قطب مثبت (کاتد) سلول را تشکیل می‌دهد.  
 (ب) با گذشت زمان غلظت  $M^{3+}$  افزایش یافته و غلظت  $A^{2+}$  کاهش می‌یابد.  
 (پ) طبق قانون پایستگی جرم، تغییر جرم آند با تغییر جرم کاتد برابر است.  
 (ت) برای تداوم جریان، یون‌های نیترات از طریق دیواره متخلخل از نیم‌سلول کاتدی به نیم‌سلول آندی مهاجرت می‌کنند.

(ث) به هنگام مبادله  $18.06 \times 10^{21}$  الکترون، ۲۷۰ میلی‌گرم از جرم تیغه  $M$  کاسته می‌شود.

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۷۶- با مصرف الکترون‌های آزاد شده از اکسایش چند گرم فلز در نیم‌واکنش آندی واکنش  $Al + Cu^{2+} \rightarrow Al^{3+} + Cu$ ، در نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب، ۲/۲۴ لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP آزاد می‌شود و در واکنش اکسایش - کاهش داده شده چند

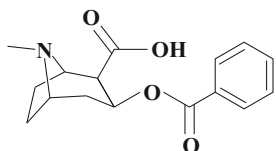
مول فلز تولید می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید و  $Al = 27, Cu = 64: g.mol^{-1}$ )

- (۱) ۳/۶، ۰/۱ (۲) ۱/۸، ۰/۱ (۳) ۳/۶، ۰/۲ (۴) ۱/۸، ۰/۲

۷۷- کدام مطلب درباره سلول گالوانی و سلول الکترولیتی درست است؟

- (۱) در سلول گالوانی، الکتروود آند، قطب مثبت است.  
 (۲) در سلول گالوانی، قطب منفی آند و در سلول الکترولیتی قطب مثبت آند است و در هر دو سلول، کاتیون‌ها به سمت کاتد می‌روند.  
 (۳) در سلول الکترولیتی، در قطب منفی، اکسایش انجام شده و از جرم تیغه فلزی کاسته می‌شود.  
 (۴) در سلول الکترولیتی، قطب منفی و در سلول گالوانی، آند محل تشکیل اتم از یون است.

۷۸- با توجه به ساختار مقابل، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن و اتم‌های اکسیژن برابر است.  
 (۲) تمام اتم‌های کربن این مولکول، می‌توانند در واکنش‌های اکسایش - کاهش نقش اکسنده یا کاهنده را ایفا کنند.

- (۳) اختلاف عدد اکسایش دو اتم با بیش‌ترین و کم‌ترین عدد اکسایش، برابر تعداد اتم‌های کربن با عدد اکسایش (-۱) است.  
 (۴) بیش‌تر از نصف کل تعداد اتم‌های این مولکول را اتم‌های هیدروژن تشکیل می‌دهد.

۷۹- کدام موارد از مطالب بیان شده زیر درست‌اند؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید).

(آ) در نیم‌واکنش اکسایش آهن سفید،  $Zn$  کاهنده است. *@chatGPT Ai*

- (ب) فرایند آبکاری در سلول الکترولیتی انجام می‌شود و جسم آبکاری‌شونده به قطب مثبت باتری متصل می‌گردد.  
 (پ) نسبت عدد اکسایش اتم نیتروژن در نیتروآسید به عدد اکسایش اتم نیتروژن در نیتریک‌اسید، برابر ۰/۶ است.  
 (ت) در سلول گالوانی  $A-B$ ، جهت حرکت الکترون‌ها از سمت  $A$  به سوی  $B$  است، بنابراین  $E_A^\circ$  بزرگ‌تر از  $E_B^\circ$  است.  
 (۱) آ، ب، پ (۲) آ، پ (۳) ب، ت (۴) پ، ت

۸۰- در آبکاری یک قاشق آهنی ۲۴ گرمی توسط روکشی از نقره، از ۵ لیتر محلول ۰/۸ مولار نقره نیترات استفاده شده است. اگر در پایان فرایند ۳٪ به جرم قاشق اضافه شده باشد؛ به ترتیب تعداد الکترون‌های عبوری از مدار الکتریکی و تعداد کاتیون‌های  $Ag^+(aq)$

باقی‌مانده در محلول کدام است؟ ( $Ag = 108 g.mol^{-1}$  و آند از جنس نقره است).

- (۱)  $4/816 \times 10^{23} - 1/8 \times 10^{22}$  (۲)  $2/408 \times 10^{24} - 4 \times 10^{21}$   
 (۳)  $4 \times 10^{21} - 4/816 \times 10^{23}$  (۴)  $2/408 \times 10^{24} - 1/8 \times 10^{22}$



## آزمون هدیۀ ۱۵ دی ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

### دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-مهرداد استقلالیان-مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-سپهیل حسن خان پور-عادل حسینی-محمد رضا راسخ علی شهرابی-رضا طاری-سپهر متولی-علیرضا نداف زاده-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-سوگند روشنی-هومن عقیلی-مهرداد ملوندی	هندسه ۳	
امیر حسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-احمد رضا فلاح	ریاضیات گسسته	
محمد اسدی-زهره آقامحمدی-امیر حسین برادران-میثم دشتیان-محمد علی عباسی-بهادر کامران-مصطفی کیانی-علیرضا گوته غلامرضا محبی-سیدعلی میرنوری-سیدجلال میری-حسین ناصحی	فیزیک	
مجتبی اسدزاده-رنوف اسلام دوست-فرزین بوستانی-مسعود جعفری-محمد رضا جمشیدی-حسن رحمتی کوکنده-علی رحیمی علیرضا رضایی سراب-فرزاد رضایی-جهان شاهی بیگباغی-ساجد شیری-مسعود طبرسا-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره حسن عیسی زاده-حسن ناصری نائی	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین برادران	پارسا عیوض پور
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی مهدی شریفی	امیر رضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سپهیل تقی زاده	مهید خالئی	مهید خالئی	حسین بصیر ترکمبور	احسان پنجه شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	دانیال راستی	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	امیر حسین مرتضوی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳





$$= (x^2 - 4x + 4)(x - c) = x^3 + (-4 - c)x^2 + (4 + 4c)x - 4c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4c = -12 \Rightarrow c = 3 \\ b = 4 + 4c \Rightarrow b = 16 \\ a = -4 - c \Rightarrow a = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b + 2a = 16 - 14 = 2$$

(مسئله ۲-۲ فرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۵)

۵- گزینه «۴» (مسئله بر ملا)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1+x}{2-x} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{x+1}{-(x-2)} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{x-2+3}{-(x-2)} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ -1 - \frac{3}{x-2} \right] = [-1 - 0^+] \\ &= [(-1)^-] = -2 \end{aligned}$$

(مسئله ۲-۲ فرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۶- گزینه «۱» (معمد رضا، اسخ)

با استفاده از نمودار ضابطه توابع  $f$  و  $g$  را می‌نویسیم:

تابع  $f$  یک تابع خطی است و نمودار آن با جهت مثبت محور  $x$  ها زاویه

$15^\circ$  می‌سازد. بنابراین شیب آن برابر  $\tan(15^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  است. داریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{\sqrt{3}}{3}x + b \xrightarrow{(1, 2) \in f} 2 = -\frac{\sqrt{3}}{3} + b \\ \Rightarrow b &= \frac{6 + \sqrt{3}}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{6 + \sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

حال نمودار تابع  $g$  بر نمودار تابع  $f$  عمود است. بنابراین نسبت شیب خط آن عکس و قرینه شیب خط نمودار تابع  $f$  است. داریم:

$$\begin{aligned} g(x) &= \sqrt{3}x + b' \xrightarrow{(1, 2) \in g} 2 = \sqrt{3} + b' \Rightarrow b' = 2 - \sqrt{3} \\ \Rightarrow g(x) &= \sqrt{3}x + 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left| -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{6 + \sqrt{3}}{3} \right|}{\sqrt{3}x + 2 - \sqrt{3}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{6 + \sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}x + 2 - \sqrt{3}} \\ \xrightarrow{\text{هم‌ارزی بتوان}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{\sqrt{3}}{3}x}{\sqrt{3}x} &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

(مسئله ۲-۲ فرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۷- گزینه «۲» (سپهر متولی)

ضابطه تابع  $f$  را  $f(x) = mx + h$  که  $m > 0$  است، در نظر می‌گیریم.

$$\text{در نتیجه } f^{-1}(x) = \frac{1}{m}x - \frac{h}{m} \text{ است.}$$

### حسابان ۲

۱- گزینه «۳» (عادل مسینی)

رابطه تقسیم را می‌نویسیم:

$$2x^5 - x + 3 = (x-1)(x-2)q(x) + ax + b$$

$x = 1$  .  $x = 2$  را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} 4 = a + b \\ 65 = 2a + b \end{cases} \Rightarrow a = 61, b = -57$$

پس  $r(x) = 61x - 57$  و  $r(-1) = -118$  است.

(مسئله ۲-۲ تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲- گزینه «۲» (رضا طاری)

باید حد راست و چپ را محاسبه کنیم:

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(-1)^{|x|}}{f(x) + f(3-x)} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(-1)^{|4^-|}}{f(4^-) + f(3-4^-)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(-1)^3}{0^- + f(-1)^+} = \frac{-1}{0^- + 0^+} = +\infty$$

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(-1)^{|x|}}{f(x) + f(3-x)} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(-1)^{|4^+|}}{f(4^+) + f(3-4^+)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(-1)^4}{0^+ + f(-1)^-} = \frac{1}{0^+ + 0^+} = +\infty$$

بنابراین حد عبارت داده شده برابر  $+\infty$  است.

(مسئله ۲-۲ فرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۵)

۳- گزینه «۳» (مسئله بر ملا)

حدهای چپ و راست تابع را در  $x = 0$  حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - (1^-)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - (1^-)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

نمودار گزینه «۳» این ویژگی‌ها را دارد.

(مسئله ۲-۲ فرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۵)

۴- گزینه «۱» (سپهر مسینی، فان پور)

چون حاصل حد برابر  $-\infty$  شده است، قطعاً  $x = 2$  ریشه مخرج است و چون

حد چپ و راست تابع در  $x = 2$  هم‌علامت شده، ریشه  $x = 2$  قطعاً مضاعف

خواهد بود.

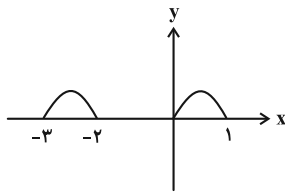
$$x^3 + ax^2 + bx - 12 = (x-2)^2(x-c)$$



$$g(x) = \sqrt{-f(-x)} |f(-x)|$$

$$\xrightarrow{f(-x) \leq 0} g(x) = \sqrt{f^2(-x)} = |f(-x)|$$

با توجه به دامنه تابع  $g$ ، نمودار نهایی به صورت زیر است:



(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

(معمردضا، پاسخ)

۱- گزینه «۳»

فرض می‌کنیم  $x_1, x_2, x_3, x_4$  صفرهای تابع  $f$  باشند. در نتیجه صفرهای تابع  $y = -3f(5-2x)$  به صورت

$$\frac{5-x_1}{2}, \dots, \frac{5-x_4}{2}$$
 می‌باشد. حال داریم:

$$\frac{5-x_1}{2} + \frac{5-x_2}{2} + \frac{5-x_3}{2} + \frac{5-x_4}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 10 - \frac{1}{2}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19$$

حال برای صفرهای تابع  $y = f(\frac{1}{2}x - 1)$  داریم:

$$2(x_1 + 1) + 2(x_2 + 1) + 2(x_3 + 1) + 2(x_4 + 1)$$

$$= 2(x_1 + x_2 + \dots + x_4) + 8 = 2(19) + 8 = 46$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

(سعیر تن آرا)

۱۱- گزینه «۲»

می‌دانیم حاصل ضرب دو تابع صعودی با مقادیر مثبت، تابعی صعودی است. در

گزینه «۲» توابع  $y = \sqrt{x}$  و  $y = 2^x + 1$  هر دو صعودی با مقادیر مثبت هستند و حاصل ضرب آن‌ها نیز صعودی می‌باشد؛ لذا این تابع یکتوا می‌باشد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(کاتم ایلالی)

۱۲- گزینه «۲»

$$f(x) = 4^{x-1} - 8^x = 4^x \left(\frac{1}{4} - 2^x\right) = -4^x \left(2^x - \frac{1}{4}\right)$$

اگر فرض کنیم  $g(x) = 4^x$  و  $h(x) = 2^x - \frac{1}{4}$  آن‌گاه توابع  $g$  و  $h$

روی  $(0, +\infty)$  مثبت و اکیداً صعودی‌اند. پس تابع  $g \times h$  روی این بازه

اکیداً صعودی است. از طرف دیگر:

$$f(x) = -(g \times h)(x)$$

بنابراین  $f$  روی بازه  $(0, +\infty)$  اکیداً نزولی است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{m}(2x+1) - \frac{h}{m}}{m(2x) + h + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{2}{m}x}{2mx} = \frac{2}{2m} = \frac{1}{m} \Rightarrow m^2 = 36 \xrightarrow{m>0} m = 6$$

پس ضابطه تابع  $f$  و  $f^{-1}$  به ترتیب  $f(x) = 6x + h$  و

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{6}x - \frac{h}{6}$$
 است. در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x+1) + x}{f^{-1}(x-1) - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6(x+1) + h + x}{\frac{1}{6}(x-1) - \frac{h}{6} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x}{-\frac{5}{6}x} = -\frac{42}{5}$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

(سپهر متولی)

۸- گزینه «۳»

$$a = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2, \quad b = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$$

$$g(x) = \frac{(1-2x)^3 + (1-x^3) + 3x^2}{(1)(x^2 + x)(-3x + 2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-2x)^3 + (1-x^3) + 3x^2}{(x^2 + x)(-3x + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 6x + 12x^2 - 8x^3 + 1 - x^3 + 3x^2}{-3x^3 + 2x^2 - 3x^2 + 2x}$$

$$\xrightarrow{\text{هم‌ارزی پرتوان}} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-9x^3}{-3x^3} = 3$$

پس خط  $y = 3$  مجانب افقی تابع  $g(x)$  می‌باشد.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

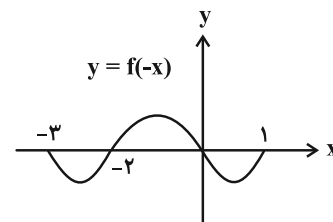
(شاهین پروازی)

۹- گزینه «۲»

با توجه به دامنه تابع  $f$ ، ابتدا دامنه تابع  $g$  را پیدا می‌کنیم:

$$D_g : -f(-x) |f(-x)| \geq 0 \Rightarrow -f(-x) \geq 0 \Rightarrow f(-x) \leq 0$$

با رسم نمودار تابع  $y = f(-x)$  محدوده نامثبت را در نظر می‌گیریم:



$$f(-x) \leq 0 \Rightarrow D_g = [-3, -2] \cup [0, 1]$$

حال ضابطه آن را ساده می‌کنیم:



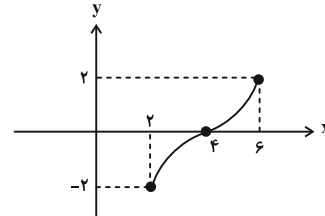
۱۳- گزینه «۲»

(جوابش نیکنام)

$$f(x) = \sqrt{x-2} + (-\sqrt{6-x})$$

$$D_f = [2, 6] \quad (1)$$

تابع  $f$  مجموع دو تابع اکیداً صعودی است پس، اکیداً صعودی است و نمودار آن به صورت تقریبی شبیه شکل زیر است:



ابتدا دامنه تابع  $y = f(f(x) + 4)$  را حساب می‌کنیم:

$$2 \leq f(x) + 4 \leq 6 \Rightarrow -2 \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow 2 \leq x \leq 6 \quad (2)$$

و حال نامعادله را حل می‌کنیم:

$$f(f(x) + 4) \leq 0 \xrightarrow{\text{اکیداً صعودی } f} f(x) + 4 \leq 4$$

$$\Rightarrow f(x) \leq 0 \Rightarrow x \in [2, 4] \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1), (2), (3)} x \in [2, 4]$$

این بازه شامل سه عدد صحیح ۲، ۳ و ۴ است که مجموع آن‌ها برابر ۹ است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

ابتدا خواسته مسئله را کمی ساده‌تر می‌کنیم:

$$1 - \tan 1^\circ \times \tan 2^\circ = 1 - \frac{\sin 1^\circ \sin 2^\circ}{\cos 1^\circ \cos 2^\circ}$$

$$= \frac{\cos 1^\circ \cos 2^\circ - \sin 1^\circ \sin 2^\circ}{\cos 1^\circ \cos 2^\circ}$$

$$= \frac{\cos(1^\circ + 2^\circ)}{\cos 1^\circ \cos 2^\circ} = \frac{\cos 3^\circ}{\cos 1^\circ \cos 2^\circ}$$

با توجه به فرمول  $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$  داریم:

$$\frac{\cos 3^\circ}{\cos 1^\circ \cos 2^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{a} \left( 2 \left( \frac{1}{a^2} \right) - 1 \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2(a^3 - a)}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

۱۵- گزینه «۲»

(عارل مسینی)

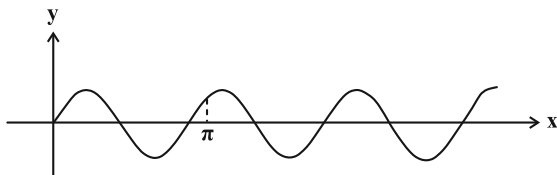
ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{k \cos 2kx \frac{\sin kx}{\cos kx}}{\cos^2 kx} = k \sin kx \cos kx \cos 2kx$$

$$= \frac{k}{2} \sin 2kx \cos 2kx \Rightarrow f(x) = \frac{k}{4} \sin 4kx$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ x \mid kx = n\pi + \frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z} \right\}$$

بدیهی است که  $k \neq 0$  است. حال اگر  $k > 0$  باشد، نمودار تابع باید به صورت زیر باشد:



در این حالت  $\pi$  از یک دوره تناوب بزرگ‌تر و از  $\frac{3}{2}\pi$  دوره تناوب کوچک‌تر

است. دقت کنید که برای  $k < 0$  هم همین استدلال درست است، پس داریم:

$$T \leq \pi < \frac{3T}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{|k|} < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq |k| < \frac{3}{2}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۶- گزینه «۳»

(علی شهرابی)

فاصله دو نقطه به طول‌های  $\frac{\pi}{18}$  و  $\frac{5\pi}{9}$  برابر با  $1/5$  دوره تناوب است.

$$\frac{3}{2}T = \frac{5\pi}{9} - \frac{\pi}{18} \Rightarrow \frac{3}{2}T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \frac{\pi}{3}$$

از طرفی دوره تناوب تابع  $f(x) = \tan(ax + b)$  برابر با  $\frac{\pi}{|a|}$  است و چون

نمودار داده شده اکیداً صعودی است،  $a$  باید مثبت باشد، پس داریم:

$$\frac{\pi}{a} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow a = 3$$

تا اینجا ضابطه تابع به صورت  $f(x) = \tan(3x + b)$  شد. مقدار تابع به

ازای  $x = \frac{\pi}{18}$  صفر است.

$$f\left(\frac{\pi}{18}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{6} + b\right) = 0 \xrightarrow{\text{اولین ریشه مثبت است}} \frac{\pi}{6} + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{\pi}{6}$$

البته برای  $b$ ، تمام مقادیر  $k\pi - \frac{\pi}{6}$  را می‌توان در نظر گرفت.

$$\Rightarrow f(x) = \tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow f\left(-\frac{\pi}{36}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۱۷ - گزینه «۱»

(علیرضا نرافزاده)

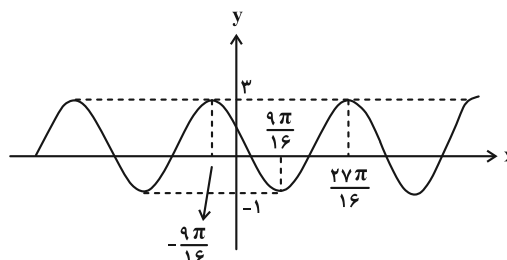
ابتدا ضابطه تابع را ساده تر می نویسیم:

$$f(x) = a \left( \frac{1 - \cos 2(bx - \frac{2\pi}{4})}{2} \right) + c$$

$$= -\frac{a}{2} \cos(2bx - \frac{2\pi}{2}) + \frac{a}{2} + c \Rightarrow f(x) = \frac{a}{2} \sin 2bx + \frac{a}{2} + c$$

$$\text{دوره تناوب تابع برابر } T = \frac{62\pi}{16} - \frac{27\pi}{16} = \frac{9\pi}{4} \text{ است، پس نمودار کامل}$$

شده تابع به صورت زیر است:



$$T = \frac{2\pi}{2|b|} = \frac{9\pi}{4} \Rightarrow |b| = \frac{4}{9} \Rightarrow b = \pm \frac{4}{9} \quad \text{و داریم:}$$

بیشترین مقدار و کمترین مقدار تابع هم به ترتیب ۳ و -۱ است:

$$\begin{cases} y_{\max} = \frac{|a|}{2} + \frac{a}{2} + c = 3 \\ y_{\min} = -\frac{|a|}{2} + \frac{a}{2} + c = -1 \end{cases}$$

در  $x=0$  تابع  $f$  نزولی است، پس  $a$  و  $b$  غیر هم علامت اند، یعنی اگر

$$a = 4 \text{ باشد، } a = -4 \text{ و اگر } b = -\frac{4}{9} \text{ باشد، } b = \frac{4}{9} \text{ است. در نهایت}$$

$$f(x) = 1 - 2 \sin \frac{4}{9} x \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow f(2\pi) = 1 - 2 \sin \frac{4}{9} (2\pi) = 1 - 2 \sin \frac{8\pi}{9}$$

$$= 1 - 2 \sin \frac{\pi}{9} = 1 - \sqrt{3}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۲۳ تا ۲۹)

۱۸ - گزینه «۴»

(علیرضا نرافزاده)

$$\sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = -1$$

$$\Rightarrow \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin(-\frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

جواب های بازه  $[0, \pi]$  عبارتند از صفر،  $\frac{2\pi}{4}$  و  $\pi$  که مجموع آنها برابر

$$\frac{7\pi}{4} \text{ است.}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۳۵ تا ۴۴)

(معادله نیکنام)

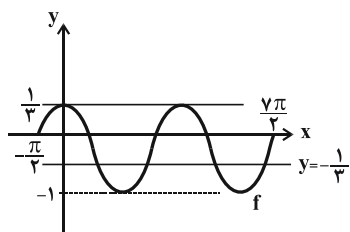
۱۹ - گزینه «۲»

$$9f^2(x) - 1 = 0 \Rightarrow f(x) = \pm \frac{1}{3}$$

برای تعیین تعداد جوابهای معادله فوق، کافی است تعداد نقاط تلاقی نمودار

 $f$  و خطوط  $y = \pm \frac{1}{3}$  را تعیین کنیم.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x}{3} & ; \cos x \geq 0 \\ \cos x & ; \cos x < 0 \end{cases}$$

مطابق شکل فوق، خط  $y = \frac{1}{3}$  نمودار را در دو نقطه و خط  $y = -\frac{1}{3}$  نمودار

را در ۴ نقطه قطع می کند. پس در مجموع در ۶ نقطه تلاقی دارند.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۳۵ تا ۴۴)

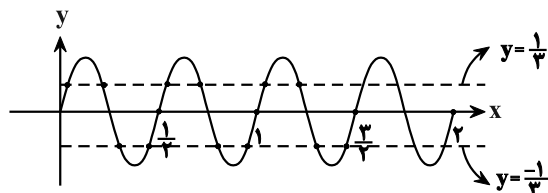
(مهرزاد استقلالیان)

۲۰ - گزینه «۳»

$$\cos(\pi \sin(4\pi x)) = \cos \frac{\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z} \rightarrow \pi \sin(4\pi x) = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \sin 4\pi x = 2k \pm \frac{1}{3} \quad \begin{matrix} -1 \leq \sin \alpha \leq 1 \\ \text{فقط } k=0 \end{matrix} \Rightarrow \sin 4\pi x = \pm \frac{1}{3}$$

$$y = \sin 4\pi x, T = \frac{2\pi}{|4\pi|} = \frac{1}{2}$$



(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۳۵ تا ۴۴)



$$\Rightarrow A^3 - A^2 = (17A + 4I) - (4A + I) = 13A + 3I$$

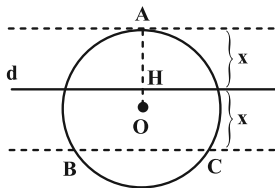
$$\Rightarrow \begin{cases} m = 13 \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow m + n = 16$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(سیرمهمرضا حسینی فردر)

گزینه «۱» - ۲۳

مکان هندسی نقاطی که از خط  $d$  به فاصله  $x$  باشند دو خط موازی با  $d$  در دو طرف آن است. در حالتی که یکی از این خطها مماس بر دایره باشد، سه نقطه به دست می‌آید.



مثلث  $ABC$  متساوی‌الاضلاع است و ارتفاع آن برابر  $2x$  است.

مرکز دایره محیطی مثلث  $ABC$ ، نقطه همرسی عمودمنصف‌ها یا در مثلث متساوی‌الاضلاع، همان نقطه همرسی میانه‌ها است، پس داریم:

$$OA = \frac{2}{3}h_a \Rightarrow R = \frac{2}{3}(2x) \Rightarrow x = \frac{3}{4}R = 3$$

$$\Rightarrow OH = R - x = 4 - 3 = 1$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

(سیرمهمرضا حسینی فردر)

گزینه «۳» - ۲۴

با توجه به رابطه  $A^2 = 3A - I$  داریم:

$$A^2 = 3A - I \xrightarrow{A^{-1} \times} A = 3I - A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = 3I - A$$

$$\Rightarrow A^{-1}B = 3B - AB = 3 \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

تذکر: دقت کنید که  $A$  ماتریسی از مرتبه  $2 \times 2$  است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(سوگندر روشنی)

گزینه «۴» - ۲۵

طبق توضیحات داده شده ابتدا معادله منحنی گفته شده را به دست می‌آوریم:

$$M(x, y)$$

$$|MA| = \sqrt{2} |MB|$$

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{2} \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2}$$

هندسه ۳

گزینه «۳» - ۲۱

(سیرمهمرضا حسینی فردر)

دایره  $x^2 + y^2 - 12x - 14y + 81 = 0$  به مرکز  $O(6, 7)$  و شعاع  $R = 2$  است. دایره مورد نظر باید در ناحیه اول بر هر دو محور مختصات مماس باشد. بنابراین  $O'(\alpha, \alpha)$  مرکز آن و  $R' = \alpha$  شعاع آن است. اگر دو دایره مماس خارج باشند، داریم:

$$OO' = R + R' \Rightarrow \sqrt{(\alpha-6)^2 + (\alpha-7)^2} = 2 + \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 3\alpha + 81 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ \alpha = 27 \end{cases}$$

پس شعاع بزرگ‌ترین دایره برابر ۲۷ است.

توجه: در حالتی که دو دایره را مماس داخل بگیریم، مقادیر  $\alpha$  برابر  $11 \pm 2\sqrt{10}$  به دست می‌آید که بزرگ‌ترین دایره نیستند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

(سیرمهمرضا حسینی فردر)

گزینه «۱» - ۲۲

روش اول:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 20 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 20 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38 & 85 \\ 17 & 38 \end{bmatrix}$$

$$A^3 - A^2 = mA + nI$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 38 & 85 \\ 17 & 38 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 20 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m & 65m \\ m & 29m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 29 & 65 \\ 13 & 29 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m+n & 65m \\ m & 29m+n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 13 \\ 2m + n = 29 \Rightarrow 26 + n = 29 \Rightarrow n = 3 \end{cases}$$

$$m + n = 13 + 3 = 16$$

روش دوم: طبق رابطه کیلی - همیتون داریم:

$$A^2 = (2+2)A - (4-5)I \Rightarrow A^2 = 4A + I$$

$$\Rightarrow A^3 = A^2 \times A = (4A + I) \times A$$

$$= 4A^2 + A = 4(4A + I) + A = 17A + 4I$$

(انگشین فاصله‌شان)

۲۸- گزینه «۱»

$$A \times B = \begin{bmatrix} a & 1 & b \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 2b & 3 & 2c \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{درایه سطر دوم و ستون اول} \Rightarrow 2b + 2 = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\text{درایه سطر دوم و ستون سوم} \Rightarrow 2c - 2 = 0 \Rightarrow c = 1$$

$$\text{درایه سطر اول و ستون دوم} \Rightarrow -a + 3 + b = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$a + b + c = 2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۷ تا ۲۱)

(مورداز ملونری)

۲۹- گزینه «۲»

معادله دایره داده شده را به صورت  $(x+1)^2 + y^2 = 8$  بازنویسیمی‌کنیم. نقطه  $W' = (-1, 0)$  مرکز این دایره و شعاع آن برابر

$$R' = 2\sqrt{2}$$

است. طبق فرض مرکز و شعاع دایره  $C$  هم  $W = (2, 3)$ و  $R = \sqrt{2}$  است. داریم:

$$WW' = \sqrt{(2+1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

چون  $WW' = R + R'$ ، پس دو دایره  $C$  و  $C'$  مماس بیرون بوده و ۳

مماس مشترک دارند که ۲ تای آن‌ها مماس مشترک خارجی و یکی مماس

مشترک داخلی است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

(امیرمسین ابومیبوب)

۳۰- گزینه «۴»

$$A = \begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 2 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 2|A|^2 - 2|A|$$

$$\Rightarrow 2|A|^2 - 3|A| = 0 \Rightarrow |A|(2|A| - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 & \text{غلقق} \\ |A| = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$(|A|^2 - 1)|A| = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 2x^2 + 2y^2 + 4x - 12y + 20$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 6x - 8y + 15 = 0 \rightarrow \text{معادله دایره است.}$$

$$\begin{cases} O(-3, 4) \\ R = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 64 - 60} = \sqrt{10} \end{cases}$$

$$\text{فاصله مرکز دایره تا خط } OH = \frac{|-9 - 16 - 5|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{30}{5} = 6$$

در نتیجه خط  $L$  خارج دایره است و بیشترین فاصله نقاط روی دایره از خط

$$L \text{ برابر } OH + R \text{ است.} \Rightarrow \sqrt{10} + 6$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

(انگشین فاصله‌شان)

۲۶- گزینه «۳»

$$\text{اگر } B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ و } D = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ باشد، آن‌گاه داریم:}$$

$$BAC = D \Rightarrow A = B^{-1}DC^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

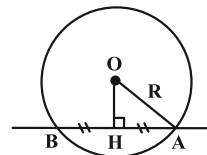
$$= \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 12 & -21 \\ -17 & 30 \end{bmatrix}$$

$$12 - 21 = -9$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(هومن عقیلی)

۲۷- گزینه «۲»

مختصات مرکز دایره  $O(1, 1)$  و شعاع آن  $R = \frac{\sqrt{37}}{2}$  است.

$$OH = \frac{|6 + 8 - 9|}{\sqrt{36 + 64}} = \frac{1}{2}$$

$$HA = \sqrt{\frac{37}{4} - \frac{1}{4}} = 3 \Rightarrow AB = 2 \times 3 = 6$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)



(سوکلدر روشنی)

گزینه «۳» -۳۴

$$5 \mid 3k+1 \begin{cases} \xrightarrow{\text{توان } 2} 25 \mid 9k^2 + 6k + 1 \\ \xrightarrow{\times 5} 25 \mid 15k + 5 \\ \hline 25 \mid 9k^2 + 21k + 6 \\ \text{بدیهی: } 25 \mid 25k^2 + 25k + 25 \\ \hline 25 \mid 16k^2 + 4k + 19 \\ \hline 25 \mid 25k \\ \hline 25 \mid 16k^2 + 29k + 19 \end{cases}$$

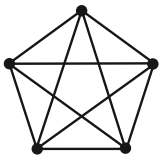
مجموع ارقام:  $2+9=11$ 

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

(غرزاد یواری)

گزینه «۱» -۳۵

گراف پنج رأسی منتظم که در آن درجات رئوس، بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد مطابق شکل زیر به صورت گراف کامل  $K_5$  می‌باشد (یعنی  $G$  گرافی است از مرتبه ۵ که ۴- منتظم است).

می‌دانیم در گراف کامل  $K_p$  از مرتبه  $p$  تعداد دورهای به طول  $m$  برابر

$$\binom{p}{m} \frac{(m-1)!}{2} \quad \text{است با:}$$

بنابراین داریم:

$$K_5 \text{ در } 3 \text{ در } = \binom{5}{3} \frac{(3-1)!}{2} = 10 \times 1 = 10$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(غرزاد یواری)

گزینه «۳» -۳۶

براساس اطلاعات داده شده درجات رئوس گراف  $G$  به صورت ۱، ۲، ۳، ۳، ۳ خواهد بود.

$$\sum_{i=1}^5 \deg(v_i) = 3(3) + 2 + 1 = 2q \Rightarrow q(G) = 6$$

می‌خواهیم با  $G$  یک گراف کامل  $K_5$  بسازیم:

ریاضیات گسسته

گزینه «۱» -۳۱

(مطقی دیداری)

اگر  $n \geq 2$  آن‌گاه  $n!$  زوج است پس  $a$  عددی فرد است.  $b^4$  مقسوم‌علیه عدد فرد  $a$  است پس  $b^4$  فرد و در نتیجه  $b$  هم فرد است. باقی‌مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸ برابر ۱ است. پس داریم:

$$11a^2 + b^2 + 1 \equiv 11(1) + (1) + 1 \equiv 13 \equiv 5$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(سوکلدر روشنی)

گزینه «۲» -۳۲

طرفین معادله را هم‌نهشت به پیمانه ۱۵ می‌گیریم:

$$\sum_{n=0}^{1402} n! x \equiv 1403 \pmod{15}$$

$$(0! + 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! + \dots + 1402!) x \equiv 1403 \pmod{15}$$

$$\Rightarrow 4x \equiv 8 \pmod{(4,15)=1} \xrightarrow{+4} x \equiv 2 \pmod{15} \Rightarrow x = 15k + 2$$

به ازای  $k = 66$  بزرگ‌ترین مقدار سه رقمی  $x$  به دست می‌آید:

$$x_{\max} = 992 \Rightarrow 9 + 9 + 2 = 20$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(سوکلدر روشنی)

گزینه «۲» -۳۳

$$\left. \begin{matrix} 2 \\ a \equiv 1 \\ 11 \\ a \equiv 1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} 33 & 33 \\ a \equiv 1 \equiv -32 \\ 4 & 4 \\ a \equiv 0 \equiv -32 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} 132 & 132 \\ a \equiv -32 \equiv 100 \end{matrix}$$

$$a = 132k + 100 \begin{cases} \xrightarrow{\text{کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی}} a = 100 \\ k=0 \\ \xrightarrow{\text{بزرگ‌ترین عدد ۳ رقمی}} b = 892 \\ k=6 \end{cases}$$

رقم یکان  $b^a$  برابر است با:  $892^{100} \equiv 2^4 \equiv 6$ 

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)



پس تفاضل حداکثر و حداقل مقدار دو رقمی مقسوم ۳۵ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۹- گزینه «۱» (امیرمسین ابومیبوب)

ابتدا تعداد یال‌های گراف  $\bar{G}$  را به دست می‌آوریم:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 6 + q(\bar{G}) = \frac{7 \times 6}{2}$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = 21 - 6 = 15$$

اگر گراف  $\bar{G}$  شامل یک گراف  $K_m$  و یک رأس تنها باشد، آن‌گاه

$\delta = 0$  است. برای به دست آوردن حداکثر مقدار  $\delta$  از رابطه زیر استفاده

می‌کنیم:

$$\delta \leq \frac{2q}{p} \Rightarrow \delta \leq \frac{2 \times 15}{7} \Rightarrow \delta_{\max} = 4$$

بنابراین حداقل و حداکثر مقدار  $\delta$ ، به ترتیب برابر صفر و ۴ است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴۰- گزینه «۴» (مصطفی دبداری)

شرط وجود جواب معادله هم‌نهشتی  $ax \equiv b \pmod{m}$  این است که  $(a, m) | b$ ؛

چون معادله جواب ندارد  $24 | (11a + 9, 5a - 2)$ .

اگر  $d = (11a + 9, 5a - 2)$  باشد، آن‌گاه:

$$\begin{cases} d | 11a + 9 \xrightarrow{\times 5} d | 55a + 45 \\ d | 5a - 2 \xrightarrow{\times 11} d | 55a - 22 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 67 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } d = 67$$

اگر  $d = 1$  باشد معادله جواب پیدا می‌کند پس باید  $d = 67$  باشد.

$$67 | 5a - 2 \Rightarrow 5a - 2 \equiv 0 \Rightarrow 5a \equiv 2 - 67 = -65$$

$$\xrightarrow{+5} a \equiv -13 \Rightarrow a = 67k - 13$$

$$\xrightarrow{k=1} a = 67 - 13 = 54 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 9$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

$$q(K_5) = \binom{5}{2} = 10$$

پس می‌بایست ۴ یال دیگر به  $G$  اضافه کنیم تا تبدیل به  $K_5$  شود.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۳۷- گزینه «۲» (فرزاد یواری)

روش اول:  $a$  مضرب ۳ است اما مضرب ۶ نیست (یعنی مضرب ۲ نیست).

پس  $a$  به فرم  $2(2k+1)$  می‌باشد.

$$a = 2k + 3 \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$a^2 = 4k^2 + 12k + 9 = 4(4k^2 + 9k + 2) + 1$$

$$a^2 = 4q + 1 \Rightarrow a^2 - 3 = 4q - 2 \Rightarrow a^2 - 3 = 4q - 4 + 4 - 2$$

$$a^2 - 3 = 4(q-1) + 2 \Rightarrow a^2 - 3 = 4q' + 2 \Rightarrow r = 2$$

روش دوم: چون  $a$  مضرب ۳ است و زوج نیست نتیجه می‌گیریم  $a$  فرد

است بنابراین  $a^2$  به صورت  $4q + 1$  می‌باشد. به عبارت دیگر  $a^2$  را

می‌توان به صورت  $4(2q) + 1$  نوشت:

$$a^2 = 4(2q) + 1 \Rightarrow a^2 = 4q' + 1 \Rightarrow a^2 - 3 = 4q' - 2$$

$$\Rightarrow a^2 - 3 = 4q'' + 2 \Rightarrow r = 2$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۳۸- گزینه «۲» (امد رضا فلاح)

$$a = bq + r \xrightarrow{a=7r} 7r = bq + r \Rightarrow 6r = bq \quad (1)$$

می‌دانیم:

$$r < b \xrightarrow{\times 6} 6r < 6b \Rightarrow bq < 6b \Rightarrow q < 6 \Rightarrow q_{\max} = 5$$

$$(1) \quad 6r = bq \xrightarrow{q=5} 6r = 5b \quad (2)$$

یعنی  $r$  مضرب ۵ است.  $5 | 6r \Rightarrow 5 | r$   
یعنی  $b$  مضرب ۶ است.  $6 | 5b \Rightarrow 6 | b$

$$r = 5 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow a_{\min} = 7r = 35 \quad \checkmark$$

$$r = 10 \Rightarrow b = 12 \Rightarrow a_{\max} = 7r = 70 \quad \checkmark$$

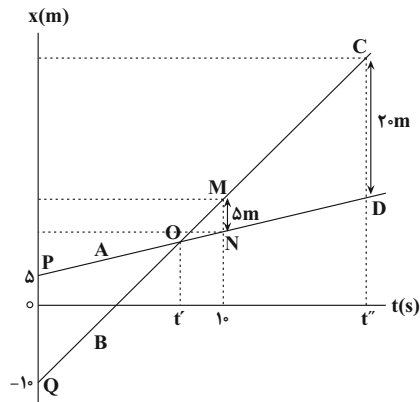
$$r = 15 \Rightarrow b = 18 \Rightarrow a = 105 \quad \times$$





$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{MN}} = \frac{t'}{10-t'} \quad \frac{\overline{PQ}=15m}{\overline{MN}=5m} \rightarrow \frac{15}{5} = \frac{t'}{10-t'} \Rightarrow 3 = \frac{t'}{10-t'}$$

$$\Rightarrow 30 - 3t' = t' \Rightarrow 30 = 4t' \Rightarrow t' = 7.5s$$



اکنون، با استفاده از تشابه مثلث‌های CDO و OPQ، لحظه  $t''$  را که فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر  $20m$  است، می‌یابیم:

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{CD}} = \frac{t'}{t''-t'} \Rightarrow \frac{15}{20} = \frac{7.5}{t''-7.5} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{t''-7.5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{t''-7.5} \Rightarrow t''-7.5 = 4 \Rightarrow t'' = 11.5s$$

روش دوم: با نوشتن معادله مکان - زمان برای دو متحرک داریم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + 5 \\ x_B = v_B t - 10 \end{cases} \Rightarrow x_B - x_A = (v_B - v_A)t - 15$$

$$\frac{x_B - x_A = 5m}{t=10s} \Rightarrow 5 = (v_B - v_A) \times 10 - 15 \Rightarrow v_B - v_A = 2 \frac{m}{s}$$

$$x_B - x_A = (v_B - v_A)t - 15 \xrightarrow{x_B - x_A = 20m} t = \frac{35}{2} = 17.5s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

#### گزینه «۴» ۴۴

(علیرضا کونه)

گزینه «۱»: نادرست است. تندی متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  در حال افزایش و از لحظه  $t_1$  تا لحظه  $t_2$  در حال کاهش است.

گزینه «۲»: نادرست است. متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن صفر شده و علامت سرعت تغییر کند. می‌بینیم در لحظه  $t_1$ ، علامت سرعت تغییر نکرده (از صفر تا  $t_2$  سرعت منفی است) و اندازه آن نیز صفر نشده است.

گزینه «۳»: نادرست است. در بازه زمانی صفر تا  $t_1$ ، اندازه سرعت در جهت منفی در حال افزایش است. بنابراین، حرکت تندشونده می‌باشد. در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، اندازه سرعت در جهت منفی در حال کاهش است، لذا حرکت کندشونده است؛ در نتیجه، در مجموع، حرکت، ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

#### فیزیک ۳

#### گزینه «۳» ۴۱

(سیدعلی میرنوری)

با توجه به این که نمودار  $v-t$  بین دو لحظه  $t=6s$  و  $t=8s$ ، یک خط با شیب ثابت است، شتاب متحرک در تمام لحظه‌های متعلق به این بازه زمانی، با شیب این خط برابر است. یعنی:

$$\text{شیب خط} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{35-20}{8-6} = \frac{15}{2} \frac{m}{s^2}$$

چون لحظه  $t_1 = 7s$  مربوط به این بازه زمانی است، لذا  $a_{t=7s} = \frac{15}{2} \frac{m}{s^2}$  می‌باشد.

به همین ترتیب، برای تعیین بزرگی شتاب در لحظه  $t_2 = 13s$  که بین بازه زمانی  $t=8s$  تا  $t=14s$  است، داریم:

$$\text{شیب خط} = \frac{0-35}{14-8} = \frac{-35}{6} \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{t=13s}| = \frac{35}{6} \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{|a_{t=7s}|}{|a_{t=13s}|} = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{35}{6}} = \frac{9}{7}$$

در نهایت داریم:

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲، ۱۶ و ۱۷)

#### گزینه «۴» ۴۲

(امیرعسین برادران)

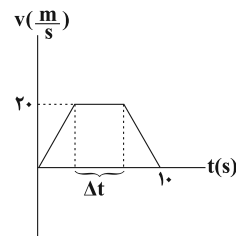
مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. با توجه به نمودار، مدت زمانی که حرکت متحرک یکنواخت است را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \Delta x = S = v_{av} \Delta t = 15 \times 10 = 150m$$

$$S = \frac{(10 + \Delta t) \times 20}{2} \Rightarrow (10 + \Delta t)10 = 150 \Rightarrow \Delta t = 5s$$

اکنون با توجه به رابطه جابه‌جایی در حرکت یکنواخت داریم:

$$\Delta x' = v \Delta t = 20 \times 5 = 100m$$

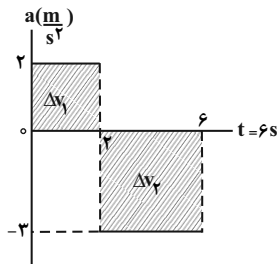


(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

#### گزینه «۴» ۴۳

(امیرعسین برادران)

روش اول: ابتدا، مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و سپس با توجه به تشابه مثلث‌های MNO و OPQ، لحظه  $t'$  که متحرک B از کنار متحرک A می‌گذرد را می‌یابیم:



$$v_2 = v_0 + \Delta v_1 \quad \frac{\Delta v_1 = 2 \times 2 = 4 \frac{m}{s}}{v_0 = -10 \frac{m}{s}}$$

$$v_2 = -10 + 4 = -6 \frac{m}{s}$$

$$v_6 = v_2 + \Delta v_2 \quad \frac{\Delta v_2 = -3 \times (6-2) = -12 \frac{m}{s}}{v_6 = -6 + (-12) = -18 \frac{m}{s}}$$

$$v_6 = -6 + (-12) = -18 \frac{m}{s}$$

اکنون شتاب متوسط را پیدا می‌کنیم:

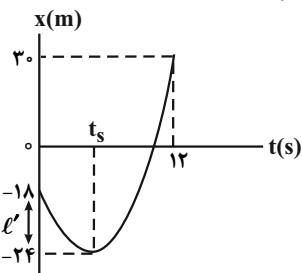
$$a_{av} = \frac{v_6 - v_0}{\Delta t} = \frac{-18 - (-10)}{6} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

(امیرمسین برادران)

گزینه «۴» ۴۷-

اگر مسافت طی شده توسط متحرک را از لحظه شروع حرکت تا لحظه تغییر جهت برابر  $l'$  در نظر بگیریم، با توجه به رابطه‌های تندى و سرعت متوسط داریم:



$$\text{مسافت طی شده} = l = l' + l' + 18 + 30 \Rightarrow l = 48 + 2l'$$

$$\text{جابه‌جایی} = \Delta x = x_2 - x_1 = 30 - (-18) \Rightarrow \Delta x = 48m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \quad \frac{\Delta t = 12s}{s_{av} = \frac{48 + 2l'}{12} = 4 + \frac{l'}{6}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{48}{12} = 4 \frac{m}{s}$$

از طرف دیگر داریم:

$$s_{av} - v_{av} = 1 \Rightarrow 4 + \frac{l'}{6} - 4 = 1 \Rightarrow \frac{l'}{6} = 1 \Rightarrow l' = 6m$$

با محاسبه  $l'$ ، مکان متحرک در لحظه  $t_s$  برابر  $t_s = -18 - 6 = -24m$  است. بنابراین با نوشتن معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت بین دو

لحظه (صفر تا  $t_s$ ) و ( $t_s$  تا  $t = 12s$ )، شتاب متحرک و به دنبال آن  $v_{12}$  را می‌یابیم. برای سادگی در محاسبه  $x = -24m$  را مبدأ مکان و  $t_s$  را مبدأ زمان در نظر می‌گیریم. در این حالت  $v_s = 0$  به عنوان سرعت اولیه محسوب می‌شود.

گزینه «۴» درست است. با توجه به رابطه  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  و  $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  چون در بازه زمانی صفر تا  $t_1$ ،  $\Delta v < 0$  و همچنین  $\Delta x < 0$  است، لذا  $a_{av} < 0$  و  $v_{av} < 0$  هستند. یعنی بردار شتاب متوسط و بردار سرعت متوسط، هم‌جهت‌اند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

(امیرمسین برادران)

گزینه «۳» ۴۵-

مبدأ زمان را در لحظه‌ای که متحرک B از مبدأ مکان عبور می‌کند در نظر می‌گیریم و معادله حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم. به همین منظور لازم است، سرعت متحرک A و مکان آن را بعد از دو ثانیه بیابیم که این دو سرعت اولیه و مکان اولیه متحرک A محسوب می‌شوند.

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad \begin{matrix} x_0 = 0, v_0 = 0 \\ a = 4 \frac{m}{s^2}, t = 2s \end{matrix}$$

$$x_A = \frac{1}{2} \times 4 \times 2^2 + 0 + 0 \Rightarrow x_A = 8m$$

$$v_A = a_A t + v_{0A} = 4 \times 2 + 0 \Rightarrow v_A = 8 \frac{m}{s}$$

در لحظه‌ای که متحرک B شروع به حرکت می‌کند، برای متحرک A

$$x_{0B} = 8m \text{ و } v_{0A} = 8 \frac{m}{s}$$

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2} \times 4t^2 + 8t + 8$$

$$\Rightarrow x_A = 2t^2 + 8t + 8$$

اکنون معادله حرکت متحرک B را می‌نویسیم. چون سرعت متحرک B ثابت

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{x_{0B}=0} x_B = v_B t \quad \text{است، داریم:}$$

چون در لحظه‌ای که متحرک A به متحرک B می‌رسد، مکان آنها یکسان است، معادلات آنها را مساوی هم قرار می‌دهیم و  $v_B$  را می‌یابیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 2t^2 + 8t + 8 = v_B t \Rightarrow 2t^2 + 8t - v_B t + 8 = 0$$

$$2t^2 + (8 - v_B)t + 8 = 0$$

چون حداکثر تندى متحرک B خواسته شده است، این معادله باید یک جواب داشته باشد. بنابراین باید  $\Delta = 0$  باشد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow (8 - v_B)^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0 \Rightarrow (8 - v_B)^2 = 64$$

$$\Rightarrow 8 - v_B = \pm 8 \Rightarrow (-) \Rightarrow v_B = 16 \frac{m}{s}, (+) \Rightarrow v_B = 0 \text{ غ. ق. ق.}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۱» ۴۶-

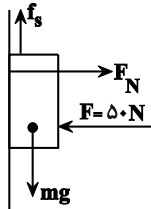
می‌دانیم، سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان برابر  $\Delta v$  است بنابراین با توجه به شکل زیر و استفاده از سطح زیر نمودار  $a-t$ ، ابتدا سرعت در لحظه  $t = 6s$  را می‌یابیم:



(مصطفی کیانی)

۵- گزینه «۲»

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم نموده و سپس بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح دیوار قائم را می‌یابیم و نیروی وزن جسم را با آن مقایسه می‌کنیم. اگر  $mg > f_{s, \max}$  باشد، جسم حرکت می‌کند و باید نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنیم؛ در غیر این صورت جسم ساکن می‌ماند و  $f_s = mg$  خواهد بود. دقت کنید، چون جسم در راستای افقی ساکن است،  $F_N = F = 50 \text{ N}$  می‌باشد.



$$f_{s, \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.5} \xrightarrow{F_N = 50 \text{ N}} f_{s, \max} = 0.5 \times 50 = 25 \text{ N}$$

چون  $mg = 20 \text{ N} < f_{s, \max} = 25 \text{ N}$  است، جسم ساکن می‌ماند؛ بنابراین

$$f_s = mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$$

نیروی عمودی سطح ( $F_N$ ) و نیروی اصطکاک می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} \xrightarrow{f_s = 20 \text{ N}} \xrightarrow{F_N = 50 \text{ N}} R = \sqrt{400 + 2500}$$

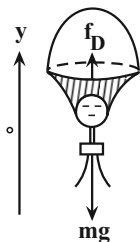
$$= \sqrt{2900} = \sqrt{100 \times 29} \Rightarrow R = 10\sqrt{29} \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

(امیرمسین برادران)

۵۱- گزینه «۱»

ابتدا نیروهای وارد بر چترباز را رسم نموده و سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، تندی چترباز را در لحظه  $t_1$  می‌یابیم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \xrightarrow{f_D = 36v^2, m = 90 \text{ kg}} \xrightarrow{a = 8 \frac{m}{s^2}, g = 10 \frac{m}{s^2}}$$

$$36v_1^2 - 90 \times 10 = 90 \times 8 \Rightarrow 36v_1^2 = 90 \times 18$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{90 \times 18}{36} = \frac{900}{4} \Rightarrow v_1 = \frac{30}{2} = 15 \frac{m}{s}$$

اکنون تندی حدی چترباز را می‌یابیم. چون در حالت تندی حدی نیروی خالص وارد بر چترباز صفر است، می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_D - mg = 0 \Rightarrow f_D = mg$$

$$\Rightarrow 36v_2^2 = 90 \times 10 \Rightarrow v_2^2 = \frac{900}{36} \Rightarrow v_2 = \frac{30}{6} = 5 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_s t \Rightarrow \begin{cases} 6 = \frac{1}{2} at_s^2 + 0 \\ 30 + 24 = \frac{1}{2} a \times (12 - t_s)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{54} = \frac{\frac{1}{2} at_s^2}{\frac{1}{2} a (12 - t_s)^2} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{t_s^2}{(12 - t_s)^2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_s}{12 - t_s}$$

$$\Rightarrow t_s = 3 \text{ s}$$

$$6 = \frac{1}{2} at_s^2 \xrightarrow{t_s = 3 \text{ s}} 6 = \frac{1}{2} a \times 9 \Rightarrow a = \frac{4 \text{ m}}{3 \text{ s}^2}$$

در آخر سرعت متحرک در لحظه  $t = 12 \text{ s}$  برابر است با:

$$v_{12} = a(12 - t_s) + v_s \xrightarrow{v_s = 0} v_{12} = \frac{4}{3} \times (12 - 3)$$

$$\Rightarrow v_{12} = 12 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

(میتم شتیان)

۴۸- گزینه «۱»

با داشتن  $a$ ،  $v_0$  و  $v$  از معادله سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) استفاده می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0 = 0, v = 16 \frac{m}{s}} \xrightarrow{a = 4 \frac{m}{s^2}} 16^2 - 0 = 2 \times 4 \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = 32 \text{ m} \xrightarrow{x_0 = 0} x = 32 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۱)

(بواد کمران)

۴۹- گزینه «۱»

زمان رسیدن گلوله اول به زمین از رابطه زیر محاسبه می‌شود: (جهت مثبت را بالا در نظر می‌گیریم).

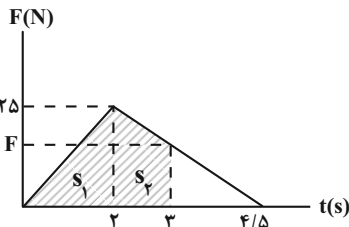
$$\Delta y = -\frac{1}{2} gt^2 + v_s t \Rightarrow -125 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 25 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

حداکثر فاصله دو گلوله هنگام رسیدن گلوله اول به زمین اتفاق می‌افتد، بنابراین اگر حداکثر فاصله دو گلوله از هم ۴۵ متر باشد، گلوله دوم بایستی ارتفاعی معادل  $125 - 45 = 80$  متر را طی کرده باشد. زمان لازم برای پیمودن این فاصله برابر است با:

$$\Delta y = -\frac{1}{2} gt^2 + v_s t \Rightarrow -80 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

بنابراین اختلاف زمان حرکت آن‌ها  $5 - 4 = 1 \text{ s}$  می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)



$$\Delta p = s_1 + s_2 \Rightarrow \Delta p = \left(\frac{25 \times 2}{2}\right) + \left(\frac{25 + 15}{2} \times 1\right) \Rightarrow \Delta p = 45 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p_0 = mv_0 = 2 \times 5 \Rightarrow p_0 = 10 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta p = p_3 - p_0 \Rightarrow 45 = p_3 - 10 \Rightarrow p_3 = 55 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون برای محاسبه نیروی خالص متوسط در کل زمان حرکت، ابتدا تغییرات تکانه را در کل زمان حرکت از مساحت زیر نمودار محاسبه کرده و سپس با

استفاده از رابطه  $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$  را به دست می آوریم:

$$\Delta p_{\text{کل}} = \frac{25 \times 4}{2} \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{25 \times 4 / 2}{4 / 5} \Rightarrow F_{av} = 12.5 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۸ تا ۴۱)

(مهم اسری)

۵۵- گزینه «۲»

ابتدا محیط دایره را به دست می آوریم:

$$P = 2\pi r \frac{r = \Delta cm}{\pi = 3.14} \Rightarrow P = 2 \times 3.14 \times 14 \times 5 = 31.4 \text{ cm}$$

اکنون تعداد دورهایی که متحرک پیموده است را محاسبه می کنیم:

$$\text{دور} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{محیط دایره}} = \frac{78 / 5}{31.4 / 4} = 2.5$$

با توجه به این که متحرک در مدت زمان ۵ ثانیه، ۲.۵ دور را پیموده است، بنابراین، دوره حرکت متحرک برابر است با:

$$T = \frac{5}{2.5} = 2 \text{ s} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

مطابق رابطه اندازه نیروی مرکزگرا در حرکت دایره ای یکنواخت داریم:

$$F_r = mr\omega^2 \xrightarrow{\omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, r = \Delta cm = 0.05 \text{ m}, m = 4.0 \text{ g} = 0.04 \text{ kg}}$$

$$F_r = 0.04 \times 0.05 \times \pi^2 = 0.002 \pi^2 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۸ تا ۵۲)

(مسین ناصبی)

۵۶- گزینه «۴»

نسبت وزن جسم برابر با نسبت شتاب گرانشی در محل جسم است.

$$W = mg \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{g'}{g}$$

در آخر با استفاده از رابطه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow{t_1 = 5 \text{ s}, t_2 = 25 \text{ s}} a_{av} = \frac{5 - 15}{25 - 5} = -0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۶ و ۳۷)

(امیرمسین برادران)

۵۲- گزینه «۱»

بیشینه نیرویی که ترازو نشان می دهد مربوط به حالتی است که حرکت آسانسور کندشونده است و کمینه نیرویی که ترازو نشان می دهد مربوط به حالتی است که حرکت آسانسور تندشونده است.

$$F_N = m(g + a) \begin{cases} \text{حرکت تندشونده به سمت پایین} \rightarrow F_N = m(g - a) \quad (I) \\ \text{حرکت کندشونده به سمت پایین} \rightarrow F_N' = m(g + a') \quad (II) \end{cases}$$

$$(I), (II) \rightarrow F_N' - F_N = m(g + a') - m(g - a)$$

$$\Rightarrow F_N' - F_N = m(a + a')$$

$$\xrightarrow{a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, a' = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, m = 60 \text{ kg}} F_N' - F_N = 60(2 + 2) = 240 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۷ و ۳۸)

(مهم علی عباسی)

۵۳- گزینه «۳»

طبق رابطه  $\vec{p} = m\vec{v}$ ، اندازه تکانه و سرعت متناسب با هم هستند و جهت آن ها یکسان است.

$$\vec{v}_2 = -\frac{1}{3}\vec{v}_1 \Rightarrow \vec{p}_2 = -\frac{1}{3}\vec{p}_1$$

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = -\frac{1}{3}\vec{p}_1 - \vec{p}_1 = -\frac{4}{3}\vec{p}_1$$

$$|\vec{F}| = \frac{|\Delta \vec{p}|}{\Delta t} = \frac{\frac{4}{3}|\vec{p}_1|}{2} = \frac{4 \times 24}{2} = 16 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۸ تا ۴۱)

(زهرا آقاممدری)

۵۴- گزینه «۳»

ابتدا نیروی خالص وارد بر متحرک را در لحظه  $t = 3 \text{ s}$  می یابیم. مطابق شکل، با توجه به ثابت بودن شیب خط در بازه زمانی ۲s تا ۴/۵s و با استفاده از تشابه مثلث ها داریم:

$$\frac{25}{4/5 - 2} = \frac{F}{4/5 - 3} \Rightarrow \frac{25}{2/5} = \frac{F}{1/5} \Rightarrow F = 15 \text{ N}$$

از طرف دیگر، با توجه به این که، مساحت زیر نمودار نیرو- زمان برابر تغییرات تکانه است، تغییرات تکانه را تا لحظه  $t = 3 \text{ s}$  محاسبه می کنیم و سپس تکانه متحرک را در لحظه  $t = 3 \text{ s}$  می یابیم:

در آخر با استفاده از رابطه  $E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$  و با توجه به این که

$a_{\max} = \omega^2 A$  است، به صورت زیر  $A$  را می یابیم:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A \times A \xrightarrow{\omega^2 A = a_{\max}} E = \frac{1}{2} m a_{\max} \times A$$

$$\frac{E = 5.0 \text{ mJ} = 5.0 \times 10^{-3} \text{ J}}{a_{\max} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, m = 0.2 \text{ kg}} \rightarrow 5.0 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times 25 \times A$$

$$\Rightarrow A = 2 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۶ و ۶۷)

(سید بلال میری)

۵۹- گزینه «۲»

با توجه به نمودار

$$\begin{cases} A = 2.0 \text{ cm} = 0.02 \text{ m} \\ U_{\max} = 18 \times 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \\ m = 0.1 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 18 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times \omega^2 \times 0.04$$

$$\omega^2 = 9 \Rightarrow \omega = 3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۶ و ۶۷)

(غلامرضا ممی)

۶۰- گزینه «۴»

می دانیم دوره تناوب یک نوسانگر هماهنگ ساده از رابطه  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$  به دست

می آید و تعداد نوسانها در مدت زمان  $t$  برابر  $N = \frac{t}{T}$  است، از طرفی، چون دو

نوسانگر در فاصله های  $r_1$  و  $r_2$  از مرکز زمین قرار دارند، داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \xrightarrow{g_1 = \frac{r_2^2}{r_1^2}} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{r_2}{r_1} \xrightarrow{r_2 = 4R_e} \frac{T_2}{T_1} = \frac{4R_e}{R_e} = 4$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4R_e}{R_e} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 4$$

اکنون برای به دست آوردن رابطه بین نوسانهای دو آونگ به صورت زیر عمل می کنیم:

$$T = \frac{t}{N} \xrightarrow{t = \text{ثابت}} \frac{T_2}{T_1} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow N_1 = \frac{4}{9} N_2$$

با توجه به این  $T_2 < T_1$  است، آونگ دوم تندتر نوسان می کند، و تعداد نوسانهای آن در یک بازه زمانی معین، بیشتر است. بنابراین می توان نوشت:

$$N_2 - N_1 = 30 \xrightarrow{N_1 = \frac{4}{9} N_2} N_2 - \frac{4}{9} N_2 = 30$$

$$\Rightarrow \frac{5}{9} N_2 = 30 \Rightarrow N_2 = 54$$

می بینیم، تعداد نوسانهای آونگ تندتر (آونگ با دوره کم تر)  $N_2 = 54$  است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۵ و ۶۶)

با توجه به رابطه شتاب گرانش داریم:

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{R'^2}{R^2} \xrightarrow{R' = 2R_e, M' = 2M_e} \frac{g'}{g} = \frac{2M_e}{M_e} \frac{R_e^2}{(2R_e)^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{2M_e}{M_e} \frac{R_e^2}{(2R_e)^2} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\frac{W'}{W} = \frac{g'}{g}} \frac{W'}{W} = \frac{1}{2} \rightarrow W = 720 \text{ N}$$

$$\Rightarrow W' = 720 \times \frac{1}{2} = 360 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- رینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۴۸ تا ۵۶)

(مصطفی کیانی)

۵۷- گزینه «۲»

بنا به رابطه  $F_{\max} = kA = m\omega^2 A$ ، بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر با دامنه نوسان نسبت مستقیم دارد. بنابراین، اگر دامنه نوسان ۲ برابر شود، بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر نیز دو برابر خواهد شد.

$$F_{\max} = kA \xrightarrow{k = \text{ثابت}} \frac{F'_{\max}}{F_{\max}} = \frac{A'}{A} \xrightarrow{A' = 2A} \frac{F'_{\max}}{F_{\max}} = \frac{2A}{A} = 2$$

$$\frac{F'_{\max}}{F_{\max}} = 2$$

برای دوره تناوب، سامانه جرم - فنر، بنا به رابطه  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ ، دوره تناوب به دامنه بستگی ندارد؛ بنابراین، با تغییر دامنه نوسان، دوره تناوب تغییر نخواهد کرد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۵۵ تا ۵۷)

(مصطفی کیانی)

۵۸- گزینه «۲»

ابتدا باید انرژی کل نوسانگر را بیابیم. با توجه به این که در نقطه تعادل تندی نوسانگر بیشینه و  $K_{\max} = E$  است، می توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{m = \text{ثابت}} \frac{K_{\max}}{K} = \left(\frac{v_{\max}}{v}\right)^2 \xrightarrow{K_{\max} = E, v = \frac{1}{2} v_{\max}} \frac{K_{\max}}{K} = 4$$

$$\frac{E}{K} = \left(\frac{v_{\max}}{\frac{1}{2} v_{\max}}\right)^2 \Rightarrow \frac{E}{K} = 4 \Rightarrow K = \frac{1}{4} E$$

از طرف دیگر  $E = K + U$  و  $U - K = 25 \text{ mJ}$  است. بنابراین می توان نوشت:

$$E = K + U \xrightarrow{U = K + 25} E = K + K + 25$$

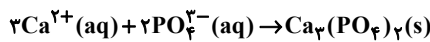
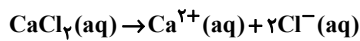
$$\Rightarrow E = 2K + 25 \xrightarrow{K = \frac{1}{4} E} \Rightarrow E = 2 \times \frac{1}{4} E + 25 \Rightarrow E - \frac{1}{2} E = 25 \Rightarrow \frac{1}{2} E = 25 \Rightarrow E = 50 \text{ mJ}$$



(حسن، رمضانی کوکندره)

۶۴- گزینه «۲»

با توجه به این که غلظت یون کلرید برابر ۱۴۲۰۰ ppm می‌باشد، یعنی در یک لیتر از این محلول ۱۴۲۰۰ میلی‌گرم یون  $Cl^-$  وجود دارد. با توجه به واکنش‌های موازنه شده زیر می‌توان نوشت:



$$? g PO_4^{3-} = 14200 \times 10^{-3} g Cl^- \times \frac{1 mol Cl^-}{35.5 g Cl^-} \times \frac{1 mol Ca^{2+}}{2 mol Cl^-}$$

$$\times \frac{2 mol PO_4^{3-}}{3 mol Ca^{2+}} \times \frac{95 g PO_4^{3-}}{1 mol PO_4^{3-}} \approx 12.67 g PO_4^{3-}$$

$$\text{درصد جرمی یون فسفات} = \frac{12.67}{200} \times 100 \approx 6.33\%$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۸، ۹ و ۱۲)

(مسعود چغفری)

۶۵- گزینه «۳»

ابتدا تعداد مول اولیه HCl را به دست می‌آوریم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-0.3} = \frac{1}{10^{0.3}}$$

$$= \frac{1}{2} = 0.5 mol.L^{-1} \Rightarrow [H^+] = 0.5 mol.L^{-1}$$

$$mol(H^+) = [H^+] \times V = 0.5 \times \frac{400}{1000} = 0.2 mol H^+$$

مقداری از این  $0.2 mol H^+$  (یا همان  $0.2 mol HCl$ ) وارد واکنش با کلسیم کربنات می‌شود و بقیه آن در محلول باقی می‌ماند. با توجه به اطلاعاتی که از محلول باریم هیدروکسید داریم، می‌توانیم تعداد مول  $H^+$  باقی‌مانده در محلول را محاسبه کنیم. ابتدا pH محلول باریم هیدروکسید را به دست می‌آوریم:

$$M_{Ba(OH)_2} = \frac{n(mol)}{V(L)} = \frac{5/13 g Ba(OH)_2 \times \frac{1 mol Ba(OH)_2}{171 g Ba(OH)_2}}{1L}$$

$$= 0.3 mol.L^{-1}$$

$$[OH^-] = n.M_{Ba(OH)_2} = 2 \times 0.3 = 0.6 mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow pOH = -\log[OH^-] = -\log(6 \times 10^{-2}) = 2 - 0.3 - 0.5 = 1.2$$

$$\Rightarrow pH_{Ba(OH)_2} = 14 - 1.2 = 12.8$$

$$\frac{pH_{HCl \text{ باقی‌مانده}}}{pH_{Ba(OH)_2}} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{x}{12.8} = \frac{1}{16} \Rightarrow x = 0.8$$

$$0.8 = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-0.8}$$

شیمی ۳

۶۱- گزینه «۴»

(معاون شاهی بیکباغی)

همه عبارت‌ها درست هستند.

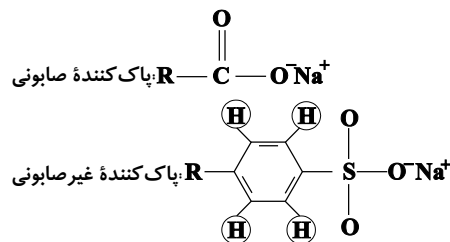
بررسی عبارت‌ها:

عبارت (اول): با توجه به متن کتاب در صفحه ۳ صحیح است.

عبارت (دوم): بنزین ( $C_8H_{18}$ ) و وازلین ( $C_{25}H_{52}$ ) هر دو ناقطبی هستند ولی اوره ( $CO(NH_2)_2$ ) قطبی است.

عبارت (سوم): مخلوط آب، صابون و روغن، یک مخلوط ناهمگن و پایدار است (همان کلوئید).

عبارت (چهارم): با توجه به ساختارهای زیر صحیح است:



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۶۲- گزینه «۳»

(علی رحیمی)

بررسی گزینه نادرست:

نیروی بین مولکولی میان لکه‌های چربی و صابون از نوع وان‌دروالسی (ناقطبی - ناقطبی) است. در حالی که نیروی بین مولکولی میان اتانول و آب از نوع هیدروژنی می‌باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۶۳- گزینه «۳»

(حسن ناصری‌ثانی)

فقط مورد چهارم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، همانند سفیدکننده‌ها با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد، بنابراین یک پاک‌کننده خورنده به‌شمار می‌آید. مورد دوم: صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند؛ اما پاک‌کننده‌های خورنده افزون بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

مورد سوم: از آن‌جا که مولکول‌های تشکیل‌دهنده اوره و عسل دارای اتم H متصل به یکی از اتم‌های N و O هستند، بنابراین هر دو می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

مورد چهارم: شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می‌دهند پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۴)



(معمّر رضا جمشیری)

۶۹- گزینه «۴»

ابتدا  $[H^+]$  و سپس  $[OH^-]$  را در محلول نهایی محاسبه می‌کنیم:

$$10^{-pH} = [H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-12/7} = 2 \times 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] \times [OH^-] = 10^{-14} \rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[KOH] = [OH^-] = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

باز قوی

شمار مول KOH حل شده برابر است با:

$$? \text{ mol KOH} = 0.75 \text{ L} \times 5 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0.375 \text{ mol KOH}$$

$$? \text{ g KOH} = 0.375 \times 56 = 21 \text{ g KOH}$$

در نهایت با توجه به تعریف ppm داریم:

$$\text{ppm} = \frac{2/1}{168} \times 10^6 = 12500$$

$$\text{جرمی} = \text{ppm} \times 10^{-4} = 1.25$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

(علیرضا رضایی سراب)

۷۰- گزینه «۱»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: فرآورده‌های واکنش جوش شیرین با محلول HCl عبارت‌اند از:  $NaCl(aq)$ ،  $CO_2(g)$  و  $H_2O(l)$ .گزینه «۳»: در دمای ثابت حاصل  $[H^+] \times [OH^-]$  در محلول‌های آبی برابر مقداری ثابت است.گزینه «۴»: در این واکنش، یون‌های  $Na^+(aq)$  و  $Cl^-(aq)$  دست‌نخورده باقی می‌مانند. (یون‌های تماشاگر یا ناظر)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۶، ۲۷، ۳۰ تا ۳۲ و ۳۴)

(سراسری ریاضی ۹۹)

۷۱- گزینه «۱»

$$\frac{\text{غلظت محلول اولیه}}{\text{غلظت محلول ثانویه}} = \frac{4}{1} = \frac{\frac{x \text{ mol}}{4/8 \times 10^{-3} \text{ L}}}{\frac{x \text{ mol}}{(4/8 + y) \times 10^{-3} \text{ L}}} \Rightarrow 4 = \frac{4/8 + y}{4/8}$$

$$\Rightarrow y = 14/4 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$\text{خالص MOH} = 75 \text{ g MOH} \times \frac{67 \text{ g MOH}}{100 \text{ g MOH}} = 50.25 \text{ g}$$

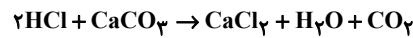
$$\text{جرم MOH مصرف شده} = 14/4 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol MOH}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{40 \text{ g MOH}}{1 \text{ mol MOH}} = 32 \text{ g MOH}$$

$$\Rightarrow \text{درصد MOH مصرف شده} = \frac{32 \text{ g}}{50.25 \text{ g}} \times 100 \approx 64\%$$

$$= 10^{-2} \times 10^{1/2} = 10^{-2} \times (10^{1/3})^4 = 16 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{mol}(H^+) = 16 \times 10^{-2} \times 0.04 = 0.064 \text{ mol H}^+$$

در نتیجه  $0.136 \text{ mol}$  HCl با کلسیم کربنات واکنش می‌دهد. معادله این واکنش به صورت زیر می‌باشد:

$$20 \text{ g CaCO}_3 \times \frac{P}{100} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$= 0.136 \text{ mol HCl} \Rightarrow P = 34\%$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

(معمّر عظیمیان زواره)

۶۶- گزینه «۲»

HX یک اسید قوی تک‌پروتون‌دار و  $H_2SO_4$  یک اسید قوی ۲

پروتون‌دار است. پس در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی متفاوتی دارند.

بررسی گزینه‌های درست:

گزینه «۱»: در باران اسیدی و باران معمولی به ترتیب  $(HNO_3)$  و  $(H_2CO_3)$  وجود دارد. به بیانی دیگر در آن‌ها اسید ضعیف تک‌پروتون‌دار وجود ندارد.

گزینه «۳»: زیرا غلظت یون هیدرونیوم در محلول HA کمتر است.

گزینه «۴»:  $HNO_3$  اسید قوی تک‌پروتون‌دار در باران اسیدی است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه ۱۸)

(مسعود طبرسا)

۶۷- گزینه «۲»

در اسیدهای ضعیف تک‌پروتون‌دار رابطه  $[H^+] = M\alpha$  برقرار است.

$$HA \text{ اسید } [H^+] = M\alpha \Rightarrow 10^{-2/8} = M_{HA} \times 10^{-1/3}$$

$$\Rightarrow M_{HA} = \frac{10^{-2/8}}{10^{-1/3}} = 10^{-1/5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$HY \text{ اسید } [H^+] = M\alpha \Rightarrow 10^{-6/4} = M_{HY} \times 10^{-5/6}$$

$$\Rightarrow M_{HY} = \frac{10^{-6/4}}{10^{-5/6}} = 10^{-5/8} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{M_{HA}}{M_{HY}} = \frac{X}{Y} = \frac{10^{-1/5}}{10^{-5/8}} = 10^{4/3} = 10^{1.33} = 10^1 \times 10^{0.33} = 2 \times 10^1$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(فرزین بوستانی)

۶۸- گزینه «۳»

تنها مورد «ب» نادرست است.

بررسی مورد (ب): این گزاره در صورتی درست است که فرض کنیم مولکول‌ها هیچ یونشی در محلول ندارند در حالی که این طور نیست.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴، ۱۶ تا ۱۸ و ۲۳)





(غریز از رضایی)

۷۴- گزینه «۳»

بخش اول: با قرار دادن X در هر سه حالت، سه سلول گالوانی به صورت زیر خواهیم داشت:

X = Fe سلول گالوانی Fe - Cu

واکنش کلی:  $\text{Fe(s)} + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + \text{Cu(s)}$

$\text{emf} = E^{\circ} = E^{\circ}(\text{آند}) - E^{\circ}(\text{کاتد}) = (+0 / ۳۴) - (-0 / ۴۴) = 0 / ۷۸ \text{ V}$

X = Zn سلول گالوانی Zn - Cu

واکنش کلی:  $\text{Zn(s)} + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + \text{Cu(s)}$

$\text{emf} = E^{\circ} = E^{\circ}(\text{آند}) - E^{\circ}(\text{کاتد}) = (+0 / ۳۴) - (-0 / ۷۶) = 1 / 11 \text{ V}$

X = Mg سلول گالوانی Mg - Cu

واکنش کلی:  $\text{Mg(s)} + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Mg}^{2+}(\text{aq}) + \text{Cu(s)}$

$\text{emf} = E^{\circ} = E^{\circ}(\text{آند}) - E^{\circ}(\text{کاتد}) = (+0 / ۳۴) - (-۲ / ۳۷) = ۲ / ۷۱ \text{ V}$

$$\frac{\text{emf}(\text{max})}{\text{emf}(\text{min})} = \frac{۲ / ۷۱}{۰ / ۷۸} = ۳ / ۴۷$$

بخش دوم:

چون شرایط برابر است، به ازای مصرف ۱ مول  $\text{Cu}^{2+}$  جرم X هم به اندازه ۱ مول کاهش می‌یابد که برای فلز روی بیش‌ترین مقدار کاهش را خواهد داشت؛ چون بیش‌ترین جرم مولی را دارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

(حسن عیسی‌زاده)

۷۵- گزینه «۲»

به جز قسمت (پ) بقیه موارد درست‌اند.

با توجه به اینکه جهت حرکت الکترون از سمت آند به سمت کاتد است، پس M آند (قطب منفی) و A کاتد (قطب مثبت) سلول است. بنابراین:

(ب) با تبدیل اتم‌های M به  $\text{M}^{3+}$ ، غلظت  $\text{M}^{3+}$  در اطراف آند افزایش می‌یابد و غلظت  $\text{A}^{2+}$  به دلیل کاهش یون‌های  $\text{A}^{2+}$ ، کاهش می‌یابد.

(پ) مطابق قانون پایستگی جرم، تغییر جرم دو سمت معادله با هم برابر است در حالی که آند و کاتد هر کدام تنها بخشی از یک سمت معادله هستند.

(ت) آنیون‌های نیترات از سمت نیم‌سلول کاتدی با گذر از دیواره متخلخل به نیم‌سلول آندی جابه‌جا می‌شوند.

(ث) مطابق نیم‌واکنش  $\text{M} \rightarrow \text{M}^{3+} + ۳\text{e}^{-}$ ، جرم M مصرف شده برابر است با:

$$? \text{mgM} = 18 / 0.6 \times 10^{-2} \text{e}^{-} \times \frac{1 \text{mole}^{-}}{6 / 0.2 \times 10^{-23} \text{e}^{-}} \times \frac{1 \text{molM}}{3 \text{mole}^{-}}$$

$$\times \frac{27 \text{gM}}{1 \text{molM}} \times \frac{10^{-3} \text{mg}}{1 \text{g}} = 270 \text{mgM}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۷۵g / 18 = ۳۲ - ۲۵ = ۵۰ = جرم MOH خالص باقی‌مانده

$$? \text{gHCl} = 18 / 25 \text{gMOH} \times \frac{1 \text{molMOH}}{40 \text{gMOH}}$$

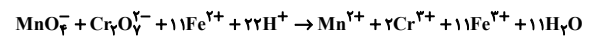
$$\times \frac{1 \text{molHCl}}{1 \text{molMOH}} \times \frac{36 / 5 \text{gHCl}}{1 \text{molHCl}} \approx 16 / 7 \text{gHCl}$$

$$\text{HCl غلظت} = \frac{16 / 7 \text{gHCl}}{0.5 \text{L}} \approx 33 \text{g.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه ۳۱)

۷۲- گزینه «۳» (مجتبی اسرارزاده)

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:

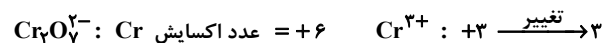
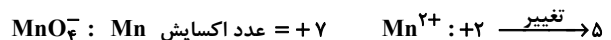


بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مجموع ضرایب برابر ۶۰ است.

گزینه «۲»: دو گونه اکسند  $(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}, \text{MnO}_4^{-})$  و یک گونه کاهنده  $(\text{Fe}^{2+})$  داریم.

گزینه «۳»:



گزینه «۴»: عدد اکسایش H و O در این واکنش تغییری نکرده است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۷۳- گزینه «۱» (سراسری خارج از کشور تهری ۹۹)

عبارت (آ): هر چه  $E^{\circ}$  یک نیم‌واکنش کاهش بیشتر باشد، گونه سمت راست کاهنده ضعیف‌تر و گونه سمت چپ اکسند قوی‌تری است.

$V > Ag$ : مقایسه کاهندگی

$Ag^{+} > V^{2+}$ : مقایسه اکسندگی

عبارت (ب):  $E^{\circ}$  کاهشی و انادیم از سرب کمتر است؛ یعنی V کاهنده‌تر بوده و تمایل بیشتری برای تبدیل شدن به کاتیون خود را دارد.

عبارت (پ):

$$E^{\circ}(\text{Pb-Ag}) = E^{\circ}(\text{آند}) - E^{\circ}(\text{کاتد}) =$$

$$E^{\circ}(\text{Ag}^{+}/\text{Ag}) - E^{\circ}(\text{Pb}^{2+}/\text{Pb}) = 0 / ۹۳ \text{ V}$$

$$E^{\circ}(\text{V-Pb}) = E^{\circ}(\text{آند}) - E^{\circ}(\text{کاتد}) =$$

$$E^{\circ}(\text{Pb}^{2+}/\text{Pb}) - E^{\circ}(\text{V}^{2+}/\text{V}) = 1 / 0۷ \text{ V}$$

عبارت (ت): Pb به دلیل  $E^{\circ}$  کاهش کمتر، از نقره کاهنده‌تر بوده و فلز

فعال‌تری است. بنابراین می‌تواند با یون‌های  $\text{Ag}^{+}$  واکنش دهد. (در واکنش‌های خودبه‌خودی همیشه اتم فلز فعال‌تر در سمت واکنش‌دهنده و اتم فلز پایدارتر در سمت فراورده قرار دارد).

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)





(رسول عابدینی زواره)

۷۶- گزینه «۲»

بررسی درستی یا نادرستی موارد:

(آ) نیم واکنش اکسایش آهن سفید به صورت  $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$  است که در آن Zn اکسایش یافته و بنابراین کاهنده است.

(ب) آبکاری در سلول الکترولیتی انجام می شود و جسم آبکاری شونده به قطب منفی باتری متصل می شود.

(پ) عدد اکسایش N در نیترواسید ( $HNO_3$ ) و نیتریک اسید ( $HNO_2$ ),

به ترتیب برابر +۳ و +۵ می باشد که نسبت آن  $\frac{3}{5}$  یا  $\frac{۰}{۶}$  است.



(ت) در سلول گالوانی A - B، جهت حرکت الکترون ها از A به سمت B

است، یعنی A آند بوده و  $E^0$  آن کوچک تر است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۴۲ تا ۴۰)

(رئوف اسلام دوست)

۸۰- گزینه «۲»

ابتدا جرم فلز نقره مصرف شده را به دست می آوریم:

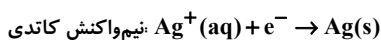
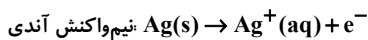
$$3 = \frac{X}{24} \times 100 \Rightarrow X = 0.72g Ag$$

سپس با استفاده از نیم واکنش آندی  $Ag(s) \rightarrow Ag^+(aq) + e^-$ ، تعداد الکترون های عبوری از مدار را به دست می آوریم:

$$? e^- = 0.72g Ag \times \frac{1 mol Ag}{108g Ag} \times \frac{1 mole^-}{1 mol Ag} \times \frac{6.02 \times 10^{23} e^-}{1 mole^-}$$

$$\approx 4 \times 10^{21} e^-$$

حال با توجه به نیم واکنش های آندی و کاتدی:



می توان دریافت که تعداد کاتیون های  $Ag^+(aq)$  موجود در محلول ثابت

می ماند:

$$? Ag^+ = \frac{5L \text{ محلول} \times \frac{1 mol AgNO_3}{1L \text{ محلول}} \times \frac{1 mol Ag^+}{1 mol AgNO_3}}$$

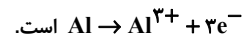
$$\times \frac{6.02 \times 10^{23} Ag^+}{1 mol Ag^+} = 2/40.8 \times 10^{24} Ag^+$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۶۰ و ۶۲)

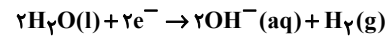
(رسول عابدینی زواره)

۷۶- گزینه «۲»

نیم واکنش آندی در واکنش اکسایش - کاهش داده شده به صورت



نیم واکنش کاتدی برکافت آب:



محاسبه شمار مول های الکترون مصرف شده در نیم واکنش کاتدی برکافت آب:

$$? mole^- = 2 / 24 L H_2 \times \frac{1 mol H_2}{22.4 L H_2} \times \frac{2 mole^-}{1 mol H_2} = 0.17 mole^-$$

$$? g Al = 0.17 mole^- \times \frac{1 mol Al}{3 mole^-} \times \frac{27g Al}{1 mol Al} = 1.18 g Al$$



$$? mol Cu = 0.17 mole^- \times \frac{1 mol Cu}{2 mole^-} = 0.085 mol Cu$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۴۰ تا ۴۲ و ۵۴)

(سراسری داخل کشور تجربی ۹۹)

۷۷- گزینه «۲»

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: در سلول گالوانی، الکترون آند، قطب منفی است.

گزینه «۳»: در سلول الکترولیتی در قطب منفی یا کاتد، کاهش انجام می شود.

گزینه «۴»: در سلول گالوانی در کاتد، اتم های فلزی از یون ها تشکیل می شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۴۵، ۴۶، ۴۴ و ۵۵)

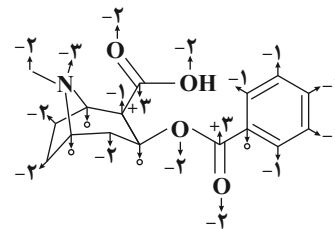
(سایر شیرینی)

۷۸- گزینه «۴»

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: با توجه به شکل زیر، مجموع اعداد اکسایش اتم های کربن و

مجموع اعداد اکسایش اتم های اکسیژن برابر ۸- است.



گزینه «۲»: هیچ کدام از اتم های کربن دارای بیش ترین (+۴) یا کم ترین (-۴)

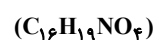
عدد اکسایش ممکن خود نیستند. پس قابلیت اکسایش و کاهش یافتن را دارند.

$$+3 - (-3) = 6$$

گزینه «۳»:

عدد ۶ → تعداد کربن های (-۱)

گزینه «۴»: با توجه به فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر، اشتباه است.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۵۲ و ۵۳)